تقدير معولية نظام القوة – الأجهاد لبيانات ذات توزيع ويبل ذو ثلاثة معالم مع تطبيق عملي

أ. د منعم عزيز محمد/ كلية الأدارة و الأقتصاد /جامعة السليمانية.

المستخلص

أن دراسة كفاءة معولية الأنظمة أو المنظومات الأنتاجية في الحياة العملية لها دور كبير وأهمية عظيمة في التطور العلمي و التكنولوجي لهذة الأنظمة . أن هذا البحث جاء ليضيف أهمية أخرى في أستخدام توزيع ويبل ذو ثلاث معلمات لمتغيري القوة – و الأجهاد للمنظومات الأنتاجية وذلك للتعرف على أهمية ومدى دقة هذا التوزيع في درجة الأعتمادية أو الوثوقية في عملية التشغيل أ و الأنتاج سواءآ للمواد الصناعية أو الأنظمة الأنتاجية و التشغيلية وبالتالي معرفة مقدار المعولية وأستمرارها في مثل هذة الأنظمة و المنظومات وحسب المنطق العلمي القائل بأن الفشل يحدث عندما تكون قوة المادة الصناعية أو المكونة أقل من الأجهاد أو الضغط المسلط عليها وعلى هذا الأساس يعرف الأجهاد بأنة مقدار الحمل الذي يؤدي الى حدوث الفشل في المنظومة والذي قد يكون حمل ميكانيكي أو ضغط مسلط على مادة أو درجة حرارة ... الخ ، أما القوة فتعرف بأنها مقدار قدرة المكونة أو المنظومة على أنجاز العمل المطلوب بشكل جيد وناجح وبدون حد وث أي عطل أوفشل عند احاطتها بمقدار من الحمل الخارجي.

Estimator the Reliability System of Stress – Strength of Three Parameters Weibull Distribution with Application.

Abstract:

Today for much expensive and complex mechanical system the stringent reliability requirements are one of the major equipment developmental factors.

The frequently used concept of predicting mechanical component reliability is by applying the interference theory. This theory is based the fact that when the strength of a material, a component or device is less than the imposed stress on it, the failure occurs.

The strength is defined as the ability of the component, a device or a material to accomplish its required mission satisfactorily without a failure when subject to the external loading and environment.

This paper presents newly developed reliability expressions for interference theory when the strength and stress has three parameters of weibull distributions ,Comparing between the estimated mathematical forms by find (MSE) by using the direct procedure for the forms depending on the parameters value, or by using the simulation procedure for the remaining forms.

الهدف من البحث:

تهدف الدراسة أو البحث الى أيجاد صيغة رياضية لمعولية منظومة تشغيلية لاتعتمد على الزمن في تغايرها بل تعتمد على متغيري القوة لمكونات المنظومة و الأجهاد المسلط على هذة المنظومة من خلال العلاقة الرياضية التي تصف كيفية أستمرار هذة المنظومة بالعمل أذا وفقط أذا كانت قوة النظام هي أكبر من مقدار الأجهاد الواقع علية وذلك من خلال أستخدام بيانات ذات توزيع ويبل ذو ثلاثة معالم والتوصل الى العلاقة الرياضية لمقدر الأمكان الأعظم (MLE) .

الدراسات السابقة :

لأهمية المعولية في الأنظمة أو المكونات الص ناعية و الأنتاجية فقد ظهرت العديد من الدراسات التي تناولت جوانب مختلفة فيدراسة قدرة ودقة هذة المنظومات ولتوزيعات مختلفة وحسب طبيعة الظروف المحيطة بالبيانات الأنتاجية أو العملية بهدف الوصول الى أيجاد تقديرات لمعالم هذة التوزيعات أو بيان حدود الثقة للمعولية هذة الأنظمة سواء للحالات ذات التوزيعات المعلمية أو تلك الحالات غير المعلمية لمتغيرين أو عدة متغيرات وحسب طبيعة المكون فقد درس (Shooman) عام ١٩٦٨ عملية تحليل موسعة لنماذج القوة – الأجهاد عن طريق نماذج الفيزياء العامة بحتمية أفتراض توزيع أحتمالي معي ن لمتغير القوة (Strength) ومتغير الأجهاد (Stress) لايجاد دالة الفشل من خلال أستخدام التوزيع الطبيعي .

