

التنبؤ بغبار الرصاص في مدينة الموصل باستخدام أسلوب Kriging

جعفر موسى محمد البياتي / جامعة كركوك / كلية الإدارة والاقتصاد

المستخلص

يتناول هذا البحث استخدام أسلوب كريك او ما يسمى بـ Kriging في عملية التنبؤ عن مناطق غير مقاسة وذلك بالاعتماد على بيانات حقيقية مقاسة، وقد تم استخدام بيانات حقيقية في مجال تلوث الهواء بمادة الرصاص في مدينة الموصل لـ (٢٣) موقعا، وبما ان توزيع البيانات عادة يكون غير منتظم على الخارطة لذا تم تحويل تلك البيانات الى شكل شبكة منتظمة وذلك من اجل حساب دالة شبه الفايروكرام ومن ثم اجراء عملية التنبؤ وهذا الهدف الاساسي من البحث، فضلا عن ذلك تم حساب تباين مقدر كريك وتباين كريك مع التباين الاجمالي لمقدار التلوث في مدينة الموصل مع فترة الثقة وقد تم برمجة جميع نتائج العمليات الحسابية بلغة Matlab .

Predicting The Lead Accumulating in Mosul City Using Kriging Operation

Abstract

This research treats use of Kriging operation in predict operation in non-measured areas, depending on measured real data. we used real data in air pollution aspect by lead accumulating in Mosul city in (23) position. Since, the distribution of data usually is not organized upon the map, so we transformed those data into organized net form for the sake of calculating semi indication of variogram and then apply the predict operation which is main aim of this research, Moreover, calculation of kriging variance and kriging estimator variance with total variance of pollution in Mosul city with confidence interval. Then we programmed all results of mathematical operation by Matlab language.

المقدمة:

يتناول هذا التنبؤ العملية العشوائية المكانية بواسطة استخدام دالة الفايروكرام Variogram Function او دالة التغيرات الذاتي Auto Covariance Function للمتغيرات العشوائية المكانية Regionalized Variable وقد تطور الاحصاء المكاني Spatial Statistics على يد علماء منهم (Stein(1987), Mathorn(1971), Cressie(1991), Journel and Huijbregts(1978) وان هذه الدراسة في تطور مستمر وذلك لأهميتها في علم الاحصاء . حيث سيتم في هذا البحث تحويل (البيانات) المتغيرات العشوائية المكانية Regionalized Variables المقاسة إلى شبكة منتظمة لقيام بعملية التنبؤ عن مناطق غير مقاسة وذلك باستخدام أسلوب كريك المعروف بـ Kriging نسبة الى العالم D.G.Krige، إن هدف البحث هو تحويل البيانات الحقيقية الموزعة على الخارطة إلى شبكة منتظمة من اجل حساب دالة شبه الفايروكرام ومن ثم إجراء عملية التنبؤ على المناطق غير مقاسه وذلك بتطبيق أسلوب كريك، فضلا عن إيجاد تباين كريك وتباين مقدر كريك مع التقدير الإجمالي و حدود الثقة.

أولاً: الجانب النظري

Basic Concepts

1- المفاهيم الأساسية

إن المتغيرات التي يتعامل بها الاحصاء المكاني تختلف عن المتغيرات الاعتيادية حيث ان لكل قيمة من قيم المتغير الموقعي إحدائيات تمثل موقع تلك النقطة سواء كانت على سطح الأرض في المستوي او في باطن الأرض او خارج الأرض (مثلًا التلوثات الجوية بالغازات) . لنفرض ان $z(x)$ يمثل المتغير المكاني في الموقع x ضمن المنطقة D في الفضاء الاقليدي $x \in D \subseteq R^p$ حيث ان $p=2$ في المستوي او $p=3$ في الفضاء . إذ يمكن قياس هذا المتغير على عينة حجمها n من المواقع وهذه القياسات يرمز لها بالمتغير $z(x_1), z(x_2), z(x_3), \dots, z(x_n)$ وبما إن دراستنا هي حول تلوث الهواء لذا فاعن لكل $z(x_i)$ قيمة تلوث في الموقع x_i . ولأي نقطة x_0 غير مقاسة في المنطقة D أفضل مقدر للمتغير الموقعي $z(x_0)$ عند الموقع x_0 الذي يعطى بالتوقع الشرطي $E[z(x_0) / z(x_1), z(x_2), z(x_3), \dots, z(x_n)]$ إذ إن $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ يمثل مواقع لقياسات المشاهدات $z(x_1), z(x_2), z(x_3), \dots, z(x_n)$ ، ولحساب التوقع الشرطي يتطلب معرفة التوزيع الاحتمالي

للمشاهدة $(n+1)$ من المتغير العشوائي $z(x)$ وبما ان استدلال التوزيع الاحتمالي المشترك غير ممكن عند مشاهدة واحدة one realization فقط ، نحتاج إذن مقدراً ي توفر فيه تحليل من الافتراضات وعادة يكون كافياً في هذه الحالة فئة من المقدرات خطية ، انظر Delfiner(1976),Olea(1975) . المقدرات الخطية تتطلب معرفة العزم الأول والثاني (الوسط والتباين) فقط للتوزيع الاحتمالي للمتغير $z(x)$ ويكون من الممكن الحصول على هذه العزوم إذا افترضنا خاصية الاستقرار Stationarity في المنطقة D في هذه الحالة تعد القياسات عند نقطتين مختلفتين $z(x_i)$ ، $z(x_i+h)$ مشاهدتين مترابطتين للمتغير العشوائي $z(x_i)$ يفصل بينهما مسافة h والتي تمثل المسافة الاقليدية بين موقعين فقد تكون

$$|h| = \sqrt{u^2(x) - v^2(x)}$$

او

$$|h| = \sqrt{u^2(x) - v^2(x) - w^2(x)} \dots \dots \dots (1)$$

ويمكن استخدام $z(x_i)$ ، $z(x_i+h)$ لتقدير العزمين الأول والثاني. انظر البياتي (2005)

٢- الاستقرار من الرتبة الثانية

المتغير العشوائي $z(x)$ يسمى مستقراً من الرتبة الثانية إذا كان :

$$E\{z(x)\} = \mu , \forall x \in D \quad \text{ان: } x \text{ أي ان:}$$

٢- لكل زوج من المتغيرات العشوائية المكانية $\{z(x), z(x+h)\}$ يكون التباين معرف ويعتمد على الإزاحة h فقط أي ان

$$\forall x, x+h \in D$$

$$\sigma(h) = E\{z(x) - z(x+h)\} - \mu^2 = Cov\{z(x), z(x+h)\}$$

Semivariogram Function

٣- شبه دالة الفايروكرام

اقترح Krige(1976) دالة شبه الفايروكرام بإزاحة h كما في الصيغة التالي:

