

Studying the Effect of Random Media on the Detection of High Frequency Sources

دراسة تأثير الوسط المتغير عشوائيا على كشف المصادر ذات الترددات العالية

عباس احمد علي
جامعة كربلاء/ كلية العلوم/ قسم الفيزياء

الخلاصة:

ان نتائج هذا البحث تبين كيفية تأثير العشوائية وعدم التحديد في الشروط الحدية لمواصفات المصادر (مصادر الترددات العالية) وكذلك حركة المصدر والمستقبل على احتمالية كشف مصادر الترددات العالية والضيقة (narrow band). باستخدام نموذج الأشعة الصوتية نستطيع اشتقاق تعبير للانتشار الطيفي الذي يتسبب عن الحركة خلال وسط عشوائي وغير متجانس. إن الانتشار الطيفي يقلل من احتمالية كشف الإشارات ذات الترددات الضيقة. في هذا التحليل استخدمنا طريقة القيمة العظمى للانتروبي (MEM). إن القيمة العظمى للانتروبي تستخدم لحساب مقدار الدقة ومتوسط القيم للمستقبل ومواصفاته العملية سواء كان الكاشف فعالاً (يصدر اموجا صوتية) او من النوع الخامد (يستقبل فقط الامواج) عندما تكون نسبة الإشارة الى الضوضاء الموجودة مقدارا متغيرا بصور عشوائية.

Abstract

The results of this paper show how randomness and/or uncertainty of medium, boundary conditions, source characterization, and source and receiver motion effects the probability of detection of narrow band, high frequency source. Using ray acoustic model, we derive expressions for loss of time coherency and its dual, spectral spreading that is caused motion through a medium with random boundary condition and inhomogeneities. Spectral spreading decreases probability of detection of narrow band singles. In this analysis both the usual knowledge and the essential uncertainty are incorporated into problem formulation by separating propagation models and boundary conditions into deterministic and random parts.

Maximum entropy method (MEM) is used to incorporate essential uncertainty into model.

Maximum entropy method uses what is known in its model, but models what is not known with maximum uncertainty. It does not make any unwarranted assumptions about unknown parameters. MEM is used to calculate confidence intervals and mean values of receiver operating characteristics of high-frequency passive and active sonar detectors when signal to noise ratio is a random variable.

المقدمة: Introduction

موضوع البحث المقدم يناقش كيفية تأثير العشوائية وعدم الدقة في تحديد حدود وسط منتشر ومواصفات المصدر وكيفية تأثيرها على السونارات الخاملة والفعالة وكيفية التأثير على عمل سونارات كشف الترددات العالية. ان حركة المصدر والمستقبل من خلال وسط منتشر يؤدي الى تغير في سرعة الصوت المنتشر. ان المواصفات المتغيرة عشوائيا تؤدي الى تغير في مواصفات الموجة المنتشرة في الوسط العشوائي. وهذا يؤدي الى انقاص ترابط الإشارة ويؤدي الى الانتشار الطيفي (spectral spreading) وازدياد في الانتروبيا للإشارة. ان صعوبة عمليات تحليل السونار تتزايد من خلال عدم التاكيد من شدة المصدر ونموذج الهدف والشروط الحدية والضوضاء ومواصفات وخصائص نظام الاستقبال. كل هذا يعتبر ان عملية تحليل السونار يجب ان تعكس مقدار عدم الدقة في قياسات السونار.

ان هذا يمكن ان ينجز من خلال طريقة الانتروبيا العظمى (MEM). في هذا البحث قمنا باشتقاق دالة لاحتمالية (P.D.F) (probability density functions) المطلوبة لحساب قيم الدقة والقيم المتوسطة لمواصفات المستقبل (ROC) (receiver operating characteristics) لنموذج فعال وخامد يعمل في وسط منتشر عشوائيا.

