دراسة عددية لنظام هينون ذي الأبعاد العالية

[1]قحطان عدنان حميد و [2]حسن عبد الله سلطان
[1]قسم المكننة الزراعية/ كلية الزراعة
[2]قسم الفيزياء / كلية التربية
جامعة البصرة /البصرة /العراق

ISSN –1817 –2695
((الاستلام 2011/3/8،القبول 2011/5/8))

ملخص :

هذا البحث يمثل دراسة عددية لنظام هينون معمم للبرهنة على حصول تصرفات حركية مختلفة باستعمال السلاسل الزمنية و الجاذبات و أطياف القدرة للمتغير الأساس في النظام . أكدت النتائج المستحصلة ولادة أنواع جديدة من الجاذبات عدم استقرارية.

الكلمات المفتاحية : تحويل هينون ، نظام هينون معمم ، الجاذبات ، أطياف القدرة.

المقدمة :

في سنة 1976 أضاف هينون Henon جاذب جديد [1] (أخذ أسمه من الباحث نفسه) الى ماكان معروفا من جاذبات لغاية ذلك الوقت[2] . يقصد بالجاذب علاقة ترسم في بعدين بين متغيرين مترابطين أو في ثلاثة أبعاد بين متغيرات النظام قيد الدراسة.

ففي حالة الليزر يمكن رسم العلاقة بين تغير المجال الكهرومغناطيسي مع الزمن و تغير استقطاب الوسط أو فرق التعداد مع الزمن وفي حالة البندول هنالك علاقات مترابطة بين كل من الإزاحة و السرعة و التعجيل ....الخ.

جاذب هينون Henon attractor أو تحويل هينون Henon map ذي بعدين وان تصرف التحويلات الفوضوية ذات الإبعاد الواطئة Low dimensional (أقل من ثلاثة) تم التعرف لها ودراستها بكثافة [3] لذلك فأن الاهتمام تحول ألان (خلال العشر سنوات الأخيرة) إلى الأنظمة المعقدة ذات الإبعاد العديدة High dimensional التي تقترب من العالم الحقيقي على الرغم من إن دراسة أنظمة الإبعاد الواطئة لا تقود بالضرورة أو لا تمتد إلى الأنظمة ذات الابعاد العديدة التي تمتاز بأنها تختلف ، و أحيانا تكون ابسط بالمقارنة .

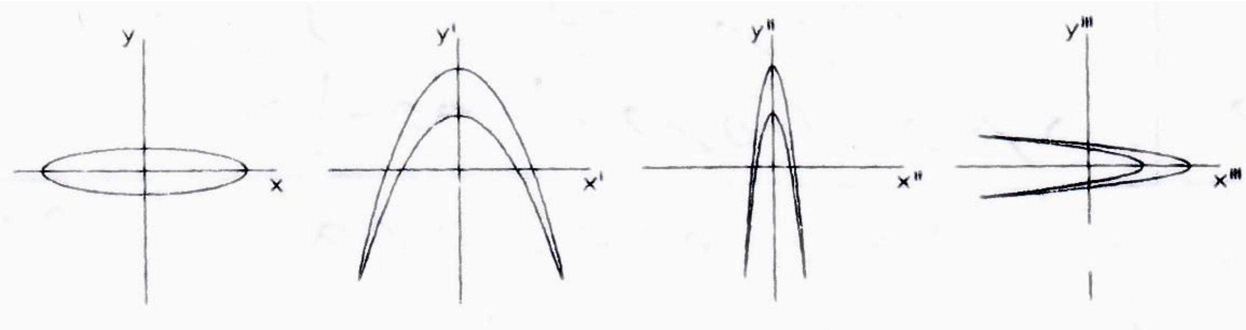
إنموذج هينون أو تحويل هينون الأصلي يكتب على شكل [1]

$$X_{i+1} = y_i + 1 - aX_i^2 \text{ ---------(1a)}$$

$$Y_{i+1} = bX_i \text{ ----------------- (1b)}$$

b,a ثابتان

ونتج هذا الإنموذج من تصور اهليج أفقي مساحتهُ a يتحول بواسطة عملية رياضية $T^{/}$ إلى b ثم إلى c وأخيراً إلى d عن طريق عمليتين اخرتين $T^{//}$ و $T^{///}$ كما هو موضح في الشكل (1).



a b c d

شكل (1) مساحة ابتدائية a تتحول عن طريق $T^{/}$ إلى b ثم إلى c عن طريق $T^{//}$ و إلى d عن طريق $T^{///}$ و النتيجة تحويل T حيث $T=T^{///}\,T^{//}T^{/}$