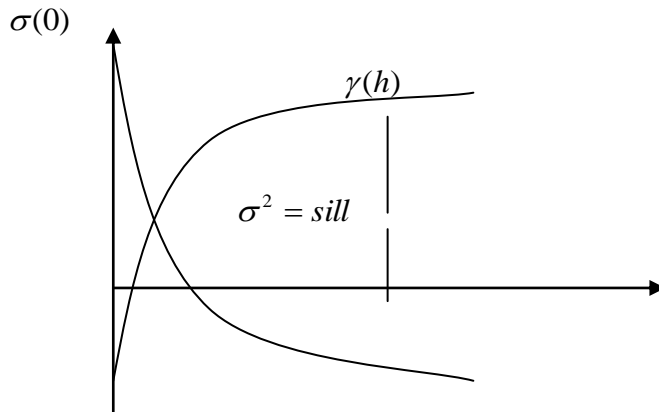
$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \frac{1}{n(h)} \sum_{i=1}^{n(h)} (z(x_i) - z(x_i+h))^2 \dots \dots \dots (2)$$

وهي متوسط مربع الاختلافات الموجودة بين المشاهدات المكانية التي تبعد عن بعضها البعض إزاحة h ، اذ ان $n(h)$ تمثل عدد أزواج المشاهدات التي تفصل $z(x_i)$ ، $z(x_i + h)$ بينها إزاحة h انظر (Steven and Cressie(1996). أما اذا كتبت بالشكل:

$$2\gamma(h) = \frac{1}{n(h)} \sum_{i=1}^{n(h)} (z(x_i) - z(x_i + h))^2 \dots\dots\dots(3)$$

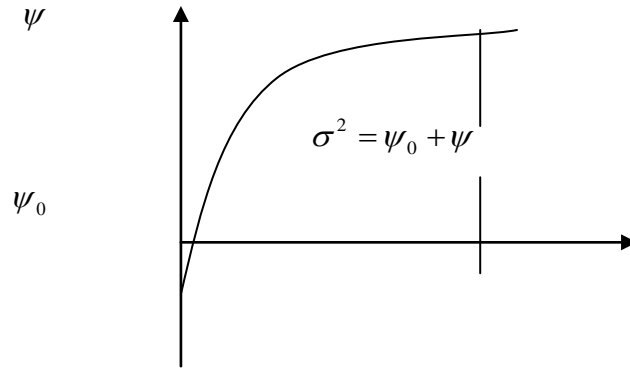
فأنها تسمى دالة الفايروكرام .

السبب في دراسة دالة الفايروكرام هو ان الصيغة الرياضية لها تمثل تباين الفروقات بين المشاهدات المكانية التي تبعد عن بعضها البعض إزاحة h . وكلما ازدادت الإزاحة h بين المشاهدات كلما أصبح التباين كبيرا حتى يستقر ارتفاعه عند مسافة معينة مثل $h = a$ وهذه المسافة a تسمى بالمدى وبعدها نلاحظ تلاشي التباين في دالة الفايروكرام حيث يستقر بقيمة ثابتة تساوي تباين σ^2 المشاهدات ، وهذا التباين يدعى بـ (Sill) كما موضح بالشكل (1)



الشكل (1) يوضح العلاقة بين دالتي الفايروكرام والتباين مع sill

وعندما تقترب h من الصفر من الجهة اليمين فإن دالة شبه الفايروكرام لاتساوي صفر وإنما لها قيمة تساوي ψ_0 وهذه الظاهرة تمثل عدم الاستمرارية او انقطاع دالة الفايروكرام عند $h = 0$ وتسمى في مجال الاحصاء المكاني Nugget Effect وهي تمثل الأخطاء العشوائية في وحدات القياس عندما تتغير فجأة الإزاحة h من وحدات الملتر الى وحدات المتر او الكيلومتر انظر الشائلى (2)، انظر (Stein(1987) .



الشكل (2) يوضح ظاهرة Negget effect

هناك علاقة تربط بين دالة التغيرات $\sigma(h)$ ودالة شبه الفايروكرام $\gamma(h)$ والتباين σ^2 وهو

$$\gamma(h) = \sigma(0) - \sigma(h) \dots \dots \dots (4)$$

حيث ان $\sigma(0) = \sigma^2$ الذي يمثل التباين. انظر البياتي (2005)

وهناك صيغ متعددة للدالة الفايروكرام منها الكروي spherical variogram

$$\gamma(h) = \begin{cases} \psi_0 & h = 0 \\ \psi_0 + \psi \left[\frac{3h}{2a} - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right] & 0 < h \leq a \\ \psi_0 + \psi & h > a \end{cases} \dots \dots \dots (5)$$

انظر krige(1976)

وللحصول على دالة التغيرات نعتبر العلاقة التالية

$$\gamma(h) = C(0) - C(h)$$

او

$$C(h) = C(0) - \gamma(h)$$

$$C(0) = \sigma^2 = \psi_0 + \psi$$

بما ان

إذن

$$C(h) = \psi_0 + \psi - \psi_0 - \psi \left[\frac{3h}{2a} - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right]$$

وبذلك يكون للدالة التغيرات بالشكل الآتي :

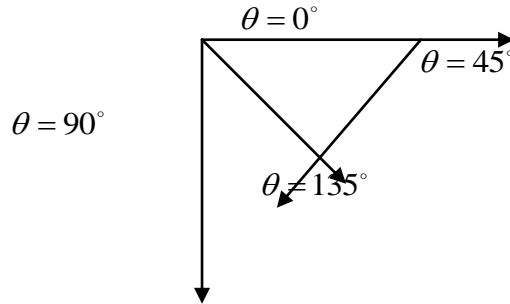
$$C(h) = \begin{cases} \psi_0 + \psi & h = 0 \\ \psi \left[1 - \frac{3h}{2a} + \frac{1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right] & 0 < h \leq a \\ 0 & h > a \end{cases} \dots\dots\dots(6)$$

حيث ان ψ_0, ψ, a يتطلب تقديرها

Anisotropic

٤- دالة الفايروكرام الموحد الخواص

دالة الفايروكرام $2\gamma(h)$ تحسب لمجموعة من البيانات وبأكثر من اتجاه (عمودي ، أفقي ، او أي اتجاه آخر) كما في الشكل (3).



