

Calculation of energy levels, electric transitions probability and potential energy of ^{238}Pu Isotope by the Interacting Boson Model-1

حساب مستويات الطاقة واحتمالية الانتقالات الكهربائية وطاقة جهد السطح لنظير (^{238}Pu) باستخدام نموذج البوزوونات المتفاعلة – 1 (IBM-1)

أحمد رحيم
جامعة الكوفة / كلية طب الأسنان

الخلاصة :

تم في هذا البحث دراسة خصائص مستويات الطاقة لنظير ^{238}Pu واحتمالية الانتقالات للرباعي الكهربائي (E2) باستعمال نموذج البوزوونات المتفاعلة - 1. كما وتم تحديد شكل النواة من خلال دراسة طاقة جهد السطح. وأظهرت هذه الدراسة إن هذا النظير يميل إلى التحديد الدوراني (3)SU بالاعتماد على قيم البيانات العملية ، أما التحليل النظري وجد إنها تميل إلى التناظر (3)SU باستخدام معلمات التمايز للبوزوونات المتفاعلة.

Abstract:

In this research, characteristics of energy levels and reduced electric quadrupole transition for ^{238}Pu isotope have been studied using interacting boson model-1.. Also, the nucleus shape was determined through studying potential energy surface.

This study show that, this isotope belong to rotational limits SU (3) dependents on the experimental data. The theoretical analyses find that involved in rotational symmetry by using parity of parameters for interacting bosons

1- المقدمة :

هذا عدت نماذج نووية تدرس التركيب النووي تدعى النماذج النووية (Nuclear model) ومن هذه النماذج التي درست التركيب النووي نموذج قطرة السائل (Liquid drop model) الذي اقترحه [1] Von Weizsäcker, 1934 الذي فسر طاقة الترابط (Binding Energy) وظاهرة الانشطار النووي (Nuclear Fission) ولم ينجح في أعطاء تفسير لاستقرارية النواة ، أما نموذج الفشرة (Shell model) اقترحه [2] W.Elsasier, 1935 . فقد بينت التجارب العملية أن استقرارية النواة تكون عالية عندما يكون عدد النيوذلرونات مساويا إلى أحد الإعداد السحرية (Magic numbers)[3] إضافة إلى ذلك حدد الزخم الزاوي لمستويات الطاقة إلا أنه فشل في تفسير البرم النووي للمستوى الأرضي للنوى الزوجية- الزوجية والذي يساوي صفراء دائما [4] . كما أنه لم يعالج التأثير الذي ينشئه الشكل الكروي للنواة الناتج عن النيوذلرونات خارج الفشرة المغلقة (Closed shell) الذي يؤدي إلى ظهور تأثيرات جماعية collective effect بينها متمثلة بالحركة الدورانية و الاهتزازية والانتقالية لكل منها وهذا ما تمت معالجتها وفق النموذج الجماعي collective model الذي اقترح من قبل Boher and Mottelson عام 1952، التي قادت إلى تقسيم النواة إلى نيوذلرونات مركزية ونيوذلرونات خارج المركز حيث يتعامل المركز كقطرة سائل تتفاعل مع النيوذلرونات الخارجية في القشرات غير المتماثلة .

في عام 1974 اقترح Arima & Iachell [5] نموذجا نوريا استطاع من خلاله أن يصف خصائص مستويات الطاقة في النوى الزوجية- الزوجية ذات الأعداد الكتليلية المتوسطة والتقليلة بواسطة أزواج النيوذلرونات خارج الفشرة المغلقة التي تمت معالجتها كبيوزونات [5,6] بحيث لم يأخذ بنظر الاعتبار درجات الحرية لهذه البوزوونات وقد سمى بنموذج البوزوونات المتفاعلة الأول IBM-1 وقد تطور هذا النموذج بإدخال درجات الحرية للبوزوونات ونتيجة لهذا التعديل تم الكشف عن خصائص نووية جديدة للنوى وسمى بنموذج البوزوونات المتفاعلة الثاني IBM-2 [7].

