# Constructing a single sampling plan to inspection product for complete and truncated inspection time with application

# أعداد خطة معاينة مفردة لفحص المنتوج لوقت الفحص الكامل والمبتور مع تطبيق عملي

أ.م.د. سعاد خلف سلمان
جامعة كربلاء /كلية التربية للعلوم الصرفة / قسم الرياضيات

**الخلاصة**

يتضمن البحث ايجاد معلمات خطط عينات القبول المفردة لفحص المنتوج $(n, c)$ طبقاً لنظام $[LTPD]$ وهو الحد الاقصى للمعيب المسموح في المنتوج الخارج من الفحص . وتم تصميم خطة المعاينة بحالتين ، الاولى بدون اخذ زمن الاشتغال لحين الفشل بنظر الاعتبار (حسب نموذج هالد Hald Method ) . اما الثانية فيأخذ زمن الاشتغال لحين الزمن بالاعتماد على $(GE[\lambda, \delta])$ التوزيع الاسي العام لمعلمتين حيث معلمة الشكل هي $(\delta)$ ومعلمة القياس $(\lambda)$. ويتم تقدير معلمة القياس وتصمم الخطط على هذا الاساس . وتم عرض جانب تطبيقي اضافة الى جانب المحاكات وقد اخذت المقدرات التي تحقق اصغر متوسط مربعات خطاء ممكن (MSE)

## Abstract

This paper deals with constructing sampling inspection plan, according to the Lot Tolerance Percentage Defective (LTPD). The design of sampling plan has been done in two cases, the first one, doesn't taken the distribution of time to failure into consideration, while the second method depend on the distribution of time to failure which is found to be generalized exponential with two parameters $(GE[\lambda, \delta])$, where $(\lambda)$ is scale parameter, $(\delta)$ is shape parameter. Tables for designing samples are constructed, also table for probability of acceptance also was formed, the application have been done and using simulation procedure. The comparison has been done through mean square error (MSE) .

**Keyword:** Lot Tolerance Percentage Defective (LTPD), Sampling Inspection Plan, $(n, c)$, Distribution of time to failure $(GE[\lambda, \delta])$, Mean Square Error (MSE), Probability of Acceptance (p(p)).

## 1 – المقدمة

تناولت بحوث كثيرة خطط عينات القبول في السيطرة النوعية، وقد ناقش كثير من الباحثين مثل $(Dodge \ \& \ Romig)$ عام (1959) ، $(Hald)$ عام (1968) و $(Guenther)$ عام (1977)، وضع تصاميم لخطط عينات مختلفة تحت أفتراض قيم مختلفة لنسب المعيب، ومن ثم تحديد $(n, c)$ وهي معلمات خطة المعاينة المفردة، التي تشمل $(n)$ حجم العينة و $(c)$ عدد الوحدات المعيبة المقبولة في العينة. وقد تناول الباحثون خرائط السيطرة النوعية، وخطط عينات القبول للنظامين (LTPD) ، (AQL) مستوى قبول النوعية ، ووضعت العديد من النماذج الأحتمالية لبناء دالة كلفة تكاليف السيطرة النوعية ومن ثم الحصول على خطط عينات القبول من تصغير القيمة المتوقعة لدالة الكلفة الكلية، كما أشارت الى ذلك الباحثة الجنابي (1991) في الكثير من البحوث حول الموضوع، وفي عام (1998) قدم الباحثان $(Kantam \ and \ Rosaiah)$ دالة أحتمالية جديدة تسمى $(half \ logist)$ وتوظيفها في حقل خطط عينات القبول. وفي عام (2001)، نشر $(Raqab \ and \ Ahsanullah)$ بحثاً تناول التوزيع الأسي العام بثلاثة معلمات $(\alpha, \mu, \sigma)$ وقاما بتقدير معلمة القياس $(\mu)$ ومعلمة الموقع $(\sigma)$ بأستخدام الأحصاءات المرتبة، ولسنا بصدد سرد كل أدبيات الموضوع لأنها كثيرة ومتنوعة.

قامت الباحثة في هذا البحث بالحصول على معلمات خطة المعاينة المفردة $(n, c)$، بأعتبار أن توزيع وقت الأشتغال لحين الفشل لمنتوج جهاز الحماية هو متغير عشوائي يتبع التوزيع الأسي العام ذي المعلمتين $(\lambda, \delta)$، حيث تمثل (λ) معلمة القياس في حين تمثل (δ) معلمة الشكل مستفيدة من البحوث التي قدمها كل من، (Kundu and Gupta [2005])،(Nasiri [2010])، (Aslam and Shahbaz [2007])، (Aslam and Jun [2009]).

سنلقي في هذا البحث الضوء على كيفية التوصل الى معالم خطة المعاينة المفردة $(n, c)$ من نموذج $(Hald)$[6] ، وكذلك بأعتماد المحاكاة لأن توزيع وقت الأشتغال لحين الفشل هو متغير عشوائي له توزيع وجد أنه يمثل التوزيع الأسي العام.