الشكل (3) الاتجاهات الأربعة لحساب دالة الفايروكرام

فتظهر لـ $\gamma(h)$ قيم مختلفة لكل اتجاه فإذا كانت $\gamma(h)$ لاتعتمد على الاتجاه فأن $\gamma(h) = \gamma(|h|)$ وهذا يعني ان $\gamma(h)$ هي موحد الخواص Anisotropic ، وخاصة توحد خواص الفايروكرام تفترض ظاهرة الاستقرار Stationarity في المتغير الموقعي $z(x)$.

Intrinsic Hypotheses

٥-الفرضيات الأساسية

المتغير العشوائي $z(x)$ يسمى أساسيا اذا كان:

١- التوقع الرياضي موجود ولا يعتمد على الموقع x أي ان:

$$\forall x \in D$$

$$E\{z(x)\} = \mu$$

٢- لكل متجه h ، فإن الزيادة $\{z(x+h) - z(x)\}$ يكون لها تباين منتهي لا يعتمد على x أي

$$\forall x, x+h \in D \quad \text{ان:}$$

$$\text{Var}\{z(x+h) - z(x)\} = E\{z(x+h) - z(x)\}^2 - \{E[z(x+h) - z(x)]\}^2 = 2\gamma(h)$$

ان الاستقرارية تؤدي الى الفرضية الأساسية بينما العكس غير صحيح ، انظر (Cressie 1986) .

٦- النموذج الرياضي

إن التنبؤ عن العملية العشوائية يكون باستخدام نموذج التنبؤ الخطي الآتي:

$$\hat{z}(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i z(x_i) \dots \dots \dots (7)$$

إذ يتم تقدير الأوزان λ_i بحيث ان متوسط مربع الخطأ MSE يكون اقل ما يمكن أي:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n ((\hat{z}(x_i) - z(x_i)))^2 = \min \dots \dots \dots (8)$$

وكقاعدة عملية يجب ان يكون:

$$MSE < \sigma^2 \dots \dots \dots (9)$$

حيث ان σ^2 تباين العينة اذا كان MSE اقل من تباين العينة فإن مقدار التنبؤ

سيكون أفضل.

٧- طريقة التنبؤ

عندما يكون الوسط μ معلوما : نفترض ان

$$\forall x_i \in D$$

$$z_i = z(x_i) \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n$$

وان $x_i = (u_i, v_i)$ تمثل المواقع في المستوي.

والمطلوب أفضل تقدير للعملية $z(x)$ عند $x = x_0$ إذ إن x_0 نقطة جديدة غير مقاسة ، ان أفضل مقدر خطي غير متحيز Best linear unbiased estimator الى $z(x)$ يدعى بمقدر كريك Kriging Estimator وله الصيغة التالية:

$$\hat{z}(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i z(x_i) \dots \dots \dots (10)$$

إذ يتم تقدير الأوزان λ_i بحيث ان متوسط مربع الخطأ MSE يكون اقل ما يمكن ، لذا فإن أفضل مقدر خطي غير متحيز للمعلمة μ هو :

$$\hat{\mu} = \frac{J' \sum^{-1} z}{J' \sum^{-1} J} \dots \dots \dots (11)$$

إذ ان J متجه ذو بعد $n \times 1$ وجميع عناصره الواحدة و \sum مصفوفة التباين - التباين وإبعاده $n \times n$ ويجب ان تكون مصفوفة معرفة موجبة positive definite matrix .انظر البياتي (2005)

عندما يكون الوسط μ غير معلوم: لتقدير z_0 بأفضل مقدر خطي والذي يكون بالشكل

$$\hat{z}_0 = \lambda' z \dots \dots \dots (12)$$

نحتاج الى تحقيق شرطين هما :-

$$1) \quad E(\hat{z}_0) = \mu$$

$$2) \quad \sigma_k^2 = \text{Var}(\hat{z}_0 - z_0) \min$$

وهذا التباين يدعى تباين كريك kriging variance وهذا التباين ليس $\sigma_{\hat{z}_0}^2 = \text{Var}(\hat{z}_0)$ والذي يسمى تباين مقدر كريك ، ومن المعادلة (9) و(10) نحصل على مقدر لثوبك الذي يكون بالصيغة التالية :-

$$\hat{z}_0 = \hat{\mu} + \sigma_0' \sum^{-1} (z - \hat{\mu} J) \dots \dots \dots (13)$$

انظر البياتي (2005)

ومن نتائج المعادلة (10) فإن تباين كريك σ_k^2 وتباين مقدر كريك $\sigma_{\hat{z}_0}^2$ لهما الصيغتين الآتيتين

$$\sigma_k^2 = \sigma_{00} - \sigma_0' \sum^{-1} \sigma + [(1 - J' \sum^{-1} \sigma_0)^2 / (J' \sum^{-1} J)] \dots \dots \dots (14)$$

$$\sigma_{\hat{z}_0}^2 = \sigma_0' \sum^{-1} \sigma_0 + [1 - (J' \sum^{-1} \sigma_0)^2] / (J' \sum^{-1} J) \dots \dots \dots (15)$$

انظر البياتي (2005)

ان حساب σ_k^2 يعطينا فكرة عن الخطأ المتضمن في التقدير الذي يمثل مقياساً لنوعية التقدير ويدعى σ_k^2 أيضاً بتباين الخطأ Error variance . ونلاحظ ان σ^2 هو التباين الكلي بينما $\sigma_{\hat{z}_0}^2$ هو تباين المقدر \hat{z}_0 . انظر Ripley(1981) . ويمكن ان نحصل على التقديرات $M, i=1,2,3, \dots$ المقاسة بطريقة كريك على التقدير الموضوعي local estimation ضمن منطقة D وكما يأتي:

$$\overline{z(x)} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \hat{z}_i(x_0) \dots \dots \dots (16)$$

وأفضل تقدير خطي غير متحيز للمقدار الكلي ضمن D يكون حسب :

$$\overline{Az(x)} \dots \dots \dots (17)$$

Total estimation =

إذ إن A تمثل المساحة Area للمنطقة D .

وان الخطأ في التقدير الموضوعي local estimation error هو :

$$\sigma_{LE}^2 = Var\left(\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \hat{z}_i(x_0) - z_i(x_0)\right) = \frac{1}{M^2} \sum_{i=1}^M Var[\hat{z}_i(x_0) - z_i(x_0)] = \frac{1}{M^2} \sum_{i=1}^M \sigma_k^2(x_i) \dots \dots \dots (18)$$

إذ إن M عدد النقاط التي تم التقدير عندها .