2- نظرية نموذج البوزوونات المتفاعلة الأول :

إن نموذج البوزوونات المتفاعلة الأول (IBM-1) يصف المستويات التجميعية الواطئة Low lying collective state في النوى الزوجية- الزوجية والتي توصف بدلالة بوزوونات S ذات $S=0^+$ والبوزوونات d ذات $d=2^+$ ، في هذا إلا نموذج نجد أن بوزوونات s و d يمكنها التفاعل فيما بينها ونتيجة لذلك فإن الصيغة العامة للنظام الهمiltonوني تكتب بعد تعريف مؤثرات الخلق $(d^\dagger, S^\dagger, m)$ ومؤثرات الفناء (d, s) (Creation Operators) [8] وعلى ما يأتي:

$$\begin{aligned}
 H = & \varepsilon_s(S, S) + \varepsilon_d \sum_m d_m^\dagger d_m + \sum_{L=0,2,4} \frac{1}{2} (2L+1)^{1/2} C_L \left[(d^\dagger d^\dagger)^{(L)} \cdot (dd)^{(L)} \right]^{(0)} \\
 & + \frac{1}{\sqrt{2}} \nu_2 \left[(d^\dagger d^\dagger)^{(2)} \cdot (ds)^{(2)} + (s^\dagger d^\dagger)^{(2)} \cdot (dd)^{(2)} \right]^{(0)} \\
 & + \frac{1}{2} \nu_o \left[(d^\dagger d^\dagger)^{(0)} (ss)^{(0)} + (s^\dagger s^\dagger)^{(0)} \cdot (dd)^{(0)} \right]^{(0)} \\
 & + u_2 \left[(d^\dagger s^\dagger)^{(2)} \cdot (ds)^{(2)} \right]^{(0)} + \frac{1}{2} u_o \left[(s^\dagger s^\dagger)^{(0)} \cdot (ss)^{(0)} \right]^{(0)} \dots \dots \dots (1)
 \end{aligned}$$

حيث أن $(U_L(L=0,2), V_L(L=0,2), C_L(L=0,2,4))$ تصف تفاعل البوزوونات بعضها مع بعض وتعتمد هذه المعاملات على عدد البوزوونات N أما الأقواس الدائرية الشكل فأنها تمثل الزخم الزاوي. وهناك عدة صيغ أخرى مكافئة للصيغة العامة لكتاب المؤثر الهايبروني للطاقة حيث يمكن أعاده كتابة المعادلة (1) باستعمال صيغة التوسيع متعدد القطبية (Multiple Expansion) [9] (Multiple Expansion)

$$H = \varepsilon dnd + \alpha_0 P^2 + \alpha_1 L^2 + \alpha_2 Q^2 + \alpha_3 T_3^2 + \alpha_4 T_4^2 \dots \dots \dots (2)$$

حيث أن $\varepsilon_s - \varepsilon_d = \varepsilon$ تمثل طاقة البوزوونات ولسهولة افترضت أن طاقة البوزون S مساوية للصفر ولهذا فإن $\varepsilon = \varepsilon d$ أما المعاملات $\alpha_4, \alpha_3, \alpha_2, \alpha_1, \alpha_0$ فإنها تعبر عن قوة تفاعل الازواج والزخم الزاوي و رباعي القطب وثماني القطب والقطب السادس عشر بين البوزوونات وعلى التوالي . ويمكن كتابة الصيغة العامة لمؤثر الانتقال الكهرومغناطيسي بالعلاقة الآتية : [10]

$$T_m^{(E_2)} = \alpha_2 \left[d^\dagger s + s^\dagger d \right]_m^{(2)} + \beta_2 \left[d^\dagger d \right]_m^2 \dots \dots \dots (3)$$

بالاعتماد على قيم نسب الطاقة ولمخطط الانحلال لهذا النظير ومقارنتها مع القيم النموذجية وجد انه ينتمي إلى التحديد الوراني [9] $SU(3)$ ولذلك سوف نذكر بعض الشئ حول التناقض الديناميكي الوراني The Rotational Limit ، إن هذا التحديد يستند إلى كون طاقة البوزون عاصغر بكثير من جهد التفاعل V أي أن تفاعل رباعي القطب الكهربائي (Q.Q) هو المهيمن في التفاعل إضافة إلى تفاعل ثنائي الزخم الزاوي ($L.L$) والصيغة العامة للهايبروني لهذا النظير [11] هي :

$$H^1 = a_1 L^2 + a_2 Q^2 \dots \dots \dots (4)$$

أما معادلة القيمة الذاتية لهاميلتون $SU(3)$ فأنها تعطى بـ : [12]

$$E|N, (\lambda, \mu), K, L, M\rangle = \frac{a_2}{2} (\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3(\lambda + \mu) + (a_1 - \frac{3a_2}{8}) \cdot L(L-1)) \dots \dots \dots (5)$$