## 2 – مشكلة البحث

من خلال زيارة الشركة العامة للصناعات الإلكترونية في بغداد والتابعة لوزارة الصناعة والمعادن، وجدت أنها تكلف بإنتاج أجهزة حماية للدوائر حسب الطلب، وتخضع هذه الأجهزة للفحص من قبل مسؤولي السيطرة النوعية، وقد وجدنا تعاون من قبلهم للتعرف على طرائق فحص وإدخال متغير الزمن، لذلك عملنا على مراقبة زمن الاشتغال لحين الفشل لعينة من (35) جهاز حماية، وبعد تبويب البيانات واختبارها باستخدام اختبار جودة التوافق وجد أن توزيعها هو توزيع أسي عام، لذلك جاءت مشكلة البحث لتقديم تقدير لمتوسط وقت الاشتغال لحين الفشل لهذا التوزيع، وكذلك كيفية تصميم خطة معاينة $(n, c)$ لفحص عينات من المنتوج بعد تقدير معلمات التوزيع وخاصة معلمة القياس $(\lambda)$، أما معلمة الشكل $(\delta)$ فقد أعتبرت معلومة، ولذلك أعتمدت المحاكاة في التوصل الى أفضل مقدر الى $(\lambda)$، ثم أعتماده في تصميم الخطط بغية الحصول على منتوج يطابق المواصفات المصنعية والعالمية ويحقق كل من مخاطرة المنتج والمستهلك وتكون نسبة المعيبات المئوية المسموح بها $(LTPD)$ كما مثبتة مسبقاً عند الشركة.

## 3 – هدف البحث

يهدف البحث الى تصميم خطة معاينة مفردة $(n, c)$ من خلال برنامج كتب بلغة $(Minitab)$، بعد أن وجد أن توزيع وقت الاشتغال لحين الفشل هو متغير عشوائي يتبع التوزيع الأسي $(GE[\lambda, \delta])$، كذلك بيان كيفية استخراج الخطة $(n, c)$ أيضاً بأعتماد طريقة $(Hald)$ طبقاً للنظام $(LTPD)$ وهو الحد الأقصى لنسبة المعيبات المئوية المسموح بها في المنتوج المنتج في الشركة.

## 2 – خطط المعاينة المفردة للنظام LTPD

تعتمد خطط المعاينة المفردة للفحص التصفوي(وهو الفحص الذي تصنف فيه كل وحدة يتم فحصها أما مطابقة للمواصفات (جيدة)، أو غير مطابقة للمواصفات (معيبة) والتي لا بد من استبدالها او تصليحها اذا كان ذلك ممكناً) على الافتراضات التالية:

a – أن العملية الإنتاجية تقع تحت السيطرة الإحصائية لتوزيع ثنائي الحدين بمعدل معيب ثابت $(p_1)$ وان الوحدات المعيبة تحدث بصورة عشوائية.

b– اختيار قيمة ل$(p_1)$ ولتكن $(p_2)$ لحماية المنتج من تسليم دفعات غير مقنعة وبذلك يجعل أحتمال قبول الدفعات ذات مستوى النوعية $p_2$ $(p_2 > p_1)$ صغيراً، وأن هذا الاحتمال يطلق عليه عادة مخاطرة المستهلك $(Consumer\ Risk)$ وسوف نرمز له $[p(p_2)]$، ويمكن القول أن المنتج يهدف الى استخدام خطط معاينة تكون عندها قيمة $[p(p_2)]$ صغيرة.

c– الدفعات المرفوضة استناداً الى قرار رفض العينة يعاد فحصها كلياً ومن ثم تستبدل جميع الوحدات المعيبة فيها بأخرى جيدة أو تصلح اذا كان التصليح ممكناً.

d– كلفة فحص الوحدة الواحدة في العينة متساوية مع كلفة فحص الوحدة الواحدة في الكمية المرفوضة $(N - n)$، وتساوي واحد كوحدة اقتصادية.

e– تهدف خطط المعاينة التي يحددها النموذج الى تقليل معدل الفحص الكلي $[I(p_1)]$ للمنتوج ذو النوعية $(p_1)$، وهذا يعتمد على فحص كمية مقدارها $(n)$ في حالة القبول، وكمية مقدارها $(N)$ في حالة الرفض وبذلك تكون:

$$I(p_1) = np(p_1) + NQ(p_1) \qquad (1)$$

وتمثل $p(p_1)$ أحتمال قبول الدفعة $(N)$ المأخوذة من المنتوج ذو النوعية $(p_1)$ ويعتمد في استخراجها على نوع توزيع المعاينة، وحسب الفرض الأول أعلاه تكون قيمة:

$$p(p_1) = pr(X \le c) = \sum_{x=0}^{c} b(x, n, p_1) = B(c, n, p_1) \qquad (2)$$

وأن $[Q(p_1)]$ احتمال رفض الدفعة هو:

$$Q(p_1) = 1 - p(p_1) \qquad (3)$$

ويعتبر بواسون تقريب متسق وجيد للحل المضبوط المستخرج من ثنائي الحدين وذلك عندما تكون:

$$\left(p_2 \le 0.10, \quad \frac{p_1}{p_2} \le 0.5, \quad \frac{n}{N} \le 0.10\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