الانموذج في الدراسة الحالية :

بعد دراسات مستفيضة استمرت لغاية 2008 [4-9] ظهر تحسين على الانموذج الأصلي لـ هينون من قبل Sprott [10] حيث تم تحويل الانموذج من بعدين إلى ابعاد غير محدودة عن طريق إضافة تأخير (d) 2 delay مما أدى بالانموذج لان يكتب على شكل [10]

$X_i = 1 - aX_i^2 - 1_{(d)} - d$ ………(2)

إنموذج هينون الأصلي أعطى تصرفات معقدة لقيمتي b,a بمقدار 1.4, 0.3 على التوالي .

الانموذج في المعادلة رقم (2) لم يحظى بدراسة عددية مفصلة لدراسة اثر كل من مقدار التأخير d او قيمتي كل من b,a

النتائج:

استندت عملية استخراج النتائج إلى البرمجة بلغة matlabإذ يتم حل النظام (2) بالاعتماد على طريقة Runge-Kutta العددية ذات المرتبة الرابعة المعروفة لكل قيمة من قيم التأخير d (1-10) ثم اختيار قيم كل من a لتتغير من (0.1-2) بواقع 7 قيم مختلفة و 5 قيم للثابت b تتراوح بين (1.0 و 5.0) ولجميع هذه القيم فقد تم اختيار قيم ابتدائية واحدة. وكتابة برنامج خاص لحساب طيف القدرة أذ تم استخراج التصرف الزمني لـ Xn و ثم ترسم الجاذب وطيف القدرة بطريقة تحويل فورير السريع (FFT) Fast Fourier Transform . وكالأتي:

عندما d=1 يكون لدنيا تحويل يكافئ تحويلا منطقيا ذو مرتبة واحدةOne dimensional logistic map ومع ذلك فأن النتائج في الشكل(2) تشير إلى إمكانية حصول حركيات تبدأ بتردد منفرد وتستمر كذلك بوجود جاذب يشبه جاذب هينون .

أما عندما d=2 فالتحويل هو تحويل هينون ذو البعدين إذ يزداد عدد الترددات الحاصلة في التصرفات . وعندما d=3 فان الحركيات تتعقد ويتطور الجاذب ليشبه جاذب هينون تقريبا كما في الشكل (3) . لكن عندما d=4 تتبسط الجاذبات و الترددات كثيراُ كما موضح في الشكل (4). وعند d=5 تعود الحركيات تتعقد على شكل جاذب شبيه بجاذب هينون وحركيات زمنية معقدة وطيف قدرة يوحي بوجود حالات فوضوية كما في الشكل (5) . الجاذب معقد ويكاد لا يشبه جاذب هينون على الرغم من تناقص عدد الترددات كما موضح ذلك من طيف القدرة . كما يلاحظ أن النظام يتجه الى البسيط (تعقد حالته الفوضوية بزيادة قيمتي a و b).

عندما d=6 تظهر الإبعاد الكسوريه في الجاذبات كما في شكل (6) مع ظهور جاذبات جديدة . كما يلاحظ أن النظام هنا تصبح حركياته أكثر تبسيطا".

أما عندما d=7 فأن التصرفات لاتزال معقدة معقدة مع ظهور جاذب هينون مرة أخرى وحالة من الفوضى وتمتاز الجاذبات بظهور الإبعاد الكسوريه كما في الشكل (7). ويكون شكل النظام مشابها" لذلك الذي حدث عند d=5 اذ يتجه الى التبسيط.

وعندما d=8 تصبح الحركيات أبسط كما في الشكل (8) كما يظهر جاذب الحلقة المنفردة أو limit cycle (المقدار المقيد).

عندما d=9 يستعيد جاذب هينون التصرف الفوضوي الذي كان يظهره كما في d= 5 و d=7 كما في الشكل (9) ثم تبدأ الحركيات بالتعقد كثيرا بظهور جاذبات معقدة جدا وظهور حالات فوضوية .

وعندما d=10 تمتاز الحركيات بغزارتها كما يتضح ذلك في الشكل (10) فهنالك مختلف الجاذبات الشبيهة بجاذب هينون وجاذبات أخرى بسيطة واخرى معقدة كما تمتاز الترددات بتنوعها .

المناقشة :

النتائج المستحصلة توكد بان نظام هينون لازال صامدا ولم ينهار بل العكس على الرغم من زيادة أبعاده بشكل كبير نسبيا مع ذلك هنالك مديات محدودة للثوابت الظاهرة من الانموذج (a,b) اظهر فيها الانموذج تصرفات جديدة .