حيث المقدار $|N, (\lambda, \mu), K, L, M\rangle$: الأعداد الكمية يمثلن حالات $SU(3)$ أما العدد الكمي K فيرمز إلى الحالات التي تمتلك فيما متساوية L ، أما (N, M, L) اعداد كمية وتمثل (β_2, α_2) معاملات الحدود المختلفة للمؤثر ويمكن التعبير عنهم بـ $(\beta_2 = -\frac{\sqrt{7}}{2} \alpha_2)$ ، وقيمة المؤثر الانتقال $T_m^{(E_2)}$ لهذا التحديد فإنه يعطى بالصيغة الآتية [11] :

$$T_m^{(E_2)} = \alpha_2^2 \left[\left(d^\dagger s + s^\dagger d \right)_m^{(2)} - \frac{\sqrt{7}}{2} \left(d^\dagger d \right)_m^{(2)} \right] \dots \dots \dots (6)$$

اما قواعد الاختيار Selection Rules فهي [13,9]

$$\Delta\lambda = 0, \Delta\mu = 0$$

اما قيمة $B(E_2)$ والتي تمثل قيمة الاحتمالية الكهربائية للرباعي القطب فتعطى بالصيغة الآتية [14].

$$B(E2, L+2 \rightarrow L) = \alpha_2^2 \frac{3}{4} \frac{(L+2)(L+1)}{(2L+3)(2L+5)} (2N-L)(2N+L+3) \dots \dots \dots (7)$$

*** حساب قيم احتمالية الانتقالات الكهربائية رباعية القطب (B(E2)) :**

ومن أجل الحصول على مقدار كبير من المعلومات عن النوى تطلب الأمر دراسة احتمالية الانتقالات الكهربائية رباعية القطب باستعمال البرنامج (IBMT-1) وقد تم تحديد قيم (β_2, α_2) في المعادلة (5) وفي الدراسة الحالية حددت المعاملات بالاعتماد على القيم العملية للانتقالات $B(E_2, 2_1^+ \rightarrow 0_1^+) = E_{2SD}$ [13] و E_{2DD} [13] حيث استعملت المعاملات $E_{2SD} = \alpha_2$ [12] و $E_{2DD} = \sqrt{5} \beta_2$ [13]

ومن الممكن إيجاد قيمة α_2 من معادلة (5) بعد حساب قيمة الاحتمالية $B(E_2)$ من المعادلة الآتية [18] :

$$B(E_2) \downarrow = \frac{56.57}{E_\gamma^5 t_1^{\frac{1}{2}} [1 + \alpha_{tot}]^2} (e^2 b^2) \quad \text{.....(14)}$$

حيث أن E_γ تمثل طاقة انتقال أشعة كما بوحدة (keV) وتمثل $t_1^{\frac{1}{2}}$ عمر النصف للمستوى 2_1^+ . أما القيمة $(e^2 b^2)$ فتمثل وحدات احتمالية الانتقالات الكهربائية للرباعي القطب ، أما α_{tot} معامل التحول الداخلي الكلي (Total Internal Conversion Coefficient) فقد تم الحصول عليه من الجدول [19] أو من العلاقة الآتية [20] :

