

Electric Quadrupole Transitions Probability And Reduced Matrix Element For even – even Er(A=160, Z=68) Isotope

احتمالية الانتقالات الكهربائية رباعية القطب وعناصر المصفوفة المختزلة لنظير

Er(A = 160, Z=68) الأربيوم

خالد سلمان ابراهيم و ايمان طارق العلوي
قسم الفيزياء – كلية العلوم – الجامعة المستنصرية
بغداد – العراق

// الخلاصة

ان حساب مستويات الطاقة وحسب ترتيب الحزم في نظير الأربيوم Er(A=158,Z=68) وذلك بالاعتماد على نموذج البوزونات المتفاعلة (IBM-1)، وقد تم كذلك حساب احتمالية الانتقالات الكهربائية رباعية القطب (B(E2)) وحساب عناصر المصفوفة المختزلة $\langle I_f || \hat{T}^{(E2)} || I_i \rangle$ أيضا. بينت الحسابات الحالية ان تصرف هذا النظير عند المستوى 2_1^+ ياخذ سلوك الشكل البيضوي المفلطح oblate وذلك لامتلاكه عزمًا كهربائيا سالبا، بينما عند المستوي 2_2^+ ياخذ سلوكه الشكل البيضوي المتطاول Prolate. اظهرت نتائجنا توافقا جيدا بالمقارنة مع نتائج الاخرين.

Abstract

The electrical transitions probability (B(E2)) and the reduced matrix elements $\langle I_f || \hat{T}^{(E2)} || I_i \rangle$ were calculated for this isotope also.

The energy states according to the energy bands (g,β,γ) in even-even Er(A=160, Z=68) have been investigated using interacting boson model (IBM-1).

In the present calculations we predicted that, the behaviors of this isotope at 2_1^+ , state is oblate due to negative electric moment, while at 2_2^+ state as prolate due to positive electric moment.

Our results have good agreement with others.

// المقدمة

استخدم في هذا البحث نموذج البوزونات المتفاعلة الاول (IBM-1) الذي اقترح عام (1974) من قبل (Arima) (A.And Iachello F. [1]، حيث يفترض هذا النموذج ان كل زوج من البروتونات او النيوترونات يمثلان بوزونا واحدا، تسمى البوزونات ذات الزخم الزاوي I = 0 بوزونات s (s-boson) وتسمى البوزونات ذات الزخم الزاوي I = 2 بوزونات d- boson) d ويكون المجموع الكلي للبوزونات مساويا لحاصل جمع بوزونات s وبوزونات d. ان العزوم الكهرومغناطيسية [2] من الصفات المهمة التي تمتلكها النوى، اذ ان توزيع الشحنات داخل النواة ينتج عزوما كهربائية ومغناطيسية متعددة القطبية تتحدد بواسطة (2^L) ، حيث L يمثل العدد الكمي المداري، فعندما تكون قيمة (L = 0) فان الحركة المدارية تساوي صفر، وهذا يعني وجود مجال كهربائي احادي القطبية (monopole)، وهو المجال الكولومي الناتج عن التوزيع الكروي المنتظم للشحنة الكهربائية (بروتونات) في النواة، وعندما تكون قيمة (L = 1) فهذا يعني وجود حركة مدارية للشحنات الكهربائية، ينتج عنها مجال مغناطيسي ثنائي القطب (dipole)، ويمكن تطبيق الامر نفسه في حالة العزوم الكهربائية رباعية القطب، والعزوم المغناطيسية ثمانية القطب.

يعتمد حساب احتمالية الانتقال الكهربائي رباعي القطب B(E2) على حساب عناصر المصفوفة المختزلة $\langle I_f || \hat{T}^{(E2)} || I_i \rangle$ [3].

يهدف هذا البحث الى دراسة احتمالية الانتقالات الكهربائية B(E2) لنظير عنصر الأربيوم Er(A=160,Z=68) الزوجي – الزوجي وذلك من خلال حساب مستويات الطاقة حسب ترتيب الحزم (g,β,γ) لهذا النظير باستخدام نموذج (IBM-1).