وطبقاً لهذا التقريب يكون:

$$\begin{aligned} I(p_1) &= np(p_1) + NQ(p_1) \\ &= np(p_1) + NQ(p_1) + nQ(p_1) - nQ(p_1) \\ &= n + (N - n)Q(p_1) \\ &= n + (N - n)\left[1 - \sum_{x=0}^{c} \frac{e^{-np_1}(np_1)^x}{x!}\right] \ldots\ldots\ldots\ldots (5) \end{aligned}$$

$$= n + (N-n)[1 - G(c, np_1)] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; (6)$$

ويمكن تحديد خطة المعاينة المفردة$(n, c)$من خلال تصغير الدالة(6)تحت الشرط الخاص بمخاطرة المستهلك والمعرف بالصيغة:

$$G(c, m) = 0.10 \qquad m = np_2$$

وعند ضرب طرفي المعادلة (6) بـ $(p_2)$ نحصل على:

$$I(p_1)p_2 = np_2 + (N-n)p_2[1 - G(c, np_1)]$$

والتي تختصر الى:

$$R(c, M) = m + (M-m)[1 - G(c, np_1)] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

ولإيجاد معالم خطة المعاينة من تصغير معدل الفحص الكلي، يمكن استخراج الحل بدلالة $(M, m, c)$، ونظراً لأن $(m)$ دالة من $(c)$ سنكتب $(m = M_c)$، وعندئذ تتحول المسألة الى أيجاد العلاقة المثلى بين $(M, c)$ فاذا كانت $(c)$ معلومة فما هي قيم $(M)$ التي تكون عندها $[R(c, M]$ أفضل من $[R(c+1, M]$ وعند وضع:

$$[R(c, M)] = M_c + (M - M_c)Q_c \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

حيث أن:

$$Q_c = 1 - G(c, pm_c), \qquad p = \frac{p_1}{p_2}$$

وحل المتباينة:

$$R(c, M) \le R(c+1, M) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \;\; \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.. \qquad (9)$$

نحصل على المتباينة:

$$M \le m_{c+1}(1 - Q_c)\,(m_{c+1} - m_c)/(Q_c - Q_{c+1}) = M_c \quad \ldots\ldots\ldots(10)$$

وعندما يكون $(M = M_c)$ فأن خطة المعاينة المعرفة بالمقدار $\left(\frac{m_c}{p_2}, c\right)$ تحقق اصغر معدل فحص مقارنة بالخطة $\left(\frac{m_{c+1}}{p_2}, c + 1\right)$ وعندما $(M > M_c)$ يكون العكس صحيح.

ولتوضيح هذه الأفكار أذا كان :

$N = 2000$ حجم الدفعة
$p_1 = 0.02$ نسبة المعيب المقبولة في الأنتاج
$p_2 = 0.10$ نسبة المعيب غير المقبولة في الأنتاج
$\therefore M = Np_2 = 200 \quad p = \frac{p_1}{p_2} = 0.2$

من حل المتباينة اعلاه في المعادلة (10) نجد أن:

$$M_c = 220, \quad M_{c-1} = 116$$

وأن:

$$M_{c-1} < M \le M_c \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

بالاستعانة بجداول هالد (Hald 1981, p 462)، نحصل على قيم $(M_c)$، $(m_c)$ لمجموعة قيم:

$$c = 0(1)39 \qquad p = 0.05(0.05)0.05$$

حيث أن:

$$c = 5, \;\; m_c = 9.275$$

وأن العينة لنظام LTPD هو:

$$n = \frac{m_c}{p_2} = \frac{9.275}{0.10} = 92.75 \cong 93$$

وهذا يعني أن الخطة المناظرة لحجم الدفعة $(N = 2000)$ هي الخطة $[(n, c) = (93{,}5)]$، وتعني سحب عينة عشوائية حجمها $(n = 93)$ وحدة من الدفعة $(N = 2000)$ وفحص مفردات هذه العينة فإذا كان عدد المعيب فيها يساوي (5) أو اقل تقبل العينة ومن ثم تقبل الدفعة المنتجة، أما أذا كان عدد المعيب في العينة $(n = 95)$، أكبر من خمسة ترفض العينة ومن ثم يجري

فحص شامل للكمية المتبقية $(N-n)$ وعزل الوحدات المعيبة وأستبدالها بأخرى جيدة للحفاظ على سمعة المنتج في السوق المحلية والعالمية.