وقدم (Tong) عام ١٩٧٤ صيغة (MVUE) لمعولية الأنظمة في حالة متغيرين يتبعان التوزيع الأسي (Exponential Distribution) وبشكل مستقل.

وفي عام ١٩٧٩ قام كل من (Beg and Singh) بأستخدام توزيع (Pareto) ذات المعلمتين لمتغيرين حيث تم أيجاد صيغة رياضية لدالة (MVUE) المعولية عن طريق بيانات تحت المراقبة (Censored Data) وأيجاد مقدر (MLE)، وقدم الأبراهيمي في عام ١٩٨٢ أربع مقدرات لأربعة نماذج مختلفة لنظام القو – الأجهاد.

وفي عام ١٩٩٤ درس الباحث نموذج القوة – الأجهاد عندما تتبع القوة التوزيع الطبيعي و الأجهاد يتبع التوزيع ماكسويل وأيجاد أفضل تقاطع بأستخدام الأمثلة. في عام ١٩٩٧ قام كل من الحسيني، موسى و سلطان بأعطاء مقدرات معلمية وغير معلمية لمعولية القوة – الأجهاد ومقارنتها مع مجموعة مختلفة من مكونات تعود لنماذج (Lognormal) .

في عام ٢٠٠١ درس كل من (Kim, Chang and Kang) مشكلة تقدير معولية النظام بأستخدام (Non informative Priors) عندما يتبعان متغيري القوة و الأجهاد توزيع ويبل وتقدير القيم التقديرية لمعولية النظام بأستخدام المحاكاة لبعض الحالات الخاصة .وفي عام ٢٠٠٢ أستخدم (Lu, Danzer and Dieter) توزيع ويبل والتوزيع الطبيعي لمطابقة بيانات متغير القوة لثلاث مواد مختلفة من السيراميك وقياس قوة التحمل عند تسليط ضغط معين لكل منها.

الجانب النظري:

Let, we have two continuous random Samples $(X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n)$ and $(Y_1, Y_2, Y_3, \ldots, Y_n)$ represent Strength and Stress respectively with three parameters weibull distribution, let X_i and Y_i are independent.

$X_i \sim we(\beta, \mu, \gamma)$ Where $\beta>0$ is the shape parameter, $\mu>0$ is the scale parameter and $-\infty< \gamma< \infty$ is the location parameter and

$Y_i \sim we(\alpha, \lambda, \theta)$ Where $\alpha>0$ is the shape parameter, $\lambda>0$ is the scale Parameter and $-\infty< \theta < \infty$ is the location parameter.

Let f(x) and f(y) the (p.d.f.) of the Strength and Stress respectively.

Then $f(x; \beta, \mu, \gamma) = \frac{\beta}{\mu} \left(\frac{x_i-\gamma}{\mu}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{x_i-\gamma}{\mu}\right)^{\beta}\right], x > 0$ and

$$f(y; \alpha, \lambda, \theta) = \frac{\alpha}{\lambda} \left(\frac{y_i-\theta}{\lambda}\right)^{\alpha-1} \exp\left[-\left(\frac{y_i-\theta}{\lambda}\right)^{\alpha}\right], y > 0$$

So, the reliability (R) of the system (Strength and Stress) = P(X >Y).