Theoretical Basics النظرية الأساس

الجدول (١) يبين مؤثر دالة هاملتون وفق نموذج البوزونات المتفاعلة الاول (IBM-1) والتناظر الديناميكي الذي ينتمي اليه هذا النظرية.

ان معادلة مؤثر الانتقال الكهربائي رباعي القطب وفق نموذج (IBM-1) تعطى بالعلاقة الاتية [5,4]:

$$\hat{T}^{(E2)} = \alpha_2 [\hat{d}^+ X \tilde{S} + \tilde{S}^+ X \tilde{d}]^{(2)} + \beta_2 [\hat{d}^+ X \tilde{d}]^{(2)} \quad \dots\dots\dots(1)$$

β_2, α_2 هي اعلومات تستخدم في نموذج (IBM-1) لحساب مؤثر الانتقال الكهربائي رباعي القطب مقاسا بوحدات (electron barn-eB).
 اما احتمالية الانتقال الكهربائي رباعي القطب فتكتب بالشكل الاتي [5,4]:

$$B(E2; I_i \rightarrow I_f) = \frac{1}{2I_i + 1} \left| \langle I_f \| \hat{T}^{(E2)} \| I_i \rangle \right|^2 \quad (eb)^2 \quad \dots\dots\dots(2)$$

والعزم الكهربائي رباعي القطب يكتب بالشكل الاتي [5,4]:

$$Q_{I_i} = \sqrt{\frac{16\pi}{5}} \begin{pmatrix} I_i & 2 & I_i \\ -I_i & 0 & I_i \end{pmatrix} \langle I_f \| \hat{T}^{(E2)} \| I_i \rangle \quad (eb) \quad \dots\dots\dots(3)$$

تسمى الكمية $\langle I_f \| \hat{T}^{(E2)} \| I_i \rangle$ عناصر المصفوفة المختزلة (Reduced Matrix Elements).

اما $\begin{pmatrix} I_i & 2 & I_i \\ -I_i & 0 & I_i \end{pmatrix}$ فتسمى معاملات كلايش – كورن (Clebsch-Gorden Coefficients)

جدول (١): مؤثر دالة هاملتون للتناظرات الديناميكية والمناطق الانتقالية [7,6,5].

مؤثر دالة هاملتون	الاعداد الكمية	
$\hat{H} = a_1 (\hat{I} \cdot \hat{I}) + a_2 (\hat{Q} \cdot \hat{Q})$	$\begin{array}{cccc} U(6) & \supset & SU(3) & \supset & O(3) & \supset & O(2) \\ & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ & & (\lambda, \mu) \tilde{\chi} & & I & & M_I [N] \end{array}$	التناظر الديناميكي SU(3)
$\hat{H} = a_0 (\hat{P}^+ \cdot \hat{P}) + a_1 (\hat{I} \cdot \hat{I}) + a_3 (\hat{T} \cdot \hat{T})$	$\begin{array}{cccccc} U(6) & \supset & O(6) & \supset & O(5) & \supset & O(3) & \supset & O(2) \\ & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ & & \sigma & & \tau, \nu_\Delta & & I & & M_I [N] \end{array}$	التناظر الديناميكي O(6)
$\hat{H} = a_0 (\hat{P}^+ \cdot \hat{P}) + a_2 (\hat{Q} \cdot \hat{Q})$		الانتقالية المنطقة SU(3) - O(6)

النتائج والمناقشة Results and Discussion

الجدول (٢) يبين قيم اعلومات مؤثر دالة هاملتون لنموذج البوزونات المتفاعلة الاول (IBM-1) لافضل تطابق (fitting) مع القيم العملية، ويبين كذلك عدد بوزونات البروتونات (N_π) وعدد بوزونات النيوترونات (N_ν) والعدد الكلي للبوزونات (N). اما الجدول (٣) يبين قيم مستويات الطاقة حسب ترتيب الحزم والتي تم الحصول عليها باستخدام (IBM-1).

