المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (8) 2005
ص ص [140–165]

بناء نظام ديناميكي للسلاسل الزمنية بمعلمات قليلة

ميسون مال الله عزيز* أسماء عبدالمنعم عبدالله**

الملخص

في هذا البحث تم استخدام طريقة دالة القاعدة النصف قطرية (الشـــعاعية) (radial basis) ،لبناء نماذج لسلسلة زمنية ، إذ تم استنتاج نموذج لسلسلة زمنيـــة غير خطية وتبين ان الخطأ محصور بين الصفر والواحد ووضـــحت الخصـــائص الاحتمالية لهذه السلسلة مع تحليل كامل لبواقي النموذج ومحاكاة بيانـــات النمـــوذج وفحصها إذا كانت البيانات المولدة من النموذج لها خصائص البيانات الخام نفسها .

Building Parsimonious Dynamic System for Time Series

ABSTRACT

In this paper the radial basis function method is used for the generation of models of time series. It has been arrived at a model for nonlinear time series. It has also been found that the error is restricted between zero and one. The probability characteristics have been explained for such series accompanied by a complete analysis for the residuals of model. A simulation has been done for the purpose of examination the generative information of the model. which have the same information characteristics.

---

* مدرس/ كلية علوم الحاسبات والرياضيات/جامعة الموصل
** مدرس مساعد/كلية علوم الحاسبات والرياضيات / قسم الرياضيات / جامعة الموصل

المقدمة :

من المألوف في عملية البناء الديناميكي هو أيجاد دالة من بيانات السلسلة الزمنية إذ أن النظام الديناميكي غالبا ما يكون خوارزميا (Algorithmically) بدلاً من ان يكون محددا (Explicitly) ويملك تقريبا ديناميكية البيانات نفسها . النظام الناتج ويستعمل لـ التخمين (Estimation) ، التوليد (Interpolation) ، السيطرة (Control) ، ولاختبار وجود اللاخطية (Nonlinearity) .

ازداد البناء واصبح اكثر شيوعا كطريقة لفهم موضوع السلاسل الزمنية التي يعتقد انها ممكن ان تحتوي على ميزات ديناميكية غير خطية ، فضلا عن سهولة حساب الاحصائيات كالبعد الكسوري (Grassberger, 1983; Judd, 1992) .وعلى وجه الخصوص بمجموعات بيانات صغيرة . وقد اقترحت عدة طرائق للبناء (Farmer & Sidorowich, 1987; Casdagli, 1989; Mees, 1990, 1991; Weigend et al., 1990) ، أغلب الاهتمامات من قبل الاحصائيين بنماذج السلاسل الزمنية الخطية واللاخطية وهناك جهد قليل في طرائق بناء نماذج بعدد قليل من المعلمات . معطى قيماً حقيقية لسلاسل زمنية ، لقيم k من المتجهات $\{Y_t\}$ و $\{Z_t\}$

(k- Vector valued time series) إذ يفترض

$$Y_t = f(Z_t) + V_t \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

المسألة هو أن نقدر $\hat{f}$ للدالة غير المعروفة f . البواقي $\{V_t\}$ تؤخذ إذ تكون متغيرات عشوائية مستقلة ولها نفس التوزيع الاحتمالي الطبيعي (IID

(Normal) أي (Independently identically normally distributed) بمعدل صفر وتباين غير معلوم.

هناك طرائق عدة لاشتقاق المقدر $\hat{f}$ ، في بحثنا سنتناول طريقة دالة القاعدة النصف قطرية (الشعاعية) (Radial basis function approach) .