Therefore P(X >Y) = $\iint_{X>Y}^{\infty} f(x,y)\,dy\,dx$ and with , then we have:

$$R= \int_0^{\infty} \int_0^{x} \left\{\frac{\beta}{\mu} \left(\frac{x_i-\gamma}{\mu}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{x_i-\gamma}{\mu}\right)^{\beta}\right]\right\} \left\{\frac{\alpha}{\lambda} \left(\frac{y_i-\theta}{\lambda}\right)^{\alpha-1} \exp\left[-\left(\frac{y_i-\theta}{\lambda}\right)^{\alpha}\right]\right\} dy\,dx$$

$$= \int_0^{\infty} \left\{\frac{\beta}{\mu} \left(\frac{x_i-\gamma}{\mu}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{x_i-\gamma}{\mu}\right)^{\beta}\right]\right\} \left[-\exp\left[-\left(\frac{y_i-\theta}{\lambda}\right)^{\alpha}\right]\right]\Big|_0^{x} dx$$

$$= \int_0^{\infty} \left\{\frac{\beta}{\mu} \left(\frac{x_i-\gamma}{\mu}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{x_i-\gamma}{\mu}\right)^{\beta}\right]\right\} \left[1-\exp\left[-\left(\frac{x_i-\theta}{\lambda}\right)^{\alpha}\right]\right] dx$$

$\therefore R = 1-\int_0^{\infty}\left\{\frac{\beta}{\mu}\left(\frac{x_i-\gamma}{\mu}\right)^{\beta-1}\exp\left[-\left(\frac{x_i-\gamma}{\mu}\right)^{\beta}\right]\exp\left[-\left(\frac{x_i-\theta}{\lambda}\right)^{\alpha}\right]\right\}dx$ ... (1)

Then by McCool [23]) we have the reliability of the system is:

$R = P(X > Y) = \frac{\mu}{\mu+\lambda}$ ... (2)

وعلية فأن: λ (MLE of و (MLE of μ) لابد من حساب (MLE of R)ولحساب

The log-likelihood function of the observed sample is:

$$L(\beta;\alpha;\mu;\lambda) = n\ln\beta + n\ln\alpha - n\ln(\mu) - n\ln(\lambda) + (\beta-1)\sum_{i=1}^{n}\ln(x_i) + (\alpha-1)\sum_{j=1}^{m}\ln(y_j) - \frac{1}{\mu}\sum_{i=1}^{n}x_i^{\beta} - \frac{1}{\lambda}\sum_{j=1}^{m}y_j^{\alpha} \quad \ldots(3)$$

Therefore The MLEs of the parameters can be obtained as the solutions of:

$$\frac{\partial L}{\partial \beta} = \frac{n}{\beta} + \sum_{i=1}^{n}\ln(x_i) - \frac{1}{\mu}\sum_{i=1}^{n}x_i^{\beta}\ln(x_i) = 0 \quad \ldots(4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \beta} = \frac{n}{\alpha} + \sum_{i=1}^{n}\ln(y_i) - \frac{1}{\lambda}\sum_{j=1}^{m}y_j^{\alpha}\ln(y_i) = 0 \quad \ldots(5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mu} = -\frac{n}{\mu} + \frac{1}{\mu^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i^{\beta}) = 0 \quad \ldots(6)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = -\frac{m}{\lambda} + \frac{1}{\lambda^2}\sum_{j=1}^{m}(y_j^{\alpha}) = 0 \quad \ldots(7)$$

From (6) and (7) we obtain:

$\hat{\mu}(\beta) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^{\beta}$ And

$\hat{\lambda}(\beta) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{m}y_j^{\alpha}$ … (8)

Putting the values of $\hat{\mu}(\beta)$ and $\hat{\lambda}(\beta)$ in (4) and (5), we obtain the solution of the shape

Parameters ($\hat{\beta}$) *and* ($\hat{\alpha}$) as follows:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i^{\hat{\beta}})\ln(x_i)}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^{\beta}} - \frac{1}{\hat{\beta}} - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\ln(x_i) = 0 \quad \ldots(9)$$