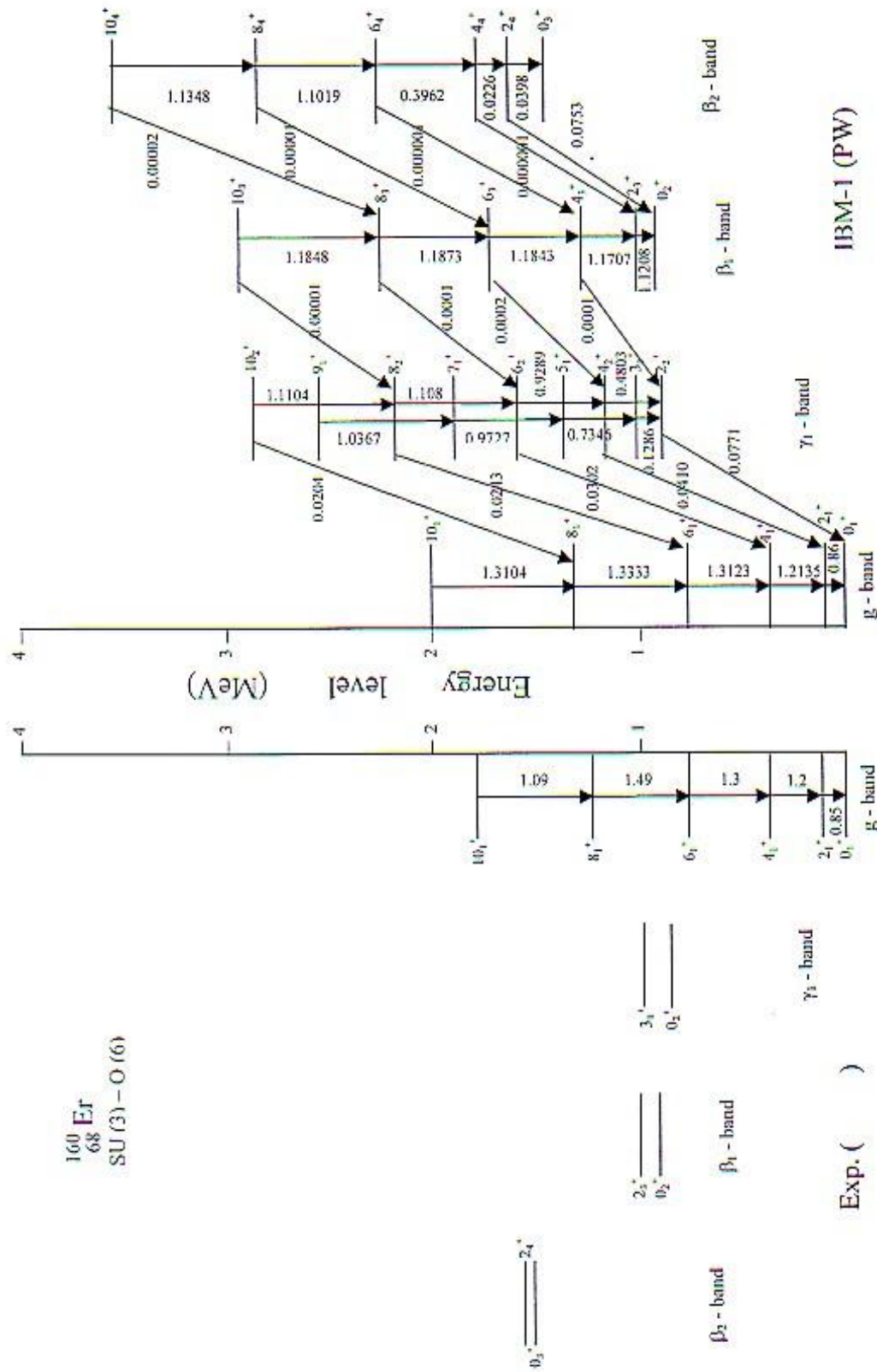
جدول (٢): قيم اعلومات مؤثر دالة هاملتون (MeV).