الجانب النظري

1. **نمذجة دالة القاعدة النصف قطرية (الشعاعية)** Radial Basis Function Modeling

معظم النماذج المحددة غير الخطية للسلاسل الزمنية تملك عدداً كبيراً من المعلمات ويتم ملاءمتها بعدم وجود التشويش ، تم توضيح كيفية نمذجة دالة القاعدة النصف قطرية (شعاعية) بعدد قليل من المعلمات ، احد مزايا طريقة القاعدة النصف قطرية (الشعاعية) هو ان النموذج الناتج يمكن ان يوصف بنموذجاً تحليلياً إذ يمكن دراسته كأي نظام ديناميكي أفضل من أن يوصف بمحاكاة تجريبية ، النموذج يبدو أكثر شبها بنظام تجريبي من كون النموذج رياضياً . واعتمدت الطريقة على مقياس الطول (Description Length Criterion) (Rissanen, 1989) .

2. **طريقة Taken's:** Taken's Method

نفترض أن y_t هي سلسلة زمنية ذات قيم حقيقية وأن $(y_t \in R)$ ذات بعد واحد $y_t = y_1, y_2, \ldots, y_{\tilde{T}},\ t = 1, 2, \ldots, \tilde{T}$ نولد (k) من المتجهات وذلك عن طريق استخدام طريقة (Taken's, 1981).ونفترض ان Z_t مغمور في بعد d ، حيث d هو البعد لفضاء الطور الذي فيه الجاذب مغمور ويطلق عليه البعد المغمور

وأن $(y_t \in R^d)$ إذ أن $t = 1, 2, 3, \ldots, T$.ليكن h عـــدد صـــحيح $(h \geq 1)$ وأن $T = \tilde{T} - (d-1)h$.إذاً

$$Z_t = (y_t, y_{t-h}, y_{t-2h}, \ldots y_{t-(d-1)h})$$

(Mees, 1994)

3. **طريقة النمذجة :** Method of Modeling

نوجد $\hat{f}$ لكي تتلاءم مع السلسلة الحقيقية y_t إذ بالإمكان استخدام النمذجـــة بطريقة دالة القاعدة النصف قطرية (الشعاعية) (Radial Basis Function) حيث يرمز لها للاختصار (RB) .

$$\hat{f}(Z) = \sum_{s=1}^{N} S_s \, \phi(|Z - C_s|) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

المعادلة (2) هـــي نمـــوذج القاعـــدة النصـــف قطريـــة (RB) الأصـــلية Original Radial Basis (RB) Model إذ f هـــي دالـــة القاعـــدة (Basis Function) وهناك عدة دوال قاعدة ممكنة في هذا البحث ســـوف نأخـــذ الدالـــة الكاوسية (Gaussian Function) لأنها تبدو أكثر ملاءمة لنمذجة أنواع مختلفـــة من الظواهر الطبيعية (Mees,1994) ، $\{C_s\}$ تمثل المراكـــز (Centers) التـــي تختار عشوائيا وتكون على شكل مجموعات جزئية مـــن Z_t .وبوجـــود السلســـلة الزمنية Y_t نقوم بتوليد المتجهات Z_t منها وذلك باستخدام طريقـــة Takens فقـــرة (2) .

بعد حساب C_s, Z_t نقوم بتطبيق الدالة الكاوسية (Judd, K. & Mees, 2002) إذ ان الدالة هي :

$$f(r) = \exp(-r^2/s^2) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

عندما $r = (Z_t - C_s)$

$$f(|Z-C_s|) = \exp(-(Z-C_s)^2 / s^2) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

إذ s^2 هو تباين السلسلة الزمنية الحقيقية y_t ، من المعادلة (4) سينتج لـــدينا مصفوفة بسعة T*d إذ T تشير إلى طول السلسلة y_t ، إذ

$$y_t = y_1, y_2, \ldots, y_T \quad , t = 1, 2, \ldots, T$$

و d هو البعد المغمور الذي سوف يتم اختياره ، سيتم حســـاب المعلمـــة Sوذلك بتطبيق الخوارزمية الاتية .(Mees, 1993) ، (Mees, 1994)