$$B(E_2) \downarrow = B(E_2) \uparrow g \quad \text{.....(15)}$$

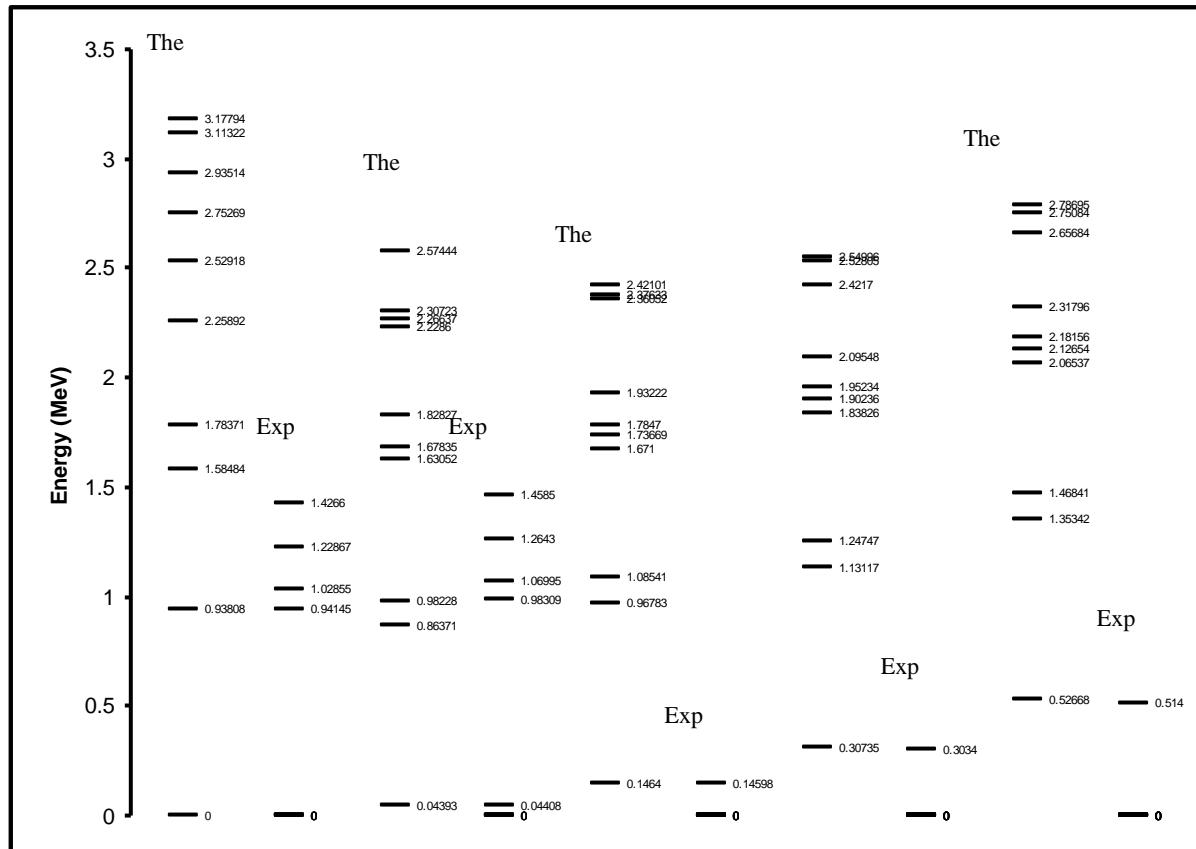
بعد استخراج قيمة $B(E_2) \uparrow$ من الجداول [20] حيث ان g تمثل عامل التحويل ويمكن تعريفه من المعادلة الآتية :

$$g = (2I_f + 1) / (2I_i + 1) \quad \text{.....(16)}$$

حيث أن I_i يمثلان الزخم الزاوي للمستوى الابتدائي والنهائي على التوالي ، يبين الجدول (1) قيم المعاملات $B2SD$ ، $B2DD$ المستعملة في البرنامج لحساب قيم $B(E2)$ كما في الجدول (3) .