N_π	N_ν	N	$\hat{P}^+.\hat{P}$	$\hat{I}.\hat{I}$	$\hat{Q}.\hat{Q}$	$\hat{T}_3.\hat{T}_3$	$\hat{T}_4.\hat{T}_4$	CHI
7	5	12	0.0230	0.0120	-0.0100	0.0280	-0.0045	-1.1800

حزم الطاقة واحتمالية الانتقالات الكهربائية رباعية القطب بتن الحزم المختلفة

Energy bands and electric quadrupole transitions probability between different bands

ان حساب B(E2) وعناصر المصفوفة المختزلة $\langle I_f || \hat{T}^{(E2)} || I_i \rangle$ لكل نظير من نظائر الاربيوم الزوجية – الزوجية Er(A=160,Z=68) يتطلب حساب مستويات الطاقة لحزمة الحالة الارضية وحزم بيتا وكاما وذلك بتحديد سلوك كل نظير بدراسة المخطط الانحلالي (decay scheme) ومقارنتها مع مستويات الطاقة النظرية المثالية المحسوبة باستخدام نموذج (IBM-1) وذلك لتحديد التناظرات الديناميكية التي تنتمي اليها هذه النظائر والمتمثلة بالرمز الفرعية O(6), SU(3). ومن ثم دراسة الانتقالات الكهربائية رباعية القطب والعزوم الكهربائية رباعية القطب وفق التناظر الذي ينتمي اليه كل نظير من النظائر موضوع البحث. يوضح الشكل (١) حزم الطاقة النظرية والعملية واحتمالية الانتقالات الكهربائية رباعية القطب B(E2) للانتقالات المهمة للحزمة الواحدة وبين الحزم المختلفة لهذا النظير. نلاحظ ان الانتقالات التي تحدث في نفس الحزمة تكون قيمتها عالية بينما الانتقالات التي تحدث بين الحزم المختلفة تكون ضعيفة ويرجع ذلك الى ان قواعد الانتقاء للانتقالات بين المستوى الابتدائي (I_i) والمستوى النهائي (I_f) لنفس الحزمة تكون متحققة بشكل اقوى من تحققها لاحتمالية الانتقالات الكهربائية التي تحدث بين اي مستويين في الحزم المختلفة. ومن اجل حساب احتمالية الانتقالات الكهربائية رباعية القطب B(E2)، تطلب ذلك تحديد قيم اعلومات (parameters) (β_2, α_2) من المعادلة (١) وفي حساباتنا الحالية تم تحديد هذه الالومات بالاعتماد على القيم العملية للانتقالات $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+, 4_1^+ \rightarrow 2_1^+, 6_1^+ \rightarrow 4_1^+, 8_1^+ \rightarrow 6_1^+, 10_1^+ \rightarrow 8_1^+)$ المتوفرة.



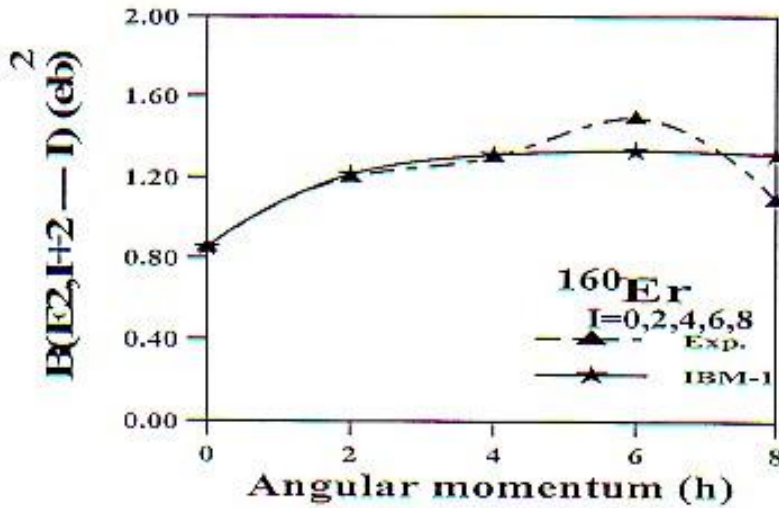
مقارنتها مع القيم العملية للنظير ^{160}Er (الشكل ١) قيم مستويات الطاقة واحتمالية الانتقالات الكهربائية رباعية القطب