في حالة بارامترات الوسط العشوائية فان الكشف الاحصائي هو دالة لهذه البارامترات لذلك فان احتمالية الكشف الابتدائي (detection threshold) والذي يعطي تنبيه خاطئ هو عملية عشوائية بحيث تكون (PDF) لها يمكن كتابتها بالشكل $f_D(\theta)$ حيث (θ) بارامترات عشوائية متعلقة بالوسط. كمثال بسيط على ذلك فان (θ) تمثل نسبة الإشارة الى الضوضاء. ان العشوائية في (θ) تتضمن عدم التأكد من شدة المصدر، فقدان الانتشار والضوضاء الخلفية (background noise) لقد قدمنا نموذج انتشار الترددات العالية في وسط متغير زمنيا ثم قدمنا مختصرا لطريقة القيمة العظمى للانثروبيا لايجاد P.D.F.

النظرية: Theory

نموذج انتشار الترددات العالية في وسط متغير عشوائيا مع الزمن

لنفترض ان كل من المصدر و المستقبل في حالة حركة في وسط منتشر وبحود عشوائية. تحت هذه الظروف فان الصوت ينتشر في خلال وسط متغير زمنيا او وسط عشوائي.

ان الانتشار في وسط عشوائي يمكن ان يمثل بدالة كرين العشوائية [1] stochastic Greens functions او بتعبير آخر بواسطة دالة الانتشار العشوائية [2] random spreading function.

ان دالة الانتشار هي اكثر ملائمة لتحليل انظمة عمليات الإشارة ولاشتقاق (ROCs) للسونار الفعال والخامد في وسط عشوائي. دالة الانتشار هي دالة تبين كيفية ان الوسط العشوائي يغير الإشارة من ناحية الزمن والتردد.

ان دوال الاستطارة scattering function التي استخدمت على نطاق واسع لتحليل وتركيب السونار والرادار وانظمة الاتصالات يمكن ان تحسب من دوال الانتشار [1] spreading function. ان ضوضاء الداخلة الى المستقبل ومركبة الإشارة $y(t)$

$$y(t) = \iint_{T,\Omega} b(\tau,\omega) [U(\tau,\omega)s(t)] d\tau d\omega, \dots\dots\dots (1)$$

حيث ان $b(\tau,\omega)$ هي دالة الانتشار و $U(\tau,\omega)$ تحويل احادي unitary transformation الذي يحول الإشارة $s(t)$ كما في ادناه:

$$[U(\tau,\omega)s(t)] = s(t-\tau)\exp(-j\omega\tau)\dots\dots\dots (2)$$

هنا τ تمثل مقدار التاخر (delay) و ω تغير التردد (تأثير دوبلر) في حالة السونار الفعال. [4] وطبقا الى مفهوم الأشعة الصوتية فان الطرائق المتعددة و المختلفة التي تسلكها الموجة يمكن ان تصاغ على شكل جمع لموجه منفردة منتشرة.

$$y(t) = \sum_i \int_{T_i} \int_{\Omega_i} b_i(\tau_i,\omega_i) [U(\tau_i,\omega_i)s(t)] d\tau_i d\omega_i, \dots\dots\dots (3)$$

حيث ان $b_i(\tau_i,\omega_i)$ في المعادلة (3) هي دالة الانتشار للأشعة رقم (i). لنفرض ان R_{ss} هي الإشارة الصادرة من المصدر وان R_{yy} هي الإشارة الواصلة الى المستقبل

$$R_{yy}(\tau) = R_{ss}(\tau) \sum_i \int_{T_i} \int_{\Omega_i} S(\tau_i,\omega_i) \exp(j\omega_i\tau) d\tau_i d\omega_i, \dots\dots\dots (4)$$

حيث $S(\tau_i,\omega_i)$ هي دالة الاستطارة المحسوبة من دالة الانتشار كما في ادناه:

$$S(\tau_i,\omega_i) \delta(\tau_i - \tau_k) \delta(\omega_i - \omega_k) = E \{ b(\tau_i,\omega_i) b^*(\tau_k,\omega_k) \} \dots\dots\dots (5)$$

إن كثافة القدرة للموجة المستطارة الواصلة الى المستقبل يمكن ان تمثل بمتسلسلة فوريير

Fourier Sieres بدلالة التوابع المتعامدة والمتعايرة $F_s(\omega - \omega_i)$ Orthogonal and normal Functions

فإذا كانت ω_i هي طيف مستمر فان سلسلة فوريير تتحول الى تحويل فوريير Fourier

Transformation

$$F_y(\omega) = \sum_i \int_{T_i} \int_{\Omega_i} S(\tau_i,\omega_i) F_s(\omega - \omega_i) d\omega_i d\tau_i \dots\dots\dots (6)$$

ان $F_s(\omega - \omega_i)$ تمثل المركبة رقم (i) الواصلة الى الكاشف وإن $S(\tau_i,\omega_i)$ تمثل احتمالية استطارة هذه الموجة في الوسط العشوائي وأن $F_y(\omega)$ هي السعة الكلية للموجة الواصلة الى الكاشف.