And

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i^{\hat{\alpha}})\ln(y_i)}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i^{\hat{\alpha}}} - \frac{1}{\hat{\alpha}} - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\ln(y_i) = 0 \quad \ldots(10)$$

وعلية فأن (MLE of R) يصبح كما يلي:

$$\widehat{R} = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^{\hat{\beta}}}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^{\hat{\beta}} + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i^{\hat{\alpha}}} \qquad \ldots (11)$$

١ – ٥: تقدير معولية النظام حسب طريقة الأمكان الأعظم (MLE):

Since $X_i \sim we(\beta, \mu, \gamma)$ and $Y_i \sim we(\alpha, \lambda, \theta)$ and independent,
and let $\gamma = \theta = 0$.

وعلية فأن الصريغة (١) تختزل الى الصيغة الأتية:

$$R = 1 - \int_0^{\infty} \left\{ \frac{\beta}{\mu} x_i^{\beta-1} e^{\frac{-x_i^{\beta}}{\mu}} e^{\frac{-x_i^{\alpha}}{\lambda}} \right\} dx \qquad \ldots (12)$$

Now let, $k = \frac{x_i^{\beta}}{\mu}$ then $\mu^{\frac{1}{\beta}} \frac{1}{\beta} k^{\frac{1}{\beta}-1} dk = dx$

$$\therefore \quad R = 1 - \int_0^{\infty} \left\{ e^{-k} e^{-\frac{\mu^{\alpha/\beta}}{\lambda} k^{\alpha/\beta}} \right\} dk$$

By using Taylor series with $\delta = {}^{\alpha}/_{\beta}$ and $C = \frac{\mu^{\alpha/\beta}}{\lambda}$, we have:

$$R = 1 - \int_0^{\infty} e^{-k} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i (Ck^{\delta})^i}{i!} \, dk \qquad \ldots (13)$$

$$R = 1 - \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i C^i}{i!} \int_0^{\infty} e^{-k} k^{\delta i} dk \qquad \ldots (14)$$

$$\therefore R = 1 - \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{i!} \frac{\mu^{i\alpha/\beta}}{\lambda^i} \Gamma(i\delta + 1) \qquad \ldots (15)$$

ومن خلال القيم المقدرة للمعالم نحصل على قيمة المعولية المقدرة ($\widehat{R}$) كما يلي:

$$\widehat{R} = 1 - \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{i! \, \bar{z}^i} \bar{t}^{\, i\alpha/\beta} \Gamma(i\delta + 1) \qquad \ldots (16)$$

Now let, $Q = \frac{n\bar{t}}{\mu}$ and $V = \frac{n\bar{x}}{\lambda}$ then Q and V ~Gamma (n, 1).

$$\widehat{R} = 1 - \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i B^i}{i! \, V^i A^{i\delta}} Q^{i\delta} \Gamma(i\delta + 1) \qquad \ldots (17)$$

Where $A(n) = \frac{n}{\mu}$ and $B(n) = \frac{n}{\lambda}$

أيجاد قيمة (MSE) للمقدر () $\hat{R}$:

لأيجاد قيمة (MSE) للمعولية المقدرة ($\hat{R}$) لابد من معرفة الدالة المشتركة بين المتغيرين (Q) و (V) وحسب الصيغة الأتية:

$$f(Q, V) = f(Q)\times f(V)$$

$$= \left(\frac{1}{\Gamma} Q^{n-1} e^{-Q}\right) \times \left(\frac{1}{\Gamma} V^{n-1} e^{-V}\right), \quad Q, V \geq 0, \text{ Then}$$

$$E(\hat{R}) = \int_Q \int_V \hat{R} \; f(Q, v)dQ\, dv$$

$$\text{SoE}(\hat{R}) = 1 - \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i B^i \Gamma(i\delta+1)}{i!\ A^{i\delta}[\Gamma(n)]^2} \Gamma(i\delta + n)\Gamma(n-i) \qquad \ldots (18)$$

وهنا لابد من القول أن الحد الأخير للمعادلة (18) يجب أن لا يتجاوز قيمة (i) لمقدار حجم العينة في الحد الأعلى أي (i < n) ،وبعكسة سوف نحصل على دالة كاما لمقدار سالب وبالتالي تكون القيمة الأخيرة غير معرفة.