بعد أن أوضحنا كيفية تحديد معلمات خطة المعاينة المفردة $(n,c)$ طبقاً للنظام LTPD لم نأخذ زمن الأشتغال لحين الفشل بنظر الاعتبار، لذلك عملنا على تطوير هذه الخطط وإدخال معلمة جديدة تعتمد على وقت الأشتغال لحين الفشل وتوزيعه وتكون بذلك الخطة المستخرجة ثلاثية الأبعاد $\left(n,c,\frac{T}{\lambda_m^0}\right)$ بدلاً من أن تكون ثنائية $(n,c)$ لذلك تم متابعة أوقات الأشتغال لحين الفشل لعينة مستقلة من أجهزة الحماية التي تنتج في الشركة العامة للصناعات الألكترونية وهي عينة كاملة متكونة من (35) جهاز وأخذت الأوقات وتم التعرف على توزيعها وهذا موضح في الجانب التطبيقي حيث تم التوصل الى معرفة توزيع وقت الأشتغال لحين الفشل ووجد أنه متغير عشوائي يتبع التوزيع الأسي ذي المعلمتين $(\lambda,\delta)$ حيث $(\lambda)$ معلمة القياس و $(\delta)$ معلمة الشكل، وسوف يتم تقدير $(\lambda)$ وأعتبار $(\delta)$ معلومة وإدخال تقدير $(\lambda)$ في الخطط المصححة.

**3 – الجانب التطبيقي**

اخذت عينة عشوائية قوامها $(n=35)$ من منتوج أجهزة الحماية التي تنتج في الشركة العامة للصناعات الإلكترونية، أحدى شركات القطاع المختلط التابعة لوزارة الصناعة والمعادن، وهذه الأجهزة تنتج وفق طلبات خاصة ويتم فحصها من قبل الشركة ولكن لوحظ أن وقت الأشتغال لحين الفشل هو متغير عشوائي وكانت الأوقات المدونة (بالأشهر) كما موضحة في الجدول التالي:

جدول (1): وقت الأشتغال لحين الفشل (بالأشهر).

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6.899 | 1.28 | 3.576 | 1.864 | 6.419 | 2.43 | 3.15 | 3.5 |
| 3.4 | 3.9 | 4.1 | 4.8 | 5.35 | 5.609 | 7.78 | 7.42 |
| 8.34 | 9.02 | 6.26 | 6.29 | 8.67 | 5.62 | 6.32 | 3.41 |
| 6.23 | 7.40 | 5.33 | 0.897 | 10.97 | 8.90 | 4.9 | 3.91 |
| 10.74 | 10.53 | 10.63 | | | | | |

تم تبويب البيانات في جدول تكراري واختبار الفرضية الإحصائية :

$$H_0: t_i \sim GE(\lambda,\delta)$$
$$H_1: t_i \nsim GE(\lambda,\delta)$$

وكما يأتي:

$$Range = X_L - X_S + 1 = 10.74 - 0.897 + 1 = 10.843$$
$$k = 5\ ,\quad L = \frac{10.843}{5} = 2.17$$

| Classes | $f_i$ | Cell prob. | $E_i$ | $(O_i-E_i)^2/E_i$ |
|---|---|---|---|---|
| 0.897 – 3.067 | 4 | 0.1143 | 4.0005 | 0.000000062 |
| 3.067 – 5.237 | 10 | 0.2856 | 9.996 | 0.0000016 |
| 5.237 – 7.407 | 11 | 0.33428 | 11.6998 | 0.041857129 |
| 7.407 – 9.577 | 7 | 0.2001 | 7.0035 | 0.000001749 |
| 9.577 – 11.747 | 3 | 0.06572 | 2.3002 | 0.21290324 |
| Total | 35 | 1.0000 | | 0.2547638 |

وحيث أن وقت أستغال جهاز الحماية لحين الفشل هو متغير عشوائي، ومن خلال البيانات وجد أنه يتبع التوزيع الأسي العام $GE(\lambda,\delta)$ والمعرف بالمعادلة (12)، لذلك تركزت مشكلة البحث على تقدير معلمة القياس لهذا التوزيع $(\lambda)$، وقد تم تقديرها بطريقة الأمكان الأعظم والمربعات الصغرى وبواسطة المحاكاة، وأدرجت نتائج التقدير مع MSE ثم بعد ذلك حسبت قيم نسب المعيب من المعادلة (21) وباعتماد قيم $(\lambda_m)$ المقدرة وقيم $(\delta)$ الثابتة $(\delta=2,3,4)$، وأخذت مستويات بتر من وسيط وقت الأشتغال لحين الفشل $(\frac{T}{\lambda_m})$ وأفترضت أحتمالات قبول للمنتوج وأستخرجت معلمات خطة المعاينة المفردة $(n,c)$ الضرورية لفحص المنتوج بأعتبار $(n)$ حجم العينة، $(c)$ عدد الوحدات المعيبة المقبولة في العينة، وكتب برنامج بلغة $(Minitab)$ لأستخراج خطط عينات القبول من المعادلة (20) باعتبار $(\frac{T}{\lambda_m})$ مثبتة، وأن قيم $(p)$ تحسب من المعادلة (21)، ثم تطبق المعادلة (20) للبحث عن قيم $(n,c)$ التي تحقق هذه المتباينة ووضعت النتائج في الجدول رقم (2).

$$H_0: t_i \sim GE(\lambda,\delta)$$
$$H_1: t_i \nsim GE(\lambda,\delta)$$

تقارن قيمة $(\chi^2)$ المحسوبة مع الجدولية $(\chi^2_{tab(0.95,3)})$ حيث كانت القيمة المستخرجة هي:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} = 0.2547638 < 7.81$$