جدول (2) يمثل مقارنة بين القيم العملية والقيم النظرية لمستويات الطاقة للنظير Pu^{238} بوحدات (MeV)

J ⁺	Exp.(MeV)	The.(MeV)
0 ₁ ⁺	0	0.000
2 ₁ ⁺	0.04408	0.04393
4 ₁ ⁺	0.14598	0.14640
6 ₁ ⁺	0.30340	0.30735
8 ₁ ⁺	0.514	0.52668
10 ₁ ⁺	0.80427
0 ₂ ⁺	1.22867	1.58484
2 ₂ ⁺	0.98309	0.86371
4 ₂ ⁺	0.96783
6 ₂ ⁺	1.13117
8 ₂ ⁺	1.35342
10 ₂ ⁺	1.63413



شكل (1) يمثل مستويات الطاقة العملية للنظير ^{238}Pu قورنت مع النتائج المستحصله من البرنامج (IBM-1)

جدول (3) يمثل مقارنة بين القيم العملية المتوفرة في المنشورات والقيم النظرية المستخلصة من برنامج (IBM-1) لاحتمالية الانتقادات للريادي الكهربائي ^{238}Pu نظير $\text{B}(\text{E}_2)$ $\text{B}(\text{E}_2) \downarrow \text{e}2\text{b}2$

$i \rightarrow f$	$B(E_2) \downarrow e2b2$ The.	$B(E_2) \downarrow e2b2$ $\exp[20,21]$
$21+ \rightarrow 01+$	2.5227600	2.522
$21+ \rightarrow 02+$	0.1180097	-----
$22+ \rightarrow 01+$	0.2485173	-----
$22+ \rightarrow 02+$	0.0067726	-----
$23+ \rightarrow 02+$	2.1936620	-----
$23+ \rightarrow 03+$	0.0174459	-----
$24+ \rightarrow 02+$	0.0021372	-----
$24+ \rightarrow 03+$	1.3056320	-----
$21+ \rightarrow 23+$	0.1513005	-----
$22+ \rightarrow 21+$	0.3897322	-----
$22+ \rightarrow 23+$	0.0029130	-----
$23+ \rightarrow 21+$	0.0026104	-----
$23+ \rightarrow 22+$	0.0215446	-----
$24+ \rightarrow 22+$	0.3069990	-----
$24+ \rightarrow 23+$	0.0007737	-----
$41+ \rightarrow 21+$	3.3883540	-----
$41+ \rightarrow 22+$	0.0039708	-----
$41+ \rightarrow 23+$	0.1908832	-----
$42+ \rightarrow 21+$	0.1276080	-----
$42+ \rightarrow 22+$	1.0000280	-----
$42+ \rightarrow 23+$	0.0112652	-----
$43+ \rightarrow 21+$	0.0013560	-----
$43+ \rightarrow 22+$	0.0001921	-----
$43+ \rightarrow 23+$	2.9035880	-----

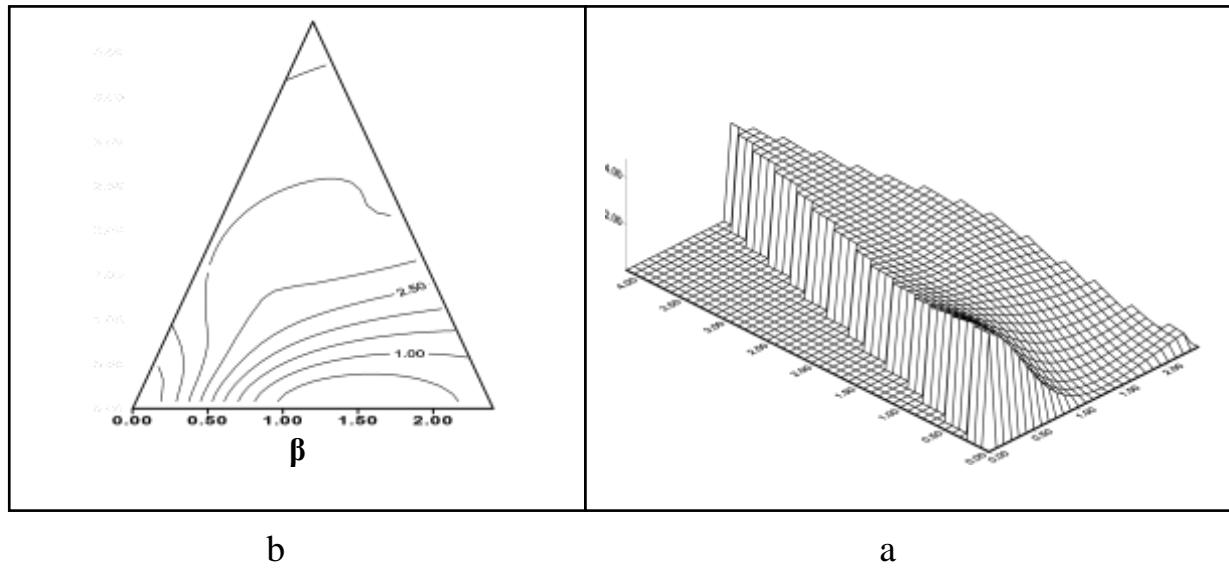
3.2- حساب طاقة جهد السطح :