و لحساب القيمة المتوقعة لمربع المقدر ($\hat{R}$)يمكن الحصول علية من خلال العلاقة التالية:

$$E(\hat{R})^2 = E\left[1 - \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i B^i}{i!\ V^i A^{i\delta}} Q^{i\delta}\, \Gamma(i\delta + 1)\right]^2$$

وبعد التبسيط نحصل على صيغة متوسط مربعات الخطأ (MSE) لمقدر المعولية ($\hat{R}$) كما يلي:

$$\therefore \text{MSE}(\hat{R}) = 2E(\hat{R})(1-R) - 1 + R^2 + \frac{1}{[\Gamma(n)]^2} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i B^i \Gamma(i\delta+1)}{i!\ A^{i\delta}} \times$$

$$\sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-1)^j B^j \Gamma(j\delta+1)}{j!\ A^{j\delta}} \Gamma(i\delta + j\delta + n)\, \Gamma(n - i - j) \quad \ldots (19)$$

الجانب التطبيقي:

في هذا الجانب تم بحث المشكلة من خلال توليد بيانات تخضع لتوزيع ويبل بأستخدام أسلوب التحويل المعكوس من خلال أفتراض أن دالة التوزيع هي :

$$F(E) = 1 - e^{-\left(\frac{E^p}{\lambda}\right)}$$

Or $E^{p} = G = -\lambda Ln(1-U)$, where U ~ uniform distribution and by using (Gauss Qadrature Rule).

لقد تم مقارنة النتائج بين قيم المعولية (R) من خلال تطبيق الصيغة (١٤) والصيغة (١٥) فقد وجد أن نتائج الصيغة (١٤) هي أفضل من نتائج الصيغة (١٥) مما أدى الى أعتماد الصيغة (١٤) في حساب قيم المعولية كما في الجدول (١) بعد استخدام قيم مختلفة للمعالم وكما يلي:

Let, β = (1, 2, 4, 6), α = (1, 2, 4, 6), μ = (0.5, 1, 3, 9) and λ = (0.2, 0.9, 1.5, 3, 19) with sample size n = (10, 20, 30, and 40), we get the following results:

الجداول التالية تمثل النتائج ولكل حالة :

جدول رقم (١) يبين قيمة $\hat{R}$ عند قيم مختلفة لكل من (μ, λ, β, α):

n	λ	0.2											
	α	1			2			4			6		
	β μ	2	4	6	1	4	6	1	2	6	1	2	4
10	0.5	**0.891**	**0.964**	**0.979**	**0.490**	**0.891**	**0.944**	**0.313**	**0.490**	**0.830**	**0.236**	**0.379**	**0.582**
20	1	**0.941**	**0.980**	**0.986**	**0.689**	**0.941**	**0.969**	**0.527**	**0.689**	**0.906**	**0.463**	**0.594**	**0.750**
30	3	**0.984**	**0.993**	**0.994**	**0.853**	**0.984**	**0.990**	**0.788**	**0.853**	**0.974**	**0.782**	**0.804**	**0.896**
40	9	**0.998**	**0.998**	**0.998**	**0.994**	**0.998**	**0.998**	**0.982**	**0.994**	**0.997**	**0.962**	**0.986**	**0.995**