الجدول (٣) يبين قيم اعلومات (β_2, α_2) لعناصر المصفوفة المختزلة للانتقالات الكهربائية رباعية القطب والتي تم الحصول عليها عند افضل تطابق (fitting) لاقرب قيمة عملية.

الجدول (٣) قيم اعلومات عناصر المصفوفة المختزلة $\langle I_f \| \widehat{T}^{(E2)} \| I_i \rangle$ لنظير الاربيوم $Er(A=16)$.

Isotope	N_π	N_ν	N	Dynamical symmetry	$\alpha_2(eb)$	$\beta_2(eb)$
$^{160}_{68}Er_{92}$	٧	٥	١٢	SU(3)-O(6)	0.1681	0.0155

وقد تمت على اساس قيم اعلومات (β_2, α_2) الحسابات الحالية للعوام الكهربائية رباعية القطب Q_1 التي تعد مقياسا لدرجة تشوه النوى (Degree of deformation). حيث تمت مقارنة نتائج قيم عناصر المصفوفة المختزلة $\langle I_f \| \widehat{T}^{(E2)} \| I_i \rangle$ وقيم احتمالات الانتقالات الكهربائية رباعية القطب $B(E2)$ مع القيم العملية المتوفرة وظهرت النتائج توافقا جيدا كما في الجدول (٤). الشكل (٢) يبين العلاقة بين احتمالية الانتقالات الكهربائية رباعية القطب للانتقالات $(I + 2 \rightarrow I)$ كدالة للزخم الزاوي ومقارنتها مع القيم العملية حيث نلاحظ في جميع الحالات التوافق الكبير بين القيم النظرية والعملية وبنسبة خطأ تتراوح بين % (0-19).



الشكل (٢) احتمالية الانتقالات الكهربائية رباعية القطب $B(E2)$ كدالة للزخم الزاوي لنظير $Er(A=16)$

جدول (٤): القيم النظرية لـ $\langle I_f \| \widehat{T}^{(E2)} \| I_i \rangle$ و $B(E2)$ ومقارنتها مع القيم العملية لنظير $Er(A=16)$.

Isotope $^{160}_{68}Er_{92}$			Dynamical symmetry SU(3) – O(6)		
$I_i^+ - I_f^+$	$\langle I_f \ \widehat{T}^{(E2)} \ I_i \rangle (eb)$	$B(E2) (eb)^2$	$I_i^+ - I_f^+$	$\langle I_f \ \widehat{T}^{(E2)} \ I_i \rangle (eb)$	$B(E2) (eb)^2$
$2_1^+ - 0_1^+$	-2.0706	0.8575	$4_2^+ - 2_1^+$	0.5330	0.0316
	-2.0616	0.8500	$4_2^+ - 2_2^+$	-2.0791	0.4803
$2_2^+ - 0_1^+$	0.6188	0.0766	$4_2^+ - 4_1^+$	1.1625	0.1502
$2_2^+ - 2_1^+$	-0.8289	0.1374	$4_3^+ - 2_2^+$	0.0339	0.0001