تقبل الفرضية $(H_0)$ أي أن توزيع البيانات في الجدول رقم (1) هو توزيع أسي عام وقد أفترضنا أن معلمة الشكل $(\delta = 2)$ في حين أن معلمة القياس $(\lambda)$ سيتم تقديرها وكذلك تم التوصل الى أن $(\bar{t} = 5.8735)$ وبعد التأكد من أن توزيع وقت الأشتغال لحين الفشل هو توزيع أسي عام ذي معلمتين نعرض كيفية تقدير معلمة القياس $(\lambda)$ واعتبار معلمة الشكل ثابتة، ثم اعتماد $(\hat{\lambda})$ في تصميم الخطط وحساب متوسط وقت الأشتغال لحين الفشل.

## 4 – تقدير معلمة القياس

سنوضح كيفية تقدير معلمة القياس $(\lambda)$ لتوزيع وقت الفشل الأسي:

$$f(t,\delta,\lambda) = \frac{\delta}{\lambda} e^{-\frac{t}{\lambda}} \left(1 - e^{-\frac{t}{\lambda}}\right)^{\delta-1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

بطريقتي الإمكان الأعظم والمربعات الصغرى.

**a – مقدر الإمكان الأعظم**

لأيجاد مقدر الأمكان الأعظم لمعلمة القياس $(\lambda)$ سيتم أولاً أيجاد الدالة الأحتمالية المشتركة:

$$L = \prod_{i=1}^{n} f(t_i;\delta,\lambda) = \left(\frac{\delta}{\lambda}\right)^n e^{-\sum\frac{t_i}{\lambda}} \prod_{i=1}^{n}\left(1 - e^{-\frac{t_i}{\lambda}}\right)^{\delta-1} \ldots \ \ldots \quad (13)$$

ثم بإدخال اللوغاريتم:

$$\log L = n\log\delta - n\log\lambda - \sum\frac{t_i}{\lambda} + (\delta-1)\sum\log\left(1 - e^{-\frac{t_i}{\lambda}}\right) \ \ldots.. \quad (14)$$

وباعتبار معلمة الشكل $(\delta)$ معلومة نشتق الى $(\lambda)$ فقط:

$$\frac{\partial \log L}{\partial\lambda} = -\frac{n}{\lambda} + \sum_{i=1}^{n}\frac{t_i}{\lambda^2} + (\delta-1)\sum_{i=1}^{n}\frac{-e^{-\frac{t_i}{\lambda}}\left(\frac{t_i}{\lambda^2}\right)}{\left(1-e^{-\frac{t_i}{\lambda}}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

$$\frac{\partial \log L}{\partial\lambda} = 0 \quad at \ \lambda = \hat{\lambda}$$

$$\hat{\lambda}_{MLE} = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{n} - \frac{(1-\delta)}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{t_i e^{-\frac{t_i}{\hat{\lambda}}}}{\left(1-e^{-\frac{t_i}{\hat{\lambda}}}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (16)$$

وهي دالة ضمنية بدلالة $(\hat{\lambda})$ تحل عددياً باستخدام طريقة نيوتن رافسن التكرارية Newton – Raphson Method وكما يلي:

$$\hat{\lambda}_{(i+1)} = \hat{\lambda}_{(i)} - \frac{f\left(\hat{\lambda}_{(i)}\right)}{f\left(\hat{\lambda}_{(i)}\right)}$$

Where $f\left(\hat{\lambda}\right) = \frac{1}{2}\sum t_i - \frac{n}{\hat{\lambda}} + \frac{\delta-1}{\hat{\lambda}^2}\sum\frac{t_i e^{-(t_i/\hat{\lambda}_i)}}{(1-e^{-(t_i/\hat{\lambda}_i)})}$

**b – مقدر المربعات الصغرى**

يستخرج مقدر المربعات الصغرى للمعلمة $(\lambda)$ من تصغير مربع الفرق بين الدالة الأحتمالية التجميعية وأحد مقدراتها اللامعلمية.

$$L = \sum_{i=1}^{n}\left[\left(1 - e^{-\frac{t}{\lambda}}\right)^{\delta} - \frac{i}{n+1}\right]^2$$

ثم نشتق هذه الدالة للمعلمة $(\lambda)$ بأعتبار $(\delta)$ معلومة.

$$\frac{dL}{d\lambda} = 2\sum_{i=1}^{n}\left[\left(1 - e^{-\frac{t}{\lambda}}\right)^{\delta} - \frac{i}{n+1}\right]\delta\left(1 - e^{-\frac{t}{\lambda}}\right)^{\delta-1}\left(-e^{-\frac{t}{\lambda}}\frac{t}{\lambda^2}\right)$$

$$\frac{1}{\lambda^2}\sum_{i=1}^{n} t_i\, e^{-\frac{t_i}{\lambda}}\left(1-e^{-\frac{t_i}{\lambda}}\right)^{2\delta-1} = \sum_{i=1}^{n}\frac{i}{n+1}\,\delta\left(1-e^{-\frac{t_i}{\lambda}}\right)^{\delta-1} \quad \ldots (17)$$