وقد أعطت النتائج جاذبات هينون جديدة تشبه المعروفة لكنها تتمتع بتفاصيل في حالة الكسوريات و تزاحم المسارات و كثرتها و تحول الجاذب أحيانا الى جاذب أشبه بجاذب أو جاذبات Rossler المتنوعة . ان عملية زيادة ابعاد تحويل هينون قادت إلى حركيات جديدة مختلفة حيث نتجت عنها جاذبات جديدة بسيطة وأخرى معقدة. إن أطياف القدرة توحي بإمكانية أن يتصرف النظام بحالة من الفوضى العارمة.

قائمة المصادر

References

1-M.Henon, A two-dimensional mapping with a strainge attractor, Commun .Math . Phys. 50, 69-77 (1976).

2- "Bifurcation theory and applications in scientific disciplines" eds.O.Gurel and O.E. Rossler, V-316, New York Academy of Sciences , New York (1979) .

3- J.C.Sprott , Chaos and time-series analysis , Oxford University press , Oxford (2003).

4- B.Banhelyi and T.Csendes , A verified computational technique to locate chaotic regions of Henon systems , 6th Int . conf: Appli . Infor (1-8) eger ,Hungary, Jan . 27-31 (2004).

5- Lect . 13-The Henon map: dynamical systems and chaos, 56-59 Website and open them with "chaos for java (2005).

6- J.M.Tchuenche, N.S.Mbare and P.O.K.Aiyelo , Int.Math.For.,no 35,1729 – 1731 (2006).

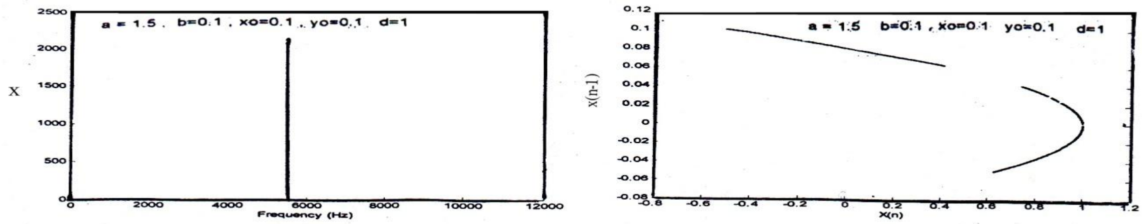
7- Invariant set for Henon map http://sci.tech-archive.net /Archive/ sci. math/2007-05/msg 03451.html.

8- J.M. Seoane , S.Zambrano and M.A.F.Sanjuan,Teaching nonlinear dynamics and chaos for biginners , Lat. Am .J . phys .Educ . 2 , 205 – 211 (2008).

9- A.S.de Paula and M.A. Savi , A multiparameter chaos control method applied to maps . Braz.J. physics , 38 , 536 – 542 (2008).

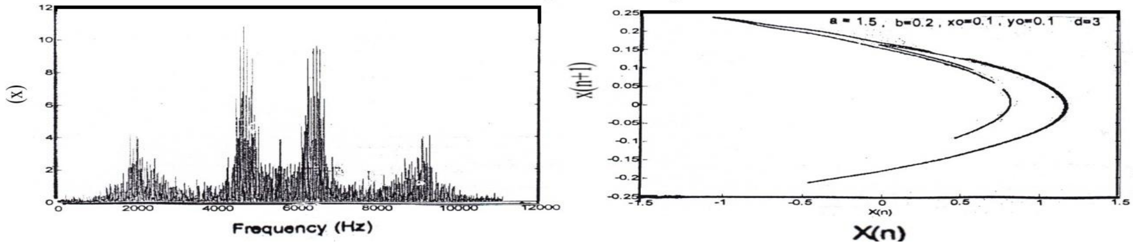
10-J.C.Sprott , High – dimensional dynamics in the delayed Henon map, E J T P , 3 , 19 – 35 (2006) Electronic J.theoretical physics.