إما بالنسبة للتباين الإجمالي للخطأ في التقدير الإجمالي ضمن المنطقة D التي مساحتها A فيحسب من :

$$Var\left(A * \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \hat{z}_i(x_0) - z_i(x_0)\right) = (A)^2 * \sigma_{LE}^2 \dots \dots \dots (19)$$

Total variance =

حيث يتم إيجاد فترة ثقة للكمية التقديرية ضمن D وذلك باستخدام الانحراف المعياري ما يسمى بالخطأ المعياري Standard error \downarrow total variance وعلى سبيل المثال فإن فترة الثقة المعيارية (95%) لكمية المقدرة ضمن D معطاة حسب :

$$\text{variance} \dots \dots \dots (20) \sqrt{\text{Total}}$$

$$\text{Standard error} = \text{Total} \pm 1.96 \text{ standard Error}$$

Estimation

Regular Grid

٨- الشبكة المنتظمة

عادة تكون البيانات التي نحصل عليها (المشاهدات المكانية) غير منتظمة كما في الشكل (4a) والإحداثيات هنا $u(x)$ التي تمثل اتجاه شرق غرب و $v(x)$ تمثل اتجاه شمال جنوب ، ولحساب دالة شبه الفايروكرام

التجريبي يتطلب تحويل خارطة هذه البيانات الى خارطة شبكة منتظمة كما في الشكل (4 c) وان خوارزمية التحويل يكون حسب الخطوات الآتية:

إيجاد المسافات h_{ik} بين المشاهدات $z(x)$ من الصيغة التالية:

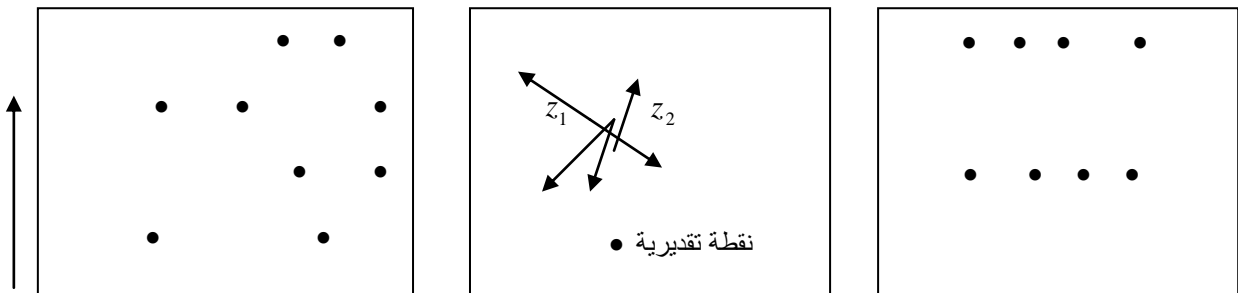
$$h_{ik} = \sqrt{[u(x_k) - u(x_i)]^2 + [v(x_k) - v(x_i)]^2} \dots \dots \dots (21)$$

ونجد هذه المسافات لجميع المشاهدات المتواجدة في المنطقة D ، وبعد إيجاد هذه المسافات نقوم بإيجاد القيم التقديرية $\tilde{z}(x_k)$ والتي تحسب من الصيغة التالية:

$$k = 1, 2, 3, \dots \dots \dots d \quad , \quad \dots \dots \dots (22)$$

$$\tilde{z}(x_k) = \frac{\sum_{i=1}^m [z(x_i) / h_{ik}]}{\sum_{i=1}^n [1 / h_{ik}]}$$

و d تمثل عدد النقاط المجاورة لكل نقطة تقديرية في الشبكة الغير المنتظمة كما في الشكل (4 b) وبعد ذلك تظهر الشبكة المنتظمة كما في الشكل (4 c). انظر Ripley(1981)



$u(x)$ →

(a)

4 (b)

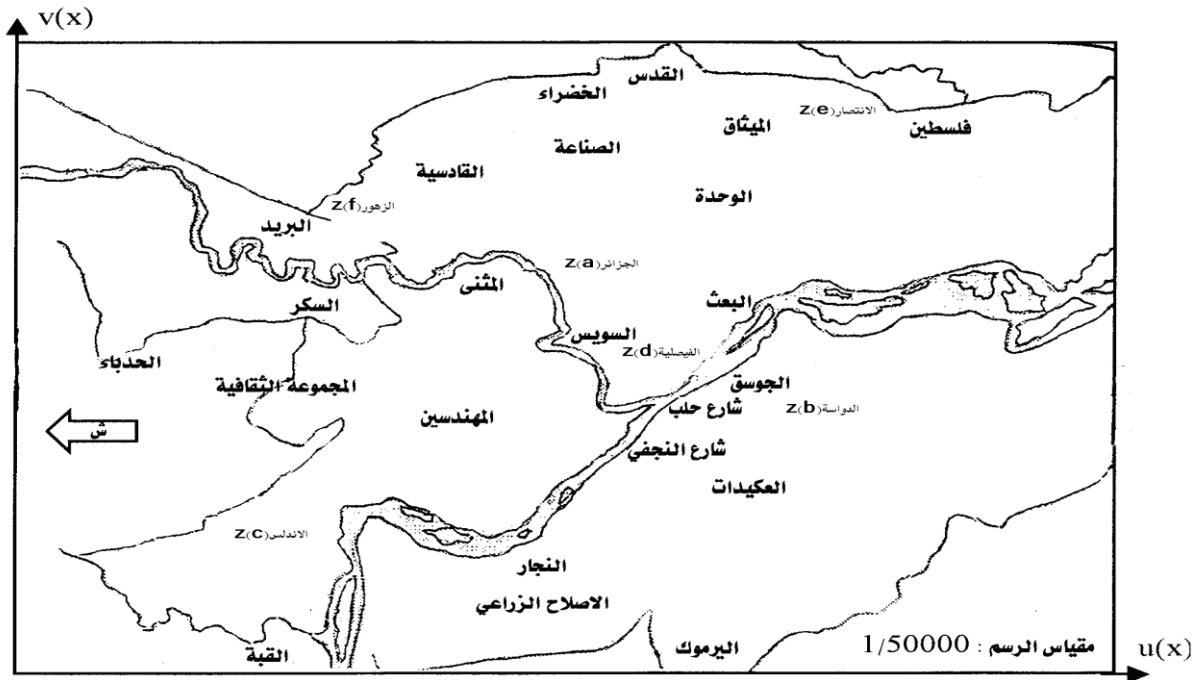
4 (c)

4

الشكل (4) يوضح الشبكة المنتظمة

ثانياً: الجانب التطبيقي:

نظراً لأهمية التنبؤ بأسلوب كرنك في مجال الاحصاء المكاني الذي يعد نمذجة احصاء المكاني الذي يأخذ بنظر الاعتبار التركيب المكاني الاساسي الموجود في المعلومات الجيولوجية (المسافات بين المواقع)، وبواسطته يمكن إحصائياً الاستدلال عن التنبؤات المثلى لمواقع معينة غير مقاسة مع تقدير الخطأ في تلك التنبؤات فالجانب التطبيقي في هذا البحث يتمثل في التنبؤ عن مقدار التلوث الحاصل في الجو وأوراق النباتات، بما إن طبيعة تطبيق قانون كريك يتطلب استخدام بيانات حقيقية لذا فقد حصلنا على مثل هذه البيانات من دراسة سابقة وهي (دراسة البيئة لبعض الملوثات في مدينة الموصل) التي أنجزت في كلية العلوم /قسم العلوم الحياة / جامعة الموصل خلال السنة 1999-2000 وذلك لمعرفة التلوث الحاصل في الهواء بمادة الرصاص في فصل الشتاء، انظر الحياي (2000). وهذه البيانات موزعة على خارطة مدينة الموصل (1) إذ إن كل موقع فيها يمثل مشاهدة مع إحداثياتها والتي هي $u(x)$ يمثل شرق غرب و $v(x)$ يمثل شمال جنوب، وان التراكيز في هذه البيانات هي بوحدات مايكرو غرام/غرام، أي مايعادل 10^{-6} غرام وان البيانات المتواجد لدينا هي بوحدات مايكرو غرام/غرام



خارطة (1) مواقع الإحياء التي تم جمع عينات الغبار الرصاص منها في مدينة الموصل

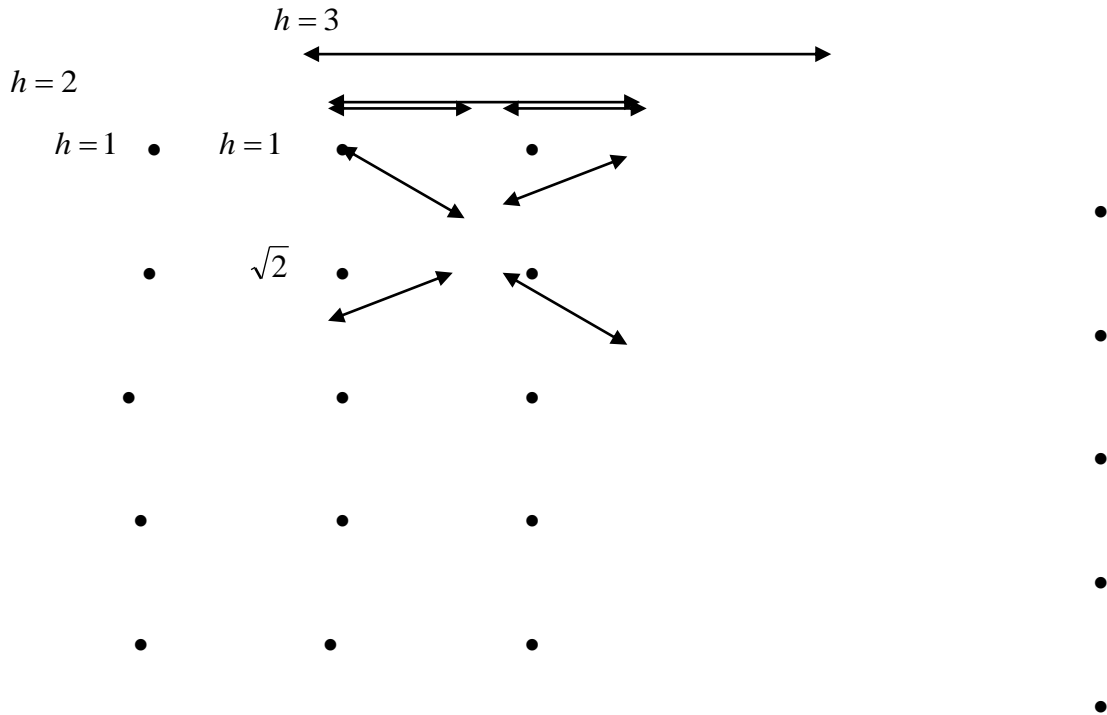
نلاحظ توزيع البيانات على الخارطة (1) هي غير منتظمة لذا يتطلب تحويل تلك البيانات الى شبكة منتظمة من اجل حساب دالة شبه الفايروكرام للاتجاهات الأربعة ، حيث اتبعنا آلية التحويل الموضحة في بند (8) وحصلنا على النتائج الموضحة في الجدول (2).
وقد تم اختيار ست مواقع عشوائية من اجل تنبؤ عن مقدار التلوث فيها وهذه المواقع موضحة في خارطة (1)

الجدول (2) بيانات الشبكة المنتظمة

-39.3	-30.6	33.1	155.6	378.3	272.7	56.8	-27	-65.2	-96.4
3.2	2.3	130.8	449.6	896.2	679.5	93.9	44.3	-17	-67.4
79.6	39.2	143.5	500.2	763.5	596.6	230.6	66.4	-1.7	-46.4
303.4	214.7	236.3	554.5	644.6	406.8	172.2	48.8	-2.4	-32.1
546.4	381	404.5	683.4	693.4	410.4	107	25.4	13.6	-6.2
628.7	440	344.5	538.8	798.2	635.3	31.4	103.5	81.8	40.5
506.8	417.6	344.1	492.5	759	914.7	732	352.7	189.4	95.9
391.9	374.9	384.6	476	605.6	759.7	708.7	438	246	129
277.6	296.4	330.8	396.7	347.9	430	445.7	342.4	220.4	124.1
158.7	188.4	209	194.9	97.2	172.3	232.6	212.2	153.8	91.8

إن هذه القيم تمثل قيم تقديرية للبيانات في منطقة الدراسة على شكل شبكة منتظمة ومن خلالها تم حساب دالة شبه الفايروكرام حسب الصيغة (2) للاتجاهات الأربعة ، وهذه الاتجاهات هي شمال-جنوب ، شمال شرق- جنوب غرب ، شرق-غرب ، جنوب شرق والتي قياس الزاوية θ على التوالي $\theta = 0^\circ, \theta = 90^\circ, \theta = 45^\circ, \theta = 135^\circ$ انظر الشكل (3). إما بالنسبة عملية الحساب دالة شبه الفايروكرام للإزاحات $h = 1, 2, 3, \dots, n$ موضحة في الشكل (5) إن خوارزمية حساب دالة شبه الفايروكرام عندما يكون $\theta = 0^\circ$ كالآتي :
تم حساب الدالة الإزاحة $h = 1$ لاحظ الشكل (5) ولجميع الصفوف مبتدئين من الصف الأول وحتى الصف الأخير ووصفت القيمة في $\gamma(0,1)$ حيث $\gamma(\theta, h)$ أي ان $\theta = 0^\circ$ و $h = 1$ ويمثل التغير الموجود بين المشاهدة الأولى والمشاهدة الثانية م ن الثانية والثالثة وهكذا الى المشاهدة التاسعة والعاشر من الصف الأول ، وهكذا تجري العملية على الصف الثاني والثالث وحتى الصف الأخير ، وبعد ذلك نجري نفس العملية للإزاحات $h = 2, 3, 4, \dots, 9$.