$2_2^+ - 4_1^+$	-0.2459	0.0121	$4_3^+ - 2_3^+$	-3.9197	1.1707
$2_3^+ - 0_2^+$	-2.4579	1.1208	$4_3^+ - 4_1^+$	-0.3630	0.0146
$2_3^+ - 2_1^+$	-0.2089	0.0087	$4_3^+ - 6_1^+$	0.3157	0.0111
$2_3^+ - 4_1^+$	0.2675	0.0141	$4_4^+ - 2_2^+$	-0.4509	0.0226
$2_4^+ - 0_2^+$	-0.6136	0.0753	$4_4^+ - 2_3^+$	-0.0013	0.000001
$2_4^+ - 0_3^+$	-0.4464	0.0398	$4_4^+ - 4_2^+$	0.9571	0.1018
$3_1^+ - 2_1^+$	0.9565	0.1307	$5_1^+ - 3_1^+$	2.8426	0.7346
$3_2^+ - 2_1^+$	0.0313	0.0001	$5_1^+ - 4_1^+$	0.9930	0.0897
$3_1^+ - 2_2^+$	3.0040	1.1289	$5_1^+ - 4_2^+$	09.4932	0.5651
$3_1^+ - 4_1^+$	0.7943	0.0901	$5_1^+ - 6_1^+$	1.1373	0.1176
$3_2^+ - 4_1^+$	0.0203	0.0001	$6_1^+ - 4_1^+$	4.1303	1.3123
$4_1^+ - 2_1^+$	3.3048	1.2135		4.1110	1.3000
	3.2863	1.2000		4.1893	1.3500
	3.3407	1.2400		4.0311	1.2500
	3.2031	1.1400		4.2048	1.3600
	3.2449	1.1700	$6_1^+ - 4_1^+$	-0.6260	0.0302

يتبع الجدول (٤).

Isotope ${}_{68}^{160}\text{Er}_{92}$			Dynamical symmetry SU(3) – O(6)		
$I_i^+ - I_f^+$	$\langle I_f \ \widehat{T}^{(E2)} \ I_i \rangle (eb)$	$B(E2) (eb)^2$	$I_i^+ - I_f^+$	$\langle I_f \ \widehat{T}^{(E2)} \ I_i \rangle (eb)$	$B(E2) (eb)^2$
$6_2^+ - 4_2^+$	-3.4751	0.9289	$8_2^+ - 6_1^+$	0.6433	0.0243
$6_2^+ - 5_1^+$	2.3543	0.4264	$8_2^+ - 6_2^+$	4.2886	1.1082
$6_2^+ - 6_1^+$	-1.2974	0.1295	$8_2^+ - 7_1^+$	-1.9029	0.2129
$6_2^+ - 8_1^+$	-0.7884	0.0478	$8_3^+ - 6_2^+$	-0.0397	0.0001
$6_3^+ - 4_2^+$	0.0486	0.0002	$8_3^+ - 6_3^+$	5.6424	1.1873
$6_3^+ - 4_3^+$	-4.8946	1.1843	$8_4^+ - 6_3^+$	0.0109	0.0001
$6_3^+ - 6_1^+$	-0.5707	0.0251	$8_4^+ - 6_4^+$	4.1638	1.1019
$6_3^+ - 8_1^+$	0.2978	0.0068	$9_1^+ - 7_1^+$	4.4382	1.0367

$6_4^+ - 2_4^+$	-2.2694	0.3962	$9_1^+ - 8_1^+$	-0.9265	0.0452
$6_4^+ - 4_3^+$	-0.0049	0.000001	$10_1^+ - 8_1^+$	5.2457	1.3104
$7_1^+ - 5_1^+$	-3.8198	0.9727		4.7843	1.0900
$7_1^+ - 6_1^+$	-0.9767	0.0636	$10_2^+ - 8_1^+$	-0.6547	0.0204
$7_1^+ - 6_2^+$	-1.8917	0.2386	$10_2^+ - 8_2^+$	4.8160	1.1104
$7_1^+ - 8_1^+$	-1.3805	0.1271	$10_3^+ - 8_2^+$	0.0143	0.00001
$8_1^+ - 6_1^+$	4.7609	1.3333	$10_3^+ - 8_3^+$	-6.2301	1.1848
	4.5166	1.2000	$10_4^+ - 8_3^+$	-0.0204	0.0002
	5.0833	1.5200	$10_4^+ - 8_4^+$	-5.3210	1.1348
	5.0329	1.4900			
	4.4598	1.1700			