وهي أيضاً معادلة ضمنية بدلالة $(\lambda)$.

$$\hat{\lambda}^2_{OLS} = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i e^{-\frac{t_i}{\lambda}}\left(1-e^{-\frac{t_i}{\lambda}}\right)^{2\delta-1}}{\sum_{i=1}^{n}\frac{i}{n+1}\delta\left(1-e^{-\frac{t_i}{\lambda}}\right)^{\delta-1}} \qquad (18)$$

وهي معادلة ضمنية أيضاً بدلالة $(\lambda\ \&\ \delta)$، نختار قيم أولية الى $(\lambda\ \&\ \delta)$ ثم نطبق طريقة النقطة الصامدة التكرارية $(fixed\ point)$ حيث أن:

$$\hat{\lambda}^2_{i+1(OLS)} = g(\lambda_i)$$

وتم كتابة برنامج خاص بلغة $(Minitab)$ لحل المعادلة (18) لتقدير $(\lambda)$ بطريقة المربعات الصغرى.

## 5 – الجانب التجريبي

سيتم توليد البيانات من المعادلة التالية:

$$F = \left(1-e^{-\frac{t}{\lambda}}\right)^{\delta}$$

$$R = \left(1-e^{-\frac{t}{\lambda}}\right)^{\delta}$$

$$R^{1/\delta} = \left(1-e^{-\frac{t}{\lambda}}\right)$$

$$e^{-\frac{t_i}{\lambda}} = 1 - R_i^{1/\delta}$$

$$-\frac{t_i}{\lambda} = \ln\left(1-R_i^{1/\delta}\right)$$

$$t_i = -\lambda \ln\left(1-R_i^{1/\delta}\right) \quad \ldots.. \qquad (19)$$

سيتم توليد عينات ذات حجوم $(n = 15,25,50,100)$ وتكرر كل تجربة $(R = 100)$ ويتم تقدير المعلمة $(\lambda)$ بطريقتي الأمكان الأعظم والمربعات الصغرى (بأعتبار أن $\delta$ معلومة) وتقارن النتائج بواسطة المقياس الأحصائي متوسط مربعات الخطأ $(MSE)$، وسوف نفترض أن $(\delta = 2)$ لأن هذا الأفتراض يضمن أن متوسط وقت الحياة للوحدات المنتجة والمختبرة هو (50%) من وقت الأشتغال ويتم أعتماد قيم معلمة القياس $(\hat{\lambda}_{MLE}, \hat{\lambda}_{OLS}, \hat{\lambda})$ المتحققة عند أصغر (MSE) في تصميم خطط عينات القبول للنظام (LTPD) الناتجة من حل المعادلة:

$$\sum_{i=0}^{c} C_i^n\, p^i q^{n-i} \le 1 - p^* \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ldots \quad (20)$$

حيث $(p^*)$ معلومة وأن:

$$p = F_{GE}(T,\delta,\lambda) = \left(1-e^{-\frac{T}{\lambda m}}\right)^{\delta} \quad \ldots\ldots\ldots.. \ (21)$$

وأن قيم $(\lambda m)$ معلومة ويمكن أن تساوي وسيط قيم $(\hat{\lambda}_m)$ المقدرة أو تساوي القيمة المقابلة لأصغر متوسط مربعات خطأ ممكن. أما $(T)$ فهي قيم تحدد من متوسط وقت الأشتغال لحين الفشل وقد أعتبرت قيم:

$$\frac{T}{\lambda m} = 0.628, 0.942, 1.57, 3.2$$

ويمكن أخذ مستويات أخرى وكذلك أفترضنا أن:

$$p^* = 0.90, 0.95, 0.99$$

وأعتبرت $(\delta = 2)$ ثم حسبت قيم $(p)$ من المعادلة (21) وكتب برنامج خاص بواسطة $(Minitab)$ للمعادلة (20) وأستخرجت خطط عينات القبول في جدول يضم خطط عينات القبول للحصول على متوسط حياة للوحدات المنتجة أكبر من الوسيط وبأحتمال $(p^*)$ وقيم $(c)$ المناظرة.