المعادلة (4) تبين مقدار ترابط الموجة و المعادلة (6) تبين الانتشار الطيفي وهو دليل لازدياد الانتروبيا للموجة.

$$E(y) = - \int_{\Omega} F_y(\omega) \ln F_y(\omega) d\omega \dots\dots\dots (7)$$

في هذا الجزء من البحث قدمنا لمحة مختصرة عن مواصفات الوسط العشوائي بواسطة دالة الانتشار ودالة الاستطارة. إن انتشار الموجة في وسط عشوائي يصاغ رياضياً بواسطة دالة الانتشار ودالة الاستطارة وان استطارة الموجة تؤدي الى انقاص احتمالية كشف الموجة بواسطة السونارات. ان طريقة الانتروبي هو بجعله قيمة عظمى [5-7] والمحدد بالمعادلة ادناه:

$$-\int_b^a f(x) \ln f(x) dx, \dots\dots\dots(8)$$

اضافة الى قيود التعامد (normalization)

$$\int |f(x)|^2 dx = 1, \dots\dots\dots (9)$$

اضافة الى القيود

$$\int_b^a F(x) g_r(x) dx = ar \quad r = 1, 2, \dots, m \dots\dots\dots(10)$$

حيث أن $g_r(x)$ هي دوال فوريير لنشر الدالة $f(x)$ لمتسلسلة فوريير.

حيث تعبر المعادلة (9) عن الاحتمالية الكلية والمعادلة (10) تسمى بقيود لاغرانج و (ar) تسمى بثوابت لاغرانج [7]. تعرف دالة لاغرانج (L) بالمعادلة التالية:

إن الصيغة العامة

لدالة لاغرانج هي:

$$L = -\int_a^b f(x) \ln f(x) dx - (\lambda_0 - 1) \left[\int_a^b f(x) dx - 1 \right] - \sum_{r=1}^m \left[\int_a^b f(x) g_r(x) dx - a_r \right]. \quad (11)$$

$$L = \int_a^b F[x, f(x), f'(x)] dx, \quad (12)$$

حيث (F) دالة معروفة.

$$d/dx \partial F / \partial f'(x) - \partial F / \partial f(x) = 0 \quad \dots\dots\dots(12)$$

وفي حالتنا (L) ليست دالة بالنسبة الى $f'(x)$ فيكون لدينا حيث $f'(x)$ هي مشتقة $f(x)$ بالنسبة الى x .

$$\frac{\partial F}{\partial f(x)} = 0, \quad (13)$$

المعادلة (13) تعطي عند تطبيقها على اللاغرانجي في المعادلة (11)

$$f(x) = \exp[-\lambda_0 - \lambda_1 g_1(x) - \lambda_2 g_2(x) - \dots - \lambda_m g_m(x)]. \quad (14) \quad \text{ان}$$

مضاريب لاغرانج (λ_m) في المعادلة (13) يمكن ان يتم تعيينها من معادلتى القيود (9) (10) eqs

$$\begin{aligned} \exp(\lambda_0) &= \int_a^b \exp\left[-\sum_{j=1}^m \lambda_j g_j(x)\right] dx, \\ a_r \exp(\lambda_0) &= \int_a^b g_r(x) \exp\left[-\sum_{j=1}^m \lambda_j g_j(x)\right] dx \\ &\text{and} \\ a_r &= \frac{\int_a^b g_r(x) \exp\left[-\sum_{j=1}^m \lambda_j g_j(x)\right] dx}{\int_a^b \exp\left[-\sum_{j=1}^m \lambda_j g_j(x)\right] dx}, \\ &r = 1, 2, \dots, m. \end{aligned} \quad (15)$$

المعادلات السابقة يمكن ان تستخدم لاشتقاق التوزيع (distribution) للموجات المستطارة كدالة للتردد وأن طريقة الانتروبي الاعظم ان نستخدم فيها توزيع كاما (Γ Distribution)

لذلك فان مفهوم الانتروبي الاعظم يبسط عملية تحليل انظمة الاشارات في حالة الوسط العشوائي ان القيود المفروضة يمكن ان تغير من الطبيعة الفيزيائية للوسط.