a=1.5, b=0.1 , d=1



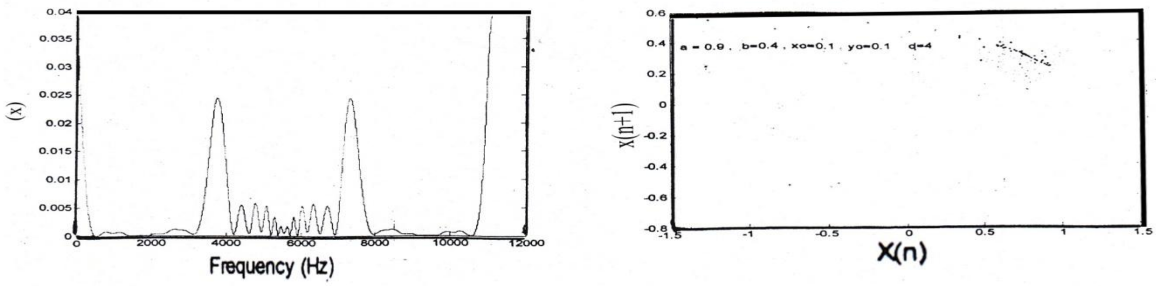
شكل رقم (2) جاذبات وطيف قدرة عندما a=1.5, b=0.1, d=1

a=1.5 ,b=0.2 ,d=3



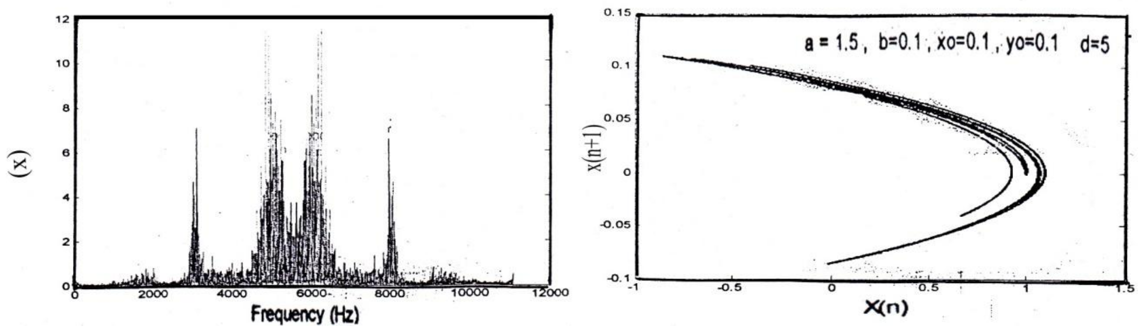
شكل رقم (3) جاذبات وطيف قدرة عندما a=1.2, b=0.3, d=3

a=0.9,b=0.4,d=4



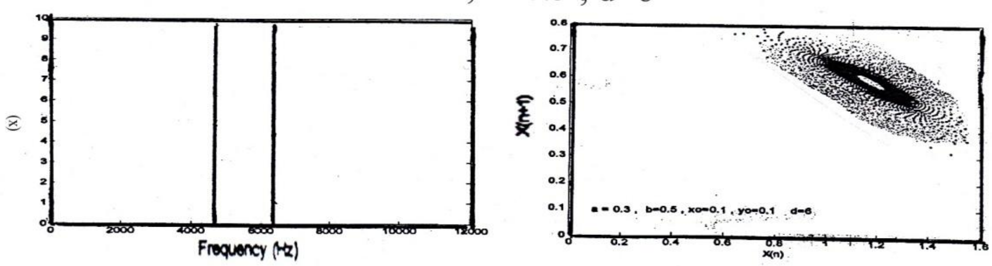
شكل رقم (4) جاذبات وطيف قدرة عندما a=0.9, b=0.4, d=4