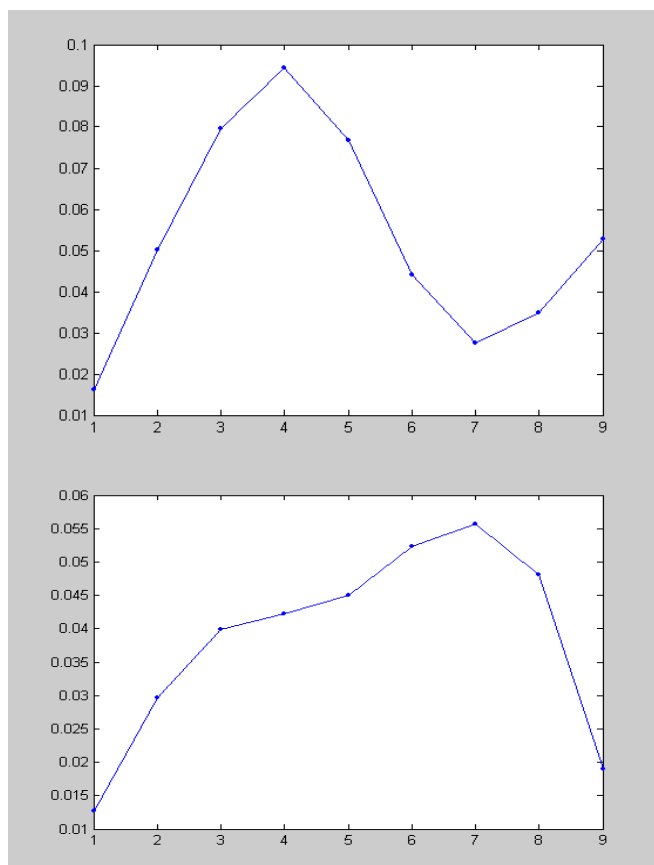
وبنفس الطريقة نحسب دالة شبه الفايروكرام عندما يكون $\theta = 90^\circ$ وللإزاحات $h = 1, 2, 3, \dots, 9$. وعندما يكون $\theta = 45^\circ$ يتم إيجاد دالة شبه الفايروكرام للإزاحات بين عناصر الأقطار الشبكة المنتظمة وكالاتي : نأخذ مثلا عناصر القطر الرئيس $z(x_{11}), z(x_{22}), z(x_{33}), z(x_{44}), z(x_{55}), z(x_{66}), z(x_{77}), z(x_{88}), z(x_{99}), z(x_{1010})$ ونفس العملية تجرى على عناصر الأقطار التي هي فوق وتحت القطر الرئيسي ثم نضع الناتج في $\gamma(45^\circ, \sqrt{2})$ أي ان $h = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$ ، وبنفس الطريقة نحسب دالة شبه الفايروكرام لـ $\gamma(45^\circ, \sqrt{8})$ وهكذا الى بقية الإزاحات. وبنفس الطريقة نوجد قيمة الدالة عندما يكون $\theta = 135^\circ$ ولكن للإزاحات القطرية أخرى مثلا بين العناصر $z(x_{2,9}), z(x_{1,10})$ ونزولا الى $z(x_{10,1}), z(x_{9,2})$ وهكذا لبقية الصفوف . وقد تم برمجة تلك العمليات الحسابية بلغة Matlab والناتج موضحة في الجدول (4)



شكل (5) مخطط يوضح الإزاحات h

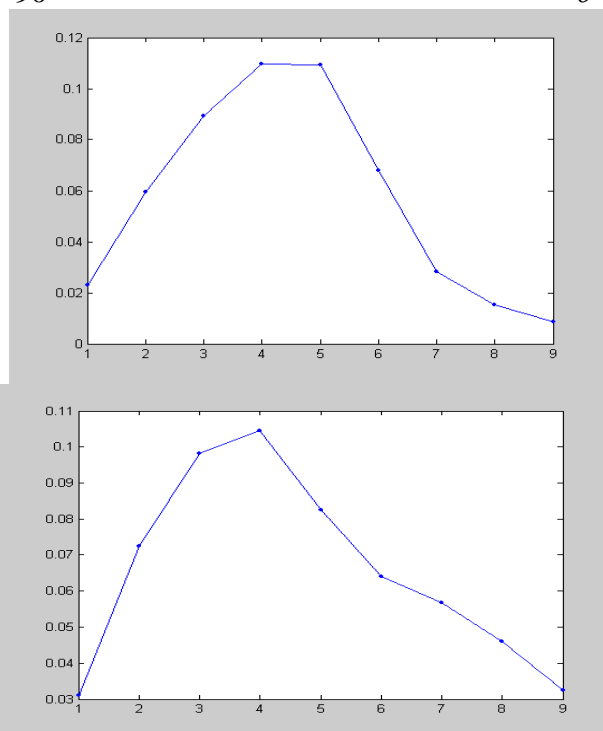
الجدول (4) نتائج دالة شبه الفايروكرام للاتجاهات الأربعة

$\theta = 0^\circ$			$\theta = 90^\circ$			$\theta = 45^\circ$			$\theta = 135^\circ$		
h	$n(h)$	$\gamma(\theta, h)$	h	$n(h)$	$\gamma(\theta, h)$	h	$n(h)$	$\gamma(\theta, h)$	h	$n(h)$	$\gamma(\theta, h)$
1	90	16307	1	90	12778	1.414	81	23114	1.414	81	31131
2	80	50093	2	80	29654	2.828	64	59549	2.828	64	72509
3	70	79699	3	70	39835	4.243	49	89409	4.243	49	98157
4	60	94263	4	60	42201	5.657	36	109520	5.657	36	104420
5	50	76762	5	50	44968	7.071	25	109470	7.071	25	82472
6	40	44033	6	40	52298	8.485	16	67896	8.485	16	63971
7	30	27417	7	30	55699	9.899	9	28310	9.899	9	56757
8	20	34986	8	20	48127	11.314	4	15258	11.314	4	46013
9	10	52701	9	10	19013	12.728	1	8593.6	12.728	1	32538