إن الوصف الهندسي للحركة الجماعية للنواة يساعد في وصف المستويات المتهيجية للنوى المشوهة تعزيزاً لسلوكها بدراسة عزم القصور الذاتي للحركة الجماعية للبوزونات . أن طاقة جهد السطح قد تم حسابها بعد تحديد معاملات (parameters) مؤثر دالة هاملتون لنظير ^{238}Pu ويبين الجدول (4) المعاملات المستعملة في برنامج حساب طاقة جهد السطح $V(\beta, \gamma)$.

جدول (4) المعاملات المستعملة في برنامج حساب طاقة جهد السطح $V(\beta, \gamma)$.

isotopes	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	ES	ED
^{238}Pu	-0.003	-0.026	-0.048	0.000	-0.060	-0.006

أن طاقة جهد السطح تعطي الشكل النهائي للنواة وهي تتوافق مع دالة هاملتون بدلالة المتغيرين (γ, β) وقد تم حساب طاقة جهد السطح باستعمال المعاملات المبينة في الجدول (4) باستعمال البرنامج IBM-1 Surfer (2) بين العلاقة بين قيم (γ) و (β) و طاقة جهد السطح وبشكلين الكتوري والسطحى وتم رسمه باستعمال برنامج 6 - Surfer وبعد مقارنة هذه الرسومات مع الراسات السابقة [14] اشاره الى إن هذا النظير ينتمي للتحديد الانتقالي SU(3).



شكل (2) مخطط لطاقة جهد السطح للناظير ^{238}Pu
 (a) مخطط سطحي (b) مخطط كنوري

4- المناقشة والاستنتاجات :

إن نواة Pu^{238} الزوجية- الزوجية تتكون من (94) بروتونا و(144) نيوترونا وهمما يقعان بين العدددين السحررين (82-126). ولهذا فإن العدد الكلي للبروتونات سيساوي (15) بوزون^أ.
 ان وقوع عدد البروتونات والنيوترونات لهذه النواة بالقرب من منتصف القشرات المغلقة (82-126-23, 22,13) [SU(5)] يشير إلى التصرف الدوراني حيث ان هذه الصفة غير موجودة بالتحديد الاهتزازي (1) [23] وبالرجوع إلى الجدول (1) الذي يوضح المعاملات المستعملة في البرنامج (IBM-1) (L.L) و(Q.Q) هي المهيمنة على بقية المعاملات.

4.1- مستويات الطاقة Energy Levels

عند الرجوع إلى مخططات الانحلال لنظائر Pu^{238} لوحظ من خلال نسب مستويات الطاقة الأخرى

$\frac{E0_2^+}{E2_1^+}, \frac{E4_1^+}{E2_1^+}, \frac{E8_1^+}{E2_1^+}, \frac{E6_1^+}{E2_1^+}$ بعد مقارنتها مع القيم النموذجية [24,9] أن هناك اقتراباً جيداً إلى التحديد (SU(3)، ومن الدلائل الأخرى على التحديد الدوراني هو اقتراب عدد البروتونات والنيوترونات من منتصف القشرة المغلقة وأيضاً مستويات طيف الطاقة تكون متقاربة ثم تبتعد تدريجياً.