**جدول (2):** خطط عينات القبول لمستويات مختلفة من $(\frac{T}{\lambda_0})$

| $p^*$ | $c$ | 0.628 | 0.942 | 1.57 | 3.2 |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.90 | 0 | 7 | 3 | 2 | 0 |
| | 1 | 12 | 7 | 4 | 1 |
| | 2 | 15 | 10 | 6 | 2 |
| | 3 | 18 | 13 | 7 | 4 |
| | 4 | 20 | 15 | 9 | 5 |
| | 5 | 25 | 18 | 11 | 6 |
| | 6 | 28 | 20 | 12 | 7 |
| | 7 | 30 | 23 | 14 | 8 |
| | 8 | 35 | 25 | 17 | 9 |
| | 9 | 40 | 28 | 18 | 10 |
| | 10 | 44 | 30 | 20 | 12 |
| 0.95 | 0 | 6 | 5 | 3 | 1 |
| | 1 | 9 | 9 | 5 | 3 |
| | 2 | 15 | 12 | 6 | 5 |
| | 3 | 18 | 14 | 8 | 5 |
| | 4 | 20 | 17 | 10 | 6 |
| | 5 | 22 | 20 | 11 | 7 |
| | 6 | 25 | 25 | 13 | 10 |
| | 7 | 29 | 28 | 15 | 12 |
| | 8 | 34 | 30 | 16 | 13 |
| | 9 | 38 | 34 | 18 | 14 |
| | 10 | 42 | 40 | 20 | 16 |
| 0.99 | 0 | 12 | 8 | 4 | 2 |
| | 1 | 18 | 12 | 6 | 3 |
| | 2 | 20 | 15 | 8 | 4 |
| | 3 | 26 | 18 | 10 | 7 |
| | 4 | 32 | 21 | 12 | 8 |
| | 5 | 37 | 24 | 13 | 8 |
| | 6 | 42 | 27 | 15 | 9 |
| | 7 | 45 | 30 | 17 | 10 |
| | 8 | 51 | 32 | 18 | 11 |
| | 9 | 65 | 35 | 20 | 13 |
| | 10 | 60 | 38 | 22 | 14 |

فمثلاً من الجدول (2) نجد أنه عندما $(\frac{T}{\lambda m} = 0.628)$، $(p^* = 0.90)$ فأن أحدى الخطط هي $(n, c)$، (20,4) وتعني هذه الخطة سحب عينة عشوائية من الأنتاج بعد مرور (62.8%) من وقت التشغيل، حجم هذه العينة هو $(n = 20)$ وتفحص جميع وحدات العينة فأذا كان عدد المعيب في هذه العينة $(c \leq 4)$ تقبل العينة ثم تقبل الدفعة المتبقية $(N - n)$، وعندما $(c > 4)$ ترفض العينة وتبحث أسباب أنحراف النوعية هل هي بسبب المواد الأولية، أو العملية الأنتاجية أو أنقطاع التيار الكهربائي، وغيرها من الأسباب الأسنادية والعشوائية التي تؤدي الى أنحراف النوعية.

ويمكن أيجاد أحتمالات القبول لخطة المعاينة $(n, c, T/\lambda^0 m)$ ويستخرج هذا الأحتمال من جدول المعادلة التالية والتي تمثل أحتمال القبول للدفعة $(N)$.

$$\begin{aligned} oc(p) &= pr(accepting\ the\ lot\ N) \\ &= pr(x \leq x) \\ &= \sum_{i=0}^{c} C_i^n\, p^i q^{n-i} \qquad \ldots (22) \end{aligned}$$

وتستخرج قيمة $(p)$ من قيمة الدالة التراكمية للتوزيع عند وقت محدد (T للفشل) والمعلمة المقدرة $(\lambda)$ و $(\delta)$ المعلومة، وكما ذكرنا فهي تساوي:

$$p = F_{GE}(T, \delta, \lambda) = \left(1 - e^{-\frac{T}{\lambda m}}\right)^{\delta}$$

وتعتمد قيمة $(p)$ على النسب $(\frac{T}{\lambda m})$ وهذه قد أعتمدت مسبقاً في الجدول رقم (2)، والنتائج المبينة في الجدول رقم (3) توضح قيم أحتمالات القبول لخطة المعاينة المستخرجة والتي أدرجت في الجدول رقم (2). وقد أعتمدت نسبة الوقت الحقيقي لعمر الجهاز الى وقت البتر (وقت الأشتغال لحين الفشل) وعرضت النسب بالمقدار:

$$T/\lambda^0 m = 0.628 \quad 0.942 \quad 1.57 \quad 3.2$$

بأعتبار أن متوسط وقت الحياة للوحدات المنتجة يشكل (50%) من وقت الحياة الكلي وأعتبرت مخاطرة المنتج $(\alpha = \alpha_0)$ وهي أحتمال رفض منتوج جيد تساوي $(\alpha = 0.05)$ وهنا تم تثبيت:

$$p^*, \frac{T}{\lambda m}, c, n$$

وأستخرجت أحتمالات القبول من المعادلة (22).

**جدول (3):** أحتمالات القبول

| $p^*$ | $n$ | $\frac{T}{\lambda m}$ | $c$ = 2 | $c$ = 5 | $c$ = 8 | $c$ = 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.90 | 18 | 0.628 | 0.7507 | 0.9882 | 0.9963 | 0.9988 |
| | 10 | 0.942 | 0.6993 | 0.9785 | 0.9975 | 0.9978 |
| | 7 | 1.57 | 0.5796 | 0.9556 | 0.9927 | 0.9983 |
| | 3 | 3.2 | 0.4952 | 0.8400 | 0.9622 | 0.9887 |
| 0.95 | 20 | 0.628 | 0.6634 | 0.9776 | 0.9972 | 0.9975 |
| | 12 | 0.942 | 0.6987 | 0.9641 | 0.9988 | 0.9995 |
| | 8 | 1.57 | 0.5697 | 0.9556 | 0.9983 | 0.9998 |
| | 5 | 3.2 | 0.3443 | 0.9875 | 0.9932 | 0.9991 |
| 0.99 | 24 | 0.628 | 0.4943 | 0.9554 | 0.9988 | 0.9996 |
| | 15 | 0.942 | 0.4252 | 0.9355 | 0.9977 | 0.9993 |
| | 10 | 1.57 | 0.3520 | 0.9007 | 0.9970 | 0.9911 |
| | 6 | 3.2 | 0.2961 | 0.8061 | 0.9874 | 0.9985 |