a=1.5, b=0.1 , d=5

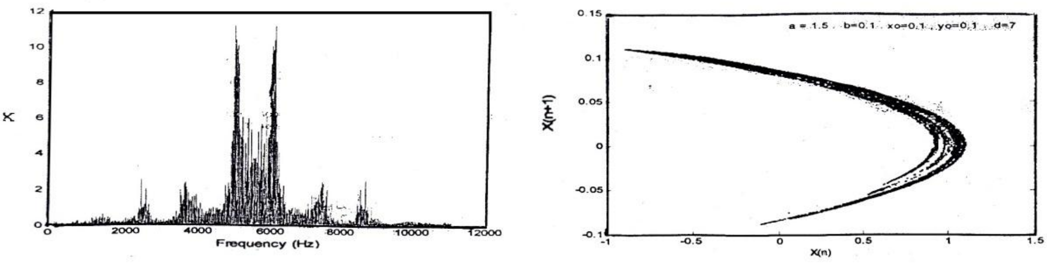


شكل رقم (5) جاذبات وطيف قدرة عندما a=1.5, b=0.1, d=5

a=0.3 , b=0.5 , d=6

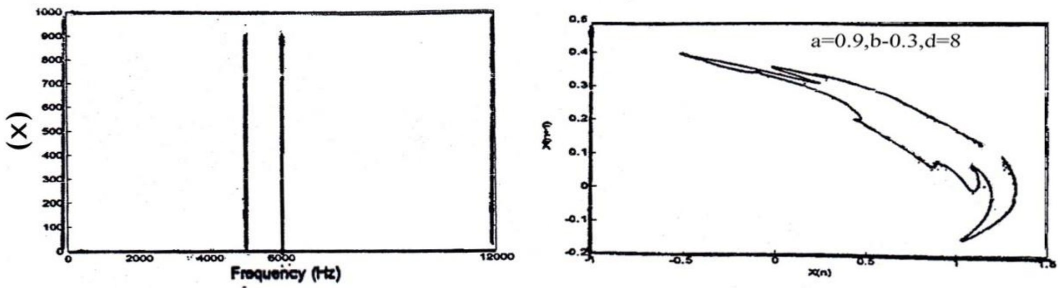


شكل رقم (6) جاذبات وطيف قدرة عندما a=0.3, b=0.5, d=6 a=1.5 , b= 0.1,d=7



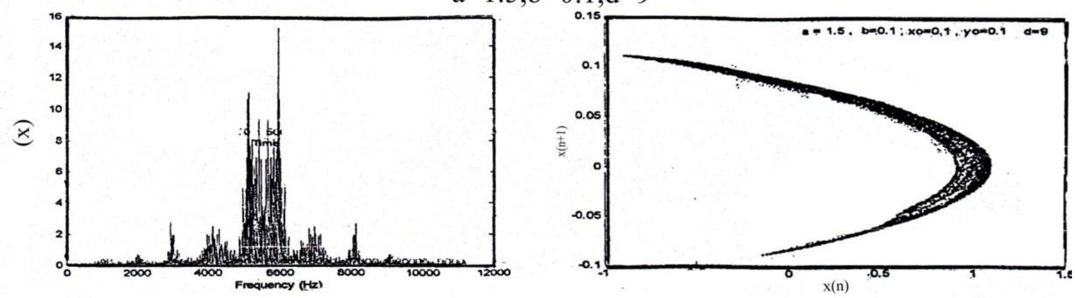
شكل رقم (7) جاذبات وطيف قدرة عندما a=1.5, b=0.1,d=7

a=0.9,b-0.3,d=8



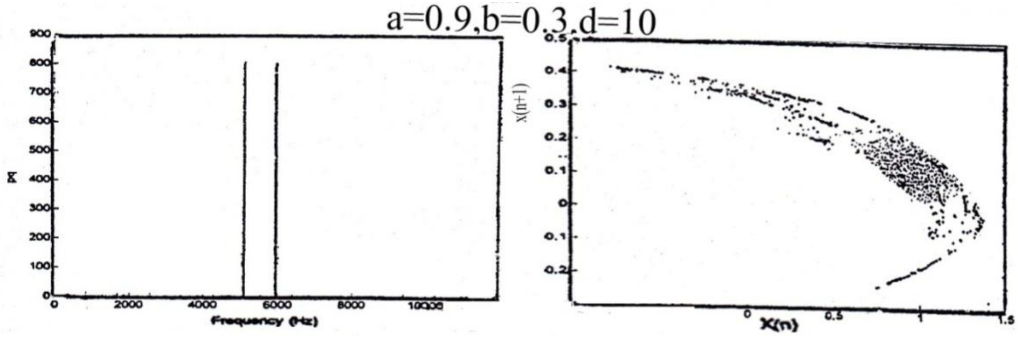
شكل رقم (8) جاذبات وطيف قدرة عندما a=0.9, b=0.3, d=8

a=1.5,b=0.1,d=9



شكل رقم (9) جاذبات وطيف قدرة عندما a=1.5, b=0.1, d=9

a=0.9,b=0.3,d=10



شكل رقم (10) جاذبات وطيف قدرة عندما a=0.9, b=0.3, d=10

Numerical study of high dimensional Henon system

[1]Kahtan Adnan Hameed and [2] H. A. Sultan

[1]Department of Machenary Agriculture, College of Agriculture
[2] Department of Physics, College of Education
University of Basrah, Basrah , Iraq

Abstract:

This paper presents the numerical study of a generelized Henon system to show various types of dynamical behaviors using time series, attractor's as well as the spectral distribution of the main variable. Results indicated the generation of new types of attracters with severe instabilities.

key words : Henon map, Generalized Henon system, Attractors, Power specta.