$\theta = 90^\circ$

$\theta = 0^\circ$



$\theta = 135^\circ$

$\theta = 45^\circ$

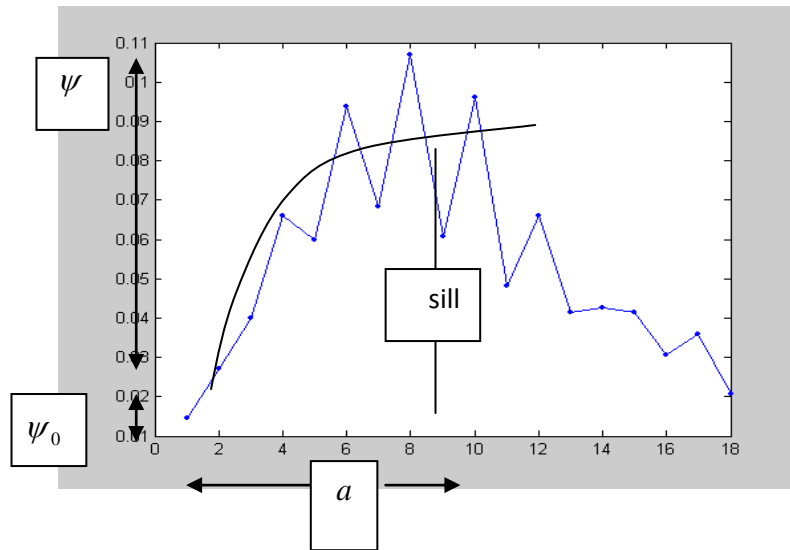
الشكل (6) رسم البياني لدوال شبه الفايروكرام للاتجاهات الأربعة

نلاحظ من الشكل (6) ان المخططات الأربعة تسلك سلوكا واحدا وتكون قريبة من بعضها البعض منذ البداية أي من $h=1$ وحتى $h=9$ وهذا التقارب في الإشكال البيانية يدل على وجود ظاهرة توحيد الخواص Isotropy . انظر (1976) Krige . اي ان دالة الفايروكرام يعتمد فقط على الإزاحة وليس على الاتجاه . وبسبب وجود ظاهرة توحيد الخواص وجدنا معدل الفايروكرام للاتجاهات المذكورة.

وللحصول على معدل شبه الفايروكرام للاتجاهات الأربعة نأخذ حاصل الجمع وللحصول على النتائج المبينة في الجدول (5) وموضحة في الشكل (7). حيث انه يمثل أفضل منحنى معدل الفايروكرام تم توفيقه بين النقاط الإزاحة h ومعدل شبه الفايروكرام ، ونلاحظ أيضا ان دالة الفايروكرام عبارة عن دالة تزايدية بدلالة h حيث نلاحظ ان الدالة يستقر ارتفاعها عندما يكون $h=8$ أي ان المدى $a=8$ وتكون قيمة دالة الفاير وكرام $\gamma(h)=0.08$ والتي تمثل التباين σ^2 أيضا وذلك بعد ان قطع محور العمودي عند $\psi_0=0.01$ وبذلك يكون $\psi=0.1$ لان $\sigma^2 = \psi_0 + \psi$.

الجدول (5) نتائج معدل شبه الفايروكرام

الإزاحة h	معدل شبه الفايروكرام
1	14543
1.414	27123
2	39874
2.828	66029
3	59767
4.243	93783
4	68232
5.657	106970
5	60865
7.071	95971
6	48166
8.485	65934
7	41558
9.899	42534
8	41557
11.314	30636
9	35857
12.728	20566



الشكل (7) منحنى متوسط دالة شبه الفايروكرام

ونلاحظ من الشكل (7) أيضا انه يشابه الى حد كبير منحنى الفايروكرام الكروي Spherical Variogram كما في الصيغة (5) وبعد تقدير المعامل ψ_0, ψ, a من الدالة الفايروكرام تكون الصيغة النهائية لدالة التغيرات بالشكل الآتي:

$$C(h) = \begin{cases} 0.11 & h = 0 \\ (0.1) \left[1 - \frac{3h}{2(8)} + \frac{1}{2} \left(\frac{h}{8} \right)^3 \right] & 0 < h \leq a \\ 0 & h > a \end{cases} \dots\dots\dots (23)$$

وبعد تقدير مقياس الرسم المثبت على خارطة مدينة الموصل والذي يساوي [1:50000] سم وهذا يعني بأنه يقل التلوث بعد 8*50000 او ينعدم وهذا يفسر لنا خارج منطقة الدراسة . والسبب الرئيسي الثاني الذي جعلنا ان نختار المدى $a = 8$ هو إننا لانستطيع ان نتجاوز أكثر من نصف ابعاد طول للمسافة h لان دالة التغيرات سيكون معرضة لخطأ التقدير عندما يكون أزواج النقاط موزعة على مسافات كبيرة . وبعد أخذنا المشاهدات وقيمها في منطقة الدراسة وتطبيق العملية العشوائية $\{z(x)\}$ التي لها النموذج الكروي وجدنا مصفوفة المسافات بين المناطق المقاسة حسب المعادلة (1) وباستخدام المصفوفة المسافات مع معرفتنا للمدى ψ_0, ψ, a وجدنا مصفوفة \sum مع معكوسها \sum^{-1} . وبعدها حسبنا المسافات الاقليدية بين المناطق

المراد التنبؤ عنها والمناطق المقاسة والتي من خلالها وجدنا دالة التباين حسب (23) وبعدها وجدنا الأوزان العينة λ_i من المعادلة

$$\lambda = \left[\frac{1 - (\sigma_0' \sum^{-1} J)}{J' \sum^{-1} J} \right] \sum^{-1} J + \sum^{-1} \sigma_0 \dots \dots \dots (24)$$

انظر البياتي (2005). ولكل منطقة متنبأ عنها والتي يشترط ان يكون $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$ انظر الجدول (6) ومن ثم وجدنا مقدر كريك $\hat{z}(x_0)$ من المعادلة (7) أما بالنسبة لتباين كريك σ_k^2 وتباين مقدر كريك $\sigma_{\hat{z}(x_0)}^2$ فوجدناهما من (14) و(15) على التوالي. وأفضل تقدير غير متحيز للقيمة الاجمالية حصلنا عليها من الصيغة (17) ومحصلة التباين الاجمالي من (19) وذلك بعد تعيين مساحة المنطقة D والتي تساوي $8*8=64 \text{ KM}^2$ وبعدها حسبنا التقدير الموضعي والخطأ في التقدير الموضعي من (16) و(18) على التوالي. وأخيرا قمنا بحساب فترة الثقة (95%) للكمية المقدرة للتلوث ضمن D من العلاقة (20). وان جميع النتائج تم برمجتها بلغة Matlab وموضحة في الجدول (6).