فمثلاً من الخطة $(p^* = 0.9, \frac{T}{\lambda m} = 0.942, c = 5, n = 10)$ يكون أحتمال قبول الخطة $(c = 5, n = 10)$ لفحص المنتوج هو (0.9785)، وهو أحتمال قبول عالي، لأنه من جراء تطبيق هذه الخطة عند مستوى بتر لوقت الأشتغال لحين الفشل (0.942) فأن أحتمال القبول الناتج (0.9785) هو أحتمال عالي تكون عنده مخاطرة المنتج صغيرة جداً. وهكذا يمكن تفسير بقية الأرقام.

## الأستنتاجات والمقترحات:

1- وجد أن توزيع وقت الأشتغال لحين الفشل لمنتوج جهاز الحماية المنتج في الشركة العامة للصناعات الإلكترونية هو متغير عشوائي يتبع التوزيع الأسي العام ذي المعلمتين $(GE(\lambda, \delta))$.

2 – تعتمد الخطط المستخرجة من نموذج $(Hald)$، على عدم أدخال زمن الفحص أو الأشتغال لحين الفشل بنظر الأعتبار، صحيح أن خطط $(Hald)$ هي أساس تطوير البحث في موضوع السيطرة النوعية وخطط عينات القبول ولكن بمرور الزمن أصبح تصميم خطط عينات قبول مختلفة تحت شروط تحقق مخاطرة المنتج والمستهلك ضرورة ملحة.

3 – وجد أن متوسط وقت الأشتغال لحين الفشل لجهاز الحماية يساوي $(\bar{t} = 5.8735)$ شهر، وهذا المتوسط ضروري معرفته لأن الشركة تنتج أنواع من أجهزة الحماية المختلفة المطلوبة للأجهزة الطبية وغيرها، ولا بد أن تكون هذه الأجهزة تحت السيطرة النوعية التامة.

**واهم مقترحات الباحث هي:**

1. بالإمكان اعتماد طرائق اخرى مثلا استخدام طريقة بيزية او طريقة العزوم لايجاد تقدير القياس
2. اعتبار معلمة الشكل مجهول اضافة الى معلمة القياس ويتم تقديرها .

## References :

[1] Aslam, M. and Jun H.ch (2009) , A Group acceptance sampling plans for truncated life test based on the inverse Rayleigh and log-logistic distribution , pak .Journal of statistic ,vol. .25,No 2 , pp107-119 .

[2] Aslam, M. and Shahbaz, Q.M. , (2007) , Economic Reliability test plans using the generalized exponential distribution, journal of statistics vol 14 , pp 53-60.

[3] Dodge, H. F. and Romig, G. H. G. (1959), "Sampling inspection tables". 2nd edn. John Wiley & sons, New York.

[4] Guenther, Williams c. (1977) " sampling in spection in statistical Quality controe "

[5] Hald A. (1968) " Bayesian single sampling Attribute plans for continuous Dist." Tech . Vol. 10 ,pp667-679.

[6] Hald, A. (1981), "Statistical Theory of Sampling Inspection by Attributes", Academic press INC. (London).

[7] Kantam, R.R. L. and Rosaiah, K. (1998), Half logistic distribution in acceptance sampling based on life tests, IAPQR Transactions, vol.23, no. 2, pp117-125.

[8] Kundu,D. and Gupta, R.D. , (2005) , Estimation of $P(Y< X)$ for Generalized Exponantial Distribution , metrika vol.61 , no.(3), 291-308, 2005.

[9] Lawless, J. F. (1982). “Statistical Models and Methods for Life Time Data”; John Wiley & Sons, New York.

[10] Nasiri, P., (2010), Estimation of the parameters of the Generalized Exponential Distribution in the presence of one outlier Generalized from Uniform distribution, Applied Mathematical Sciences,Vol. 4 , pp 2391-2404.

[11] Raqab, Z.M. and Ahsanullah, M., (2001) , Estimation of the location and scale parameters of generalized exponential distribution based on order statistics , journal of statistic and computer simulation, vol.69, pp 109-123.

[12] Rosaiah, K., Kantam, R. R. L. and Santosh Kumar, Ch. (2007). “Reliability of Test Plans for Exponentialed log-Logistic Distribution”; Economic Quality Control, 21(2), 165-175.

[13] الجنابي ، ضوية سلمان حسن (1991)، استخدام أساليب اتخاذ القرار لبناء أفضل نموذج لدالة الكلفة في السيطرة النوعية ، أطروحة دكتوراه ، كلية الإدارة والاقتصاد –جامعة بغداد.