ان النوى الكروية (spherical nuclei) تمتلك عزما كهربائيا يساوي صفرا ($Q_1=0$) بينما النوى ذات الشكل البيضوي المتطاوول (Prolate) تمتلك عزما كهربائيا موجبا ($Q_1>0$) وعزما كهربائيا سالبا ($Q_1<0$) للنوى ذات الشكل البيضوي المفطح (oblate) [8].

الجدول (٥) يوضح قيم العزوم الكهربائية رباعية القطب ($Q_{2_1^+}, Q_{2_2^+}$) الحالية لنظير الاربيوم ($Er(A=160)$) ومقارنتها مع القيم العملية المتوفرة.

الجدول (٥): العزوم الكهربائية رباعية القطب النظرية (pw) والعملية للنظير ($Er(A=160)$).

Isotope	Dynamical symmetry	Electric quadrupole moments			
		$Q_{2_1^+} (eb)$		$Q_{2_2^+} (eb)$	
		EXP. [9]	IBM-1(PW)	EXP. [9]	IBM-1(PW)
$^{160}_{68}Er_{92}$	SU(3)-O(6)	—	- 2.4291	—	2.3365

كما نلاحظ من الشكل ان تصرف هذا النظير عند المستوى 2_1^+ ياخذ سلوك الشكل البيضوي المفطح. اذ انها تمتلك عزما كهربائيا سالبا، اما تصرفها عند المستوى 2_2^+ فياخذ سلوك الشكل البيضوي المتطاوول لانها تمتلك عزما كهربائيا موجبا للنظير ^{160}Er .

وبشكل عام فان تصرف نظير الاربيوم ($Er(A=160)$) يتارجح بين الشكل البيضوي المتطاوول والبيضوي المفطح بحركة دورانية بتناظر ديناميكي SU(3) مع اشتراكها بتناظر ديناميكي O(6) ايضا [10].

References

1. Meyerhof W.E., "Elements of Nuclear physics", New York. Mc-Graw Hill, Ed, Condon E.U. University of Colorado, Pub. Colorado. PP.(40-130)(1976).
2. Mariscotti M.A.J., Gertude Scharff-Goldhaber and Brain Back., Phys. Rev. Vol. 178. P.1864 (1969).
3. Das T.K., Dreizler R.M., Klein A., Phys. Rev. C., Vol.2.P.632(1970).
4. Bondatsos D., "Interacting Boson Models of Nuclear Structure", Ed. David, Stanford, Pub. In The United State. By Oxford University Press, New York, (1988).
5. Arima A. and Iachello F., "The Interacting Boson Model", Ed. Iachello F. Pub. The Press Syndicate of the University of Cambridge, England, (1987).
6. Samuel S.M. Wong, "Introductory Nuclear Physics", Prentice-Hall International, Inc. U.S.A(1990).
7. Scholten, O., Computer Program PHINT, XVT, University of Groningen, Netherlands-Holland (1980), User's Manual of the PHINT Package, Michigan State University, Michigan P.48824 (1984).
8. Krane K.S., "Introductory nuclear physics", Ed. Halliday, D., Pub. John Wiley, PP.142-145 (1987).
9. Varshney V.P., Gupta K.K., Chaubey A.K. and Gupta D.K.J. Phys. G.; Nucl. Phys. Vol. 8, P.727 (1982).
10. Donkova T., and Rosensteel G.: Phys. Rev.C, Vol.6305, P.4303(2001).