4.2- احتمالية الانتقالات الكهربائية الرباعية القطب B(E2)

Reduced electric transitions probability B(E2)

تبين المعادلة (7) حساب قيمة الاحتمالية الانتقالات الكهربائية ↓ B(E2) أما المعادلتان (12) و(13) فيوضحان حساب قيمة المعاملات (E2SD&E2DD) والمبنية في الجدول (1) حيث استعملت هذه المعاملات في البرنامج (IBMT) والجدول (3) بين القيم الاحتمالية الانتقالات الكهربائية لناظير Pu^{238} حيث أظهرت توافقاً مع النتائج العملية المتوفرة، وبخصوص الصفة المميزة للتحديد (3) SU(3) فهي انحلال المستويات 2_1^+ إلى 0_1^+ والمستوي 4_1^+ إلى 2_1^+ ضمن الحزمة الواحدة وعدم انحلال المستويات بين الحزم لكون هذا الانتقال محضوراً لهذا التحديد حسب قواعد الانتقال.

4.3- طاقة جهد السطح surface potential Energy

إن دراسة جهد السطح لهذا الناظير والحصول على قيم (β, γ) ورسم الشكل الكنوري والشكل السطحي المبنية في الشكل (2) يشير إلى أن هذه النواة تنتهي إلى التحديد (3) SU(3) لتوافقها مع الأشكال النموذجية [14] لهذا التحديد ، حيث تم رسم طاقة جهد السطح كدالة لمعامل التشوه ($\beta=0.2...2.4$) وقد تم حساب طاقة جهد السطح ولذلك بالاعتماد على قيم المعلمات المبنية في الجدول (4).

References:

- 1- C. F. Von Weizsacker, Z. Phys. Vol. 6, 431, (1935)
- 2- W. J. Elsasser, Phys. Vol. 4, 549, (1933)
- 3- W. Meyerhof, "Elements of Nuclear Phys. ", Mc Graw-Hill, (1967)
- 4- H. A. Enge. " Introduction to nuclear Phys. ", (1983)
- 5- F. Iachello, and A. Arima, Phys. , Lett. B53, 309, (1974)
- 6- A. Arima, T. Otsuka, F. Iachello, and I. Talmi, Phys. , Lett. B66, 205, (1977)
- 7- R. F. Casten, A. Gelberg and P. Von Brentano, Phys. Rev. C36, 1225, (1987)
- 8- C. Decoster and et al , Nucl .phys.A600,251,(1996).
- 9- R. Casten and D. Warner , Rev. Mod. Phys. , 60 , 389 , (1988)
- 9- K. Abrahams , K. Allaart , and A. dieperink , B. Phys. 67, 53 , (1981)
- 10- A. Arima and F. Iachello, Ann. Phys. , 123, 468, (1979).
- 11- A. Arima and F. Iachello, Ann. Phys. , 111, 201, (1978).
- 12- K. Abrahams. K. Allaart , B phys.67,53,(1981).
- 13- Abdul Ameer , Investigations of Nuclear Energy Levels in ^{82}Kr , ^{76}Se and ^{194}Pt , Ph. D Thesis , London University , (1991)
- 14- F. Iachello and A. Arima , The Interacting boson Model , Cambridge University Press , Cambridge , (1987)
- 15- C. Leclerc and V. Shirly, Table of Isotopes , Wiley , New York , (1978).
- 16- A. E. Ignatochkin , E. N. Shurshikov and Yu. F. Jaborov , NDS , Vol. 52 , No. 2 , P. 365 , (1987).
- 17- Zhou Chunmei , NDS , Vol. 50 , No. 3 , P. 400 , (1984).
- 18- M. Sakai, NDS , Vol. 31 , No. 1 , P. 127 , (1987).
- 19- F. Rosel , H. M. Fries , K. Alder , and H. C. Pauli , Atomic Data and Nuclear Data Tables , Vol. 21 , Nos. 4-5 , P319 (1978).
- 20- Ts. Venkova and W. Andrejtscheff , ADNDT , vol. 26 , 95 , (1981).
- 21- S. Raman et al , A DNNDT , Vol. 36, No. 1, P. 7, (1987).
- 22- J. Lee , Phys. Rev , C , 58 , 2061 , (1998) .
- 23- J. Lee , Phys. Rev , C , 58 , 63 , 1 , (2001).
- 24- M. Kadim Al-Janaby, A study of nuclear Structure of $^{98-108}\text{Ru}$ even-even Isotopes by the IBM-1 , M. Sc. Thesis , Babylon University , (2005).