الجدول (6) النتائج الحسابية لعملية التنبؤ الذي تم في المواقع الست

	$z(x_a)$	$z(x_b)$	$z(x_c)$	$z(x_d)$	$z(x_e)$	$z(x_f)$
λ_1	0.032324	-0.00074	0.21251	0.022364	-0.0031014	0.0083716
λ_2	0.2688	0.050498	0.014887	0.3156	-0.0058708	Ell-0.0027263
λ_3	-0.0029823	-0.0021811	0.10566	0.0016536	-0.0025821	-0.0055854
λ_4	0.10365	-0.0023309	-0.014745	0.003719	-0.0085874	0.35262
λ_5	0.0020203	0.30232	-0.012327	0.057203	-0.00088684	-0.10046
λ_6	-0.0017463	-0.0032046	-0.0047672	-0.0038156	0.37148	-0.0025476
λ_7	0.018273	0.016204	0.26903	0.086054	-0.0044429	-0.011836
λ_8	0.0033537	-0.0027118	0.0011972	-0.0056483	-0.002838	0.30534
λ_9	0.12306	0.14374	-0.0076085	0.19197	-0.00085685	-0.0059435
λ_{10}	0.0047399	-0.0022309	0.026239	-0.0028633	-0.0020096	0.146
λ_{11}	0.030715	0.27946	0.011169	0.24976	-0.0041165	-0.0056491
λ_{12}	-0.0090258	0.0090503	-0.0099518	-0.0054354	0.21571	-0.0028686
λ_{13}	-0.014972	-0.0045396	0.29702	-0.0082705	-0.0011014	0.029189
λ_{14}	0.25592	0.0023484	-0.0015588	0.041382	-0.0059085	0.12026
λ_{15}	-0.0099005	-0.0029192	-0.013154	-0.011788	0.0045557	0.007438
λ_{16}	-0.0031369	-0.0010268	0.017063	-0.0038426	-0.00071893	-0.0011094
λ_{17}	0.031879	-0.0034558	-0.010538	-0.0028162	0.013015	0.063086
λ_{18}	-0.001479	-0.0035168	-0.0079733	-0.0047952	0.11701	0.011673
λ_{19}	-0.0067391	0.15261	-0.0126	0.0013768	-0.0019687	0.00055834
λ_{20}	-0.014237	-0.0067195	0.1181	-0.0094703	0.021486	0.00069721
λ_{21}	-0.0022179	0.066126	0.026821	0.03137	-0.0032593	-0.0037454
λ_{22}	0.16267	0.0054979	-0.0023957	0.03343	0.062397	0.0039291
λ_{23}	0.02904	0.0077327	-0.002071	0.010463	0.2426	-0.0061518
$\sum_{i=1}^{23} \lambda_i$	1	1	1	1	1	1
$\hat{z}(x_0)$	484.49	554.1	441.12	624.07	124.75	119.72
σ_k^2	0.018871	0.01976	0.017681	0.019407	0.018896	0.019232
$\sigma_{\hat{z}(x_0)}^2$	1.0629	1.0719	1.0567	1.0676	1.0707	1.0736
$\overline{z(x)}$	391.37					
σ_{LE}^2	0.0031624					
Total estimator	88059					
Total variance	80.048					
فترة الثقة	(8.7099 ,8.9020)					

الاستنتاجات :-

- 1- يمكن استخدام أسلوب كريك في التنبؤ عن التلوثات مثل التلوث الجوي بالغازات.
- 2- يمكن تحويل البيانات الى شبكة منتظمة لحساب دالة شبه الفايروكرام التجريبي .
- 3- يفضل إن يكون البيانات مستقرة وموزعة توزيعاً طبيعياً .
- 4- يمكن استخدام أسلوب كريك في التنبؤ للتلوثات الموجودة في الهواء والترب والمياه وتعد هذه الطريقة أفضل من الطرق الكلاسيكية .
- 5- يمكن إن تكون الأوزان λ سالبة.
- 6- يمكن تقدير المعلمات عن طريق الرسم.
- 7- نلاحظ من النتائج في الجدول (6) إن أعلى وزن يمثل اقرب موقع حقيقي بالنسبة للموقع المتنبأ عنها ، بينما اقل وزن يمثل ابعد نقطة.

التوصيات:-

- 1- يجب اختيار مساحة محددة عند تطبيق اسلوب كريك في التنبؤ
- 2- ان مساحة الموصل لدينا على نحو تقريبي الا انه يتطلب حساب منطقة التلوث على نحو دقيق وهذا ممكن بواسطة الاستعانة بمهندس مساح.

المصادر

- ١-الدياتي، جعفر موسى محمد (2005): الإحصاء المكاني في تقدير التلوث البيئي . رسالة ماجستير (غير منشورة) جامعة الموصل.
- ٢-الحيالي ، عفاف خليل عبدا لله نجم (2000): دراسة بيئة لبعض الملوثات في مدينة الموصل . رسالة ماجستير(غير منشورة) جامعة الموصل.
3. Cressie, N. (1991). Statistics for spatial Data. Wiley, New York
4. Delfiner ,P. (1976). Linear estimation of non-stationary spatial phenomena. Advanced geostatistics for the mining industry,M. Guarcascio,M. David, and C. Huijbregts,eds., Reidel publishing company , Dordrecht, Holland, 49-68.
5. Journel , A.G., and Huijbregts, C.I, (1978), mining geostatistics . Academic press ,New York.
- 6.Krige, D .G (1976). Some Basic Consideration in the Application of Geostatistics to the valuation of ore in south African Gold Mines , Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy. 383-391.
7. Matheron ,G.(1971). The Theory of Regionalized Variable and its applications. Les Cahiers du center de morphologie mathematique, No. 5, Fontainebleau, France.
8. Olea, R.A. (1975) . Optimum mapping techniques using regionalized variable theory . Kansas Geologic survey series on spatial Analysis No.2 University of Kansas, Lawrence, Kans.
9. Ripley,B.D. (1981) . Spatial statistics , New York , John Wiley.
10. Stein, M.L. (1981). Minimum Norm Quadratic Estimation of spatial variograms , J .Am . Statist. Assoc. 982, p. 765-772.
11. Steven, S.C. and Cressie, N (1996). Acomparision of Geostatistics methodologies used to estimate snow water equivalent (Water resources bulleten). Journal of the American water resources association Vol.32,No.2.