n	λ	0.9											
	α	1			2			4			6		
	β μ	2	4	6	1	4	6	1	2	6	1	2	4
10	0.5	**0.471**	**0.561**	**0.596**	**0.257**	**0.471**	**0.529**	**0.195**	**0.257**	**0.425**	**0.179**	**0.215**	**0.294**
20	1	**0.581**	**0.622**	**0.638**	**0.471**	**0.581**	**0.608**	**0.438**	**0.471**	**0.559**	**0.438**	**0.447**	**0.493**
30	3	**0.751**	**0.718**	**0.704**	**0.770**	**0.751**	**0.731**	**0.782**	**0.770**	**0.762**	**0.782**	**0.778**	**0.769**
40	9	**0.881**	**0.806**	**0.766**	**0.900**	**0.881**	**0.839**	**0.874**	**0.900**	**0.901**	**0.852**	**0.887**	**0.907**

n	λ	1.5											
	α	1			2			4			6		
	β / μ	2	4	6	1	4	6	1	2	6	1	2	4
10	0.5	**0.327**	**0.394**	**0.422**	**0.190**	**0.327**	**0.369**	**0.158**	**0.190**	**0.295**	**0.155**	**0.165**	**0.211**
20	1	**0.422**	**0.447**	**0.459**	**0.390**	**0.422**	**0.427**	**0.391**	**0.390**	**0.411**	**0.412**	**0.386**	**0.303**
30	3	**0.594**	**0.539**	**0.521**	**0.713**	**0.594**	**0.558**	**0.768**	**0.713**	**0.625**	**0.782**	**0.745**	**0.696**
40	9	**0.761**	**0.636**	**0.586**	**0.864**	**0.761**	**0.683**	**0.843**	**0.864**	**0.812**	**0.827**	**0.853**	**0.869**

n	λ	3.0											
	α	1			2			4			6		
	β / μ	2	4	6	1	4	6	1	2	6	1	2	4
10	0.5	**0.184**	**0.223**	**0.241**	**0.118**	**0.184**	**0.208**	**0.115**	**0.118**	**0.166**	**0.119**	**0.114**	**0.125**
20	1	**0.248**	**0.259**	**0.266**	**0.283**	**0.248**	**0.256**	**0.319**	**0.283**	**0.246**	**0.351**	**0.306**	**0.266**
30	3	**0.381**	**0.325**	**0.309**	**0.619**	**0.381**	**0.342**	**0.712**	**0.619**	**0.422**	**0.771**	**0.667**	**0.578**
40	9	**0.547**	**0.403**	**0.359**	**0.827**	**0.547**	**0.450**	**0.815**	**0.827**	**0.636**	**0.806**	**0.821**	**0.816**

n	λ	19											
	α	1			2			4			6		
	β / μ	2	4	6	1	4	6	1	2	6	1	2	4
10	0.5	**0.032**	**0.040**	**0.043**	**0.024**	**0.032**	**0.037**	**0.040**	**0.024**	**0.029**	**0.059**	**0.031**	**0.024**
20	1	**0.045**	**0.047**	**0.048**	**0.085**	**0.045**	**0.046**	**0.175**	**0.083**	**0.046**	**0.218**	**0.131**	**0.063**
30	3	**0.077**	**0.061**	**0.057**	**0.336**	**0.077**	**0.065**	**0.516**	**0.336**	**0.092**	**0.582**	**0.473**	**0.234**
40	9	**0.129**	**0.079**	**0.068**	**0.668**	**0.129**	**0.093**	**0.787**	**0.668**	**0.178**	**0.786**	**0.785**	**0.541**

وحجم العينة. (μ) تكون متزايدة مع تزايد قيمة $\hat{R}$ حيث يوضح الجدول أن قيمة

جدول رقم (٢) يبين القيم المختلفة لمتوسط مربعات الخطأ للمقدر $\hat{R}$ او MSE(R)