مثال بسيط على تطبيق طريقة الانتروبي العظمى ان تأثيرات عدم تحديد الهدف (ماهيته) وعدم تحديد الضوضاء الخلفية (background noise) يؤدي الى ان تكون نسبة الاشارة الى الضوضاء مقدار عشوائي وكذلك تؤدي الى الانتشار الزمني-الترددى للاشارة المنتشرة والمستقبلية من قبل اجهزة الكشف حيث تصاغ الاشارة بواسطة المعادلة (1).
من الضروري القول انه بسبب عمليات الاستطارة المتعددة في وسط غير متجانس. فان الاشارة الواصلة (الصدى) لها معدل صفري حيث تأتي الامواج الصوتية $[\lambda(t)]$ من جميع الجهات وتكون الطاقة الواصلة ذات قيمة متوسطة معينة، لذلك وطبقا لمبدأ الانتروبي العظمى فانه يكون هناك تناظر دائري. لذلك يكون الجزء التخيلي و الحقيقي متساويين.

$$H_1: r(t) = \sqrt{E_r} \iint_{T\Omega} b(\tau, \omega) [U(\tau, \omega) s(t)] d\tau d\omega + n(t), \quad (16)$$

$$H_0: r(t) = n(t),$$

حيث E_r هي القيمة الواصلة للطاقة و $n(t)$ هي الضوضاء الخلفية الواصلة الى الجهاز. وان احتمالية الكشف الاحصائي هي:

$$\ell(r) = \left| \int_T r(t) s^*(t - \tau_d) \exp(-j\omega_d t) dt \right|^2. \quad (17)$$

حيث ω_d هو التردد المسجل من قبل المستقبل. لذلك فان الطاقة المسجلة هي حاصل جمع مربعات القيمة الخيالية والحقيقية [2] لذلك فان (P.D.F) للكشف الاحصائي تكون عبارة عن دالة اسية

$$f_{\ell/H_1} \left(\frac{\ell}{H_1} \right) = \frac{1}{2\sigma_1^2} \exp \left[-\frac{\ell}{2\sigma_1^2} \right] \quad \ell \geq 0$$

$$= 0, \quad \ell < 0$$

$$f_{\ell/H_0} \left(\frac{\ell}{H_0} \right) = \frac{1}{2\sigma_n^2} \exp \left[-\frac{\ell}{2\sigma_n^2} \right] \quad \ell \geq 0$$

$$= 0 \quad \ell < 0, \quad (18)$$

حيث ان $\sigma_1^2 = \sigma_y^2 + \sigma_n^2$
ان احتمالية الكشف لمقدار عتبة γ (threshold) لموجة وضوضاء وبتراوح (variance) σ_1^2 هو

$$f_D(x/\sigma_1^2) = \int_{\gamma}^{\infty} \frac{1}{2\sigma_1^2} \exp \left[-\frac{\ell}{2\sigma_1^2} \right] d\ell$$

$$= \exp \left[-\frac{\gamma}{2\sigma_1^2} \right]. \quad (19)$$

وبالنسبة الى التنبيه الكاذب و بعتبة (γ) وبتراوح (σ_n^2)

$$f_{FA}(x/\sigma_n^2) = \exp \left[-\frac{\gamma}{2\sigma_n^2} \right]. \quad (20)$$

من المعادلتين (19) و (20) يكون لدينا

$$f_D(x/\theta) = f_{FA}^{1+\theta}. \quad (21)$$

حيث θ هي نسبة الاشارة الى الضوضاء.
وبسبب العشوائية وعدم التاكيد وشروط الانتشار وشدة الهدف تاخذ θ كمتغير عشوائي.
ويمكن تبين ان الانتروبي العظمى والتوزيع الذي يحقق الشروط اعلاه هو توزيع كاما (Γ) لذلك فان احتمالية الكشف هي:

$$P_D = \int_{\Theta} f_{\Gamma}(\theta) P_{FA}^{\frac{1}{1+\theta}} d\theta. \quad (22)$$