μ= 0.5 and λ = 0.2				μ= 1.0 and λ = 0.9		
α	1			2		
β / n	2	4	6	1	4	6
5	**6.04E-6**	**6.24E-6**	**7.23E-6**	**3.37E-5**	**2.77E-5**	**7.51E-6**
10	**1.17E-5**	**4.76E-7**	**9.48E-8**	**2.45E-5**	**1.80E-6**	**3.14E-5**
15	**2.52E-7**	**5.52E-6**	**1.23E-8**	**4.69E-7**	**5.20E-6**	**3.50E-5**
20	**1.04E-6**	**3.89E-7**	**4.03E-8**	**1.71E-5**	**2.42E-6**	**3.16E-6**
25	**1.56E-6**	**1.81E-6**	**1.00E-7**	**1.43E-6**	**7.28E-7**	**2.14E-7**
30	**7.06E-10**	**3.78E-7**	**1.06E-7**	**8.21E-7**	**5.26E-7**	**1.99E-6**
35	**4.23E-9**	**7.86E-8**	**1.68E-7**	**3.21E-8**	**3.02E-6**	**5.24E-6**
40	**2.29E-6**	**1.80E-7**	**1.97E-7**	**8.89E-7**	**1.04E-7**	**2.77E-6**

μ= 3 and λ = 1.5				μ= 9 and λ = 19		
α	4			6		
β / n	2	4	6	1	4	6
5	1.89E-5	2.26E-6	4.54E-6	1.78E-6	7.10E-7	1.46E-6
10	2.66E-5	4.10E-8	4.69E-5	1.23E-8	7.14E-9	1.66E-5
15	6.69E-6	8.01E-6	9.26E-6	4.69E-8	1.08E-7	9.85E-6
20	1.68E-7	1.41E-6	2.88E-6	2.65E-8	1.91E-6	1.68E-6
25	1.01E-7	9.90E-8	2.98E-6	1.85E-10	6.00E-7	2.86E-7
30	3.10E-7	6.27E-7	1.68E-6	6.88E-8	1.06E-8	4.77E-7
35	2.25E-6	2.89E-6	6.78E-6	4.23E-9	2.50E-8	7.77E-6
40	**7.57E-10**	2.89E-7	4.04E-6	9.39E-8	1.60E-7	3.43E-7

الأستنتاجات :

١- أن طريقة أيجاد قيمة المعولية (R) كانت ذات كفاءة جيدة.

٢- أن طريقة أيجاد قيمة مجموع مربعات الخطأ (MSE) لمقدر الأمكان الأعظم كانت ذات كفاءة جيدة .

٣- كانت نتائج توزيع ويبل جيدة بالنسبة للضغط ولمختلف الحجوم من العينات فهو يمثل التوزيع الأفضل في الدراسات الصناعية حيث يعطي المرونة الكافية للمعدات و الأدوات في تحملها الكبيروخاصة في حالة التشغيل المستمر ولفترة طويلة.

المصادر

1- Beg M. A. and Singh N. (1979)" Estimation of p(y< x) for the Pareto distribution ", IEEE Transactions on Reliability, R-28 (5), 411-414.

2- Ebrahimi N. (1982) "Estimation of Reliability for a series Stress – Strength system ", IEEE Transactions on Reliability, R-31 (2), 202-205.

3- Essam K. Al-Hussaini, Mohammed A.M. Mousa and Khalaf S. Sultan (1997), "Parametric and Non -parametric estimation of P(Y< X) for finite mixtures of lognormal Components " Commun. Statistic –Theory Meth. 26 (5), 1269-1289.

4- Kim B. H., Chang I. H. and Kang C. (2001) " Bayesian Estimation for the Reliability in Weibull Stress – Strength System using No informative Priors", For East. J.Thro. Stat. 5 (2), 299- 315.

5- Lu C., Danzer R. and Dieter F. (2002) " Fracture Statistics Brittle Materials; Weibull or Normal Distribution", Physical Review E. Vol. 65.

6- Tong H. (1974), " A Note on the Estimation of P(Y < X) in the Exponential Case" , Technimetrics, 16 , 625.