ان المعادلة (22) ممكن ان تستخدم لرسم (ROC)(receiver operating characteristic) وعلى كل حال فان $f_D(x/\theta)$ هي دالة لمتغير عشوائي وهو نسبة الاشارة الى الضوضاء. وحيث ان $f_D(x/\theta)$ هي في حدود $[0,1]$ فانه من الممكن استخدام توزيع (beta) من الدرجة الاولى β - function

$$E\{\ln f_D(x/\theta)\} = \int_{\Theta} f_{\Gamma}(\theta) \frac{\ln P_{FA}}{1+\theta} d\theta = k_1, \quad (23)$$

$$E\{\ln(1-f_D(x/\theta))\} = \int_{\Theta} f_{\Gamma}(\theta) \ln \left[1 - \exp \left\{ \frac{\ln P_{FA}}{1+\theta} \right\} \right] d\theta = k_2. \quad (24)$$

ان البارامترات لتوزيع بيتا ممكن حسابها من المعادلتين (23) (24)

$$E\{\ln(f_D(x/\theta))\} = \frac{1}{B(m,n)} \int_0^1 x^{m-1} (1-x)^{n-1} \ln(x) dx = f_1(m,n), \quad (25)$$

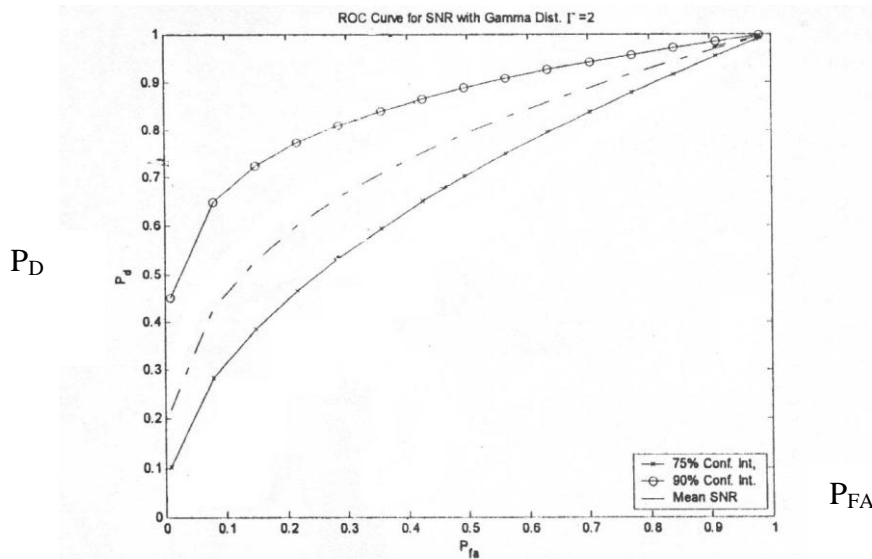
$$E\{\ln(1-f_D(x/\theta))\} = \frac{1}{B(m,n)} \int_0^1 x^{m-1} (1-x)^{n-1} \ln(1-x) dx = f_2(m,n). \quad (26)$$

ان كثافة بيتا تحدد المعادلة

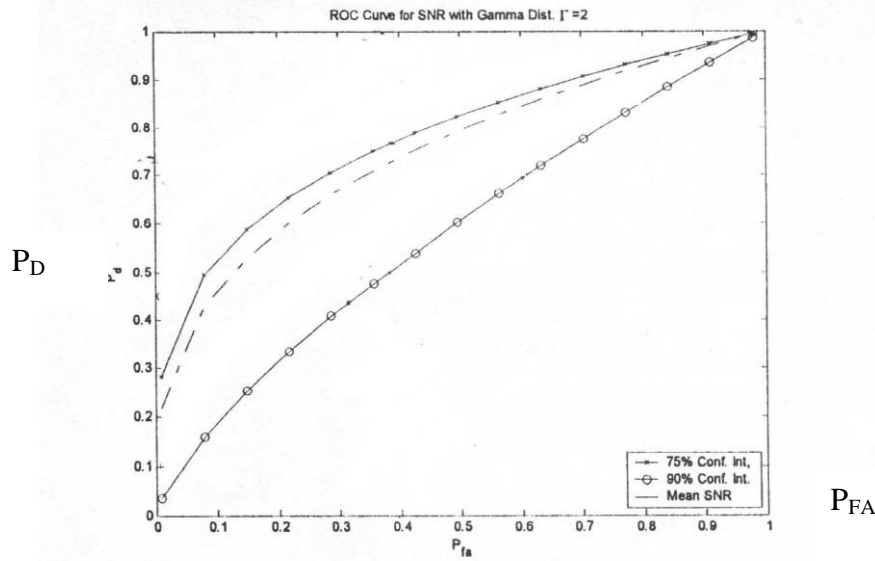
$$f_{\beta}(x, m, n) = B^{-1}(x, m, n) x^{m-1} (1-x)^{n-1}, \quad (27)$$

$$B(m, n) = \int_0^1 x^{m-1} (1-x)^{n-1} dx. \quad (28)$$

ان القيمة المتوسطة لخصائص عمل المستقبل وفترات الدقة مبينة في الاشكال (1) و(2) ان بارامترات كثافة كما ممكن ان تحسب من متوسط قيمة نسبة الاشارة الى الضوضاء ومن متوسط قيمة لو غارتم نسبة الاشارة الى الضوضاء.



شكل (1) يبين العلاقة بين احتمالية الكشف الكاذب (P_{FA}) والكشف الحقيقي (P_D) عندما تكون $\Gamma=1$



شكل (2) يبين العلاقة بين احتمالية الكشف الكاذب (P_{FA}) والكشف الحقيقي (P_D) عندما تكون كما $\Gamma=2$

الاستنتاجات: Conclusions

مصادر الترددات العالية. وحركة المستقبل من خلال وسط غير متجانس وبشروط حدية عشوائية تسبب انتشار في التردد في الموجة الواصلة الى الكاشف. ان هذا الانتشار في الزمن والتردد ممكن ان يصاغ بوساطة دالة الانتشار. وبشكل مبدئي فان النقصان في ترابط الاشارة وانتشار التردد (تغيره) يزيد من عدم الدقة في قياس الموجة الواصلة الى المستقبل ولحساب ذلك نحتاج الى صياغة نماذج انتشار للموجة في الوسط تعتمد على بارامترات على الاغلب غير محدودة. في هذا البحث قدمنا مثال على تطبيق طريقة القيمة العظمى للانتروبيا (MEM) تحليل للموجة الواصلة الى الكاشف (detector) هذا التحليل يمكن ان يطبق على السونارات الخاملة والفعالة. [5 – 7]

في هذا التحليل عدم الدقة في الانتشار والخلفية الضوضائية قد اخذت من خلال اخذ نسبة الاشارة الى الضوضاء كمتغير عشوائي. حيث حسبت PDF طبقاً لمبدأ القيمة العظمى للانتروبيا.

طبقاً لهذا المبدأ فان نسبة الاشارة الى الضوضاء تتبع توزيع كما Γ وان احتمالية الكشف تتبع توزيع بيتا (β) من النوع الثاني. ان بارامترات كما Γ يمكن ان تعين من متوسط القيمة اللوغارتمية للاشارة الى الضوضاء.

المصادر: References

1. Adomain, G. Linear random operator equation in mathematical physics I,II,III Jour Math Phys. Adison Wessly II, 1069 – 1084 (1970) 12,1944 – 1955 – 1971
2. Van Frees, H.L. Detection estimation an modulation theory, Wily, New York 1971 chapter 9 -13.
3. Sibul, L.H. Weiss L. G. and Dixon T. L. Characterization of Stochastic Propagation and Scattering via Gabor wave lot transforms Jour Corp Acoustics. Pergmon Press (1994) First Edition.
4. Jensen F.B. Kuperman W.A. Porter M. B. and Smith H. Computational Ocean Acoustics. Mc Graw Hill [2004]
5. Jaynes E.T. Prior Probabilities. Pergmon Press, 2005.
6. Jaynes E.T. On the Plational Maximum Entropy Method. Cambridge University Press. First Edition (1994).
7. Kapur J.N. and Kesavan, Entropy Optimization principles with Application, Academic press Boston 1992.