4. الخوارزمية : Algorithm

1. نفرض ان $m = 0 \quad , \quad Y = Y_o \quad , \quad I^i = I^i_o$

2. نوجد الأس q وذلك

$$I^q_m = Y.I^i_m / I^i_m . I^i_m \qquad \text{over} \quad i$$

نفرض ان $H_m = Y.I^q_m \big/ | I^q_m |$

3. إذا $Y.Y - \sum_{j=1}^{m} H_j^2 \quad \le \quad \theta Y.Y$

اذهب إلى الخطوة (6)

4. لكل i ، نفرض ان

$$I^i_{m+1} = I^i_m - I^i_m . I^q_m \big/ I^q_m . I^q_m$$

5. عرف $i_{m+1} = q$ بزيادة m واذهب إلى خطوة (2) .

6. احسب S بواسطة الحل بالمربعات الصغرى

المعادلة $I(m)\, S = Y$

عندما

$$I(m) = \left\{ I^{i_1}, I^{i_2}, \ldots, I^{i_m} \right\}$$

بحيث أن I(m) عبارة عن أعمدة .

5.**شرح الخوارزمية** : The Explanation of Algorithm

بتطبيق الدالة الكاوسية في المعادلة (4) تنتج مصفوفة ، فنختار عموداً واحداً من هذه المصفوفة هو I^{i_1} إذ يكون على الأغلب قريب التوازي لـ Y (Most nearly parallel to Y) (Mees, 1993). وكذلك باستخدام قيم السلسلة الزمنية y_t ، إذ يتم ادخال العمود والسلسلة إلى الخوارزمية .وبوضع معداد m =0، ويتم استخراج عمود جديد وهو I_0^q في الخطوة (2) .

$$I_0^q = Y.I^{i_1} / I^{i_1} . I^{i_1}$$

ثم يتم حساب :

$$H_1 = Y.I_0^q / | I_0^q |$$

ويتم حساب قيمة q_t عن طريق

$$Y_t.Y_t \le \theta \; Y.Y$$
$$\Rightarrow \frac{Y_t.Y_t}{Y.Y} \le \theta_t \qquad , t = 1, 2, 3, \dots, T$$

اذ ان Y_t هي قيمة من السلسلة الزمنية Y.ثم تتم المقارنة كما في الخطوة رقم (3) في الخوارزمية . بعد المقارنة أما ان تنتقل إلى الخطوة (4) حيث يتم حساب عمود جديد أخر

$$I_1^i = I_0^i - I_0^i . I_0^q \Big/ \left| I_0^q \right|^2$$

أو نذهب إلى الخطوة رقم (6) بادخال العمود I_0^q يتم حساب المعلمة S باستخدام طريقة المربعات الصغرى .

6. **طريقة المربعات الصغرى**: Least Squares Method

لحل المعادلة $Y = IS$ في الخطوة رقم 6 في الخوارزمية ، بما أن $y_t \in R$, $t=1, 2, \dots, T$ ، وبما أن $I=\{I^{i_1}, I^{i_2}, \dots, I^{i_m}\}$ عندما I^{i_m} هي عبارة عن أعمدة.

$$Y = I\hat{S} + \varepsilon \qquad \dots\dots\dots\dots(5)$$

عندما $\hat{S} = \left[\hat{S}_1, \hat{S}_2, \dots, \hat{S}_N\right]$

$$\sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i^2 = \varepsilon' \varepsilon \qquad \dots\dots\dots\dots(6)$$

بتعويض المعادلة (5) في المعادلة (6) ينتج

$$= \left(Y - I\hat{S}\right)' \left(Y - I\hat{S}\right)$$
$$= YY' - 2\hat{S}'I'Y + \hat{S}'I'I\hat{S} \qquad \dots\dots\dots\dots(7)$$

وبما أن $\hat{S}'I'Y$ هي كمية ثابتة (Scalar) فإن $\hat{S}'I'Y = Y'I\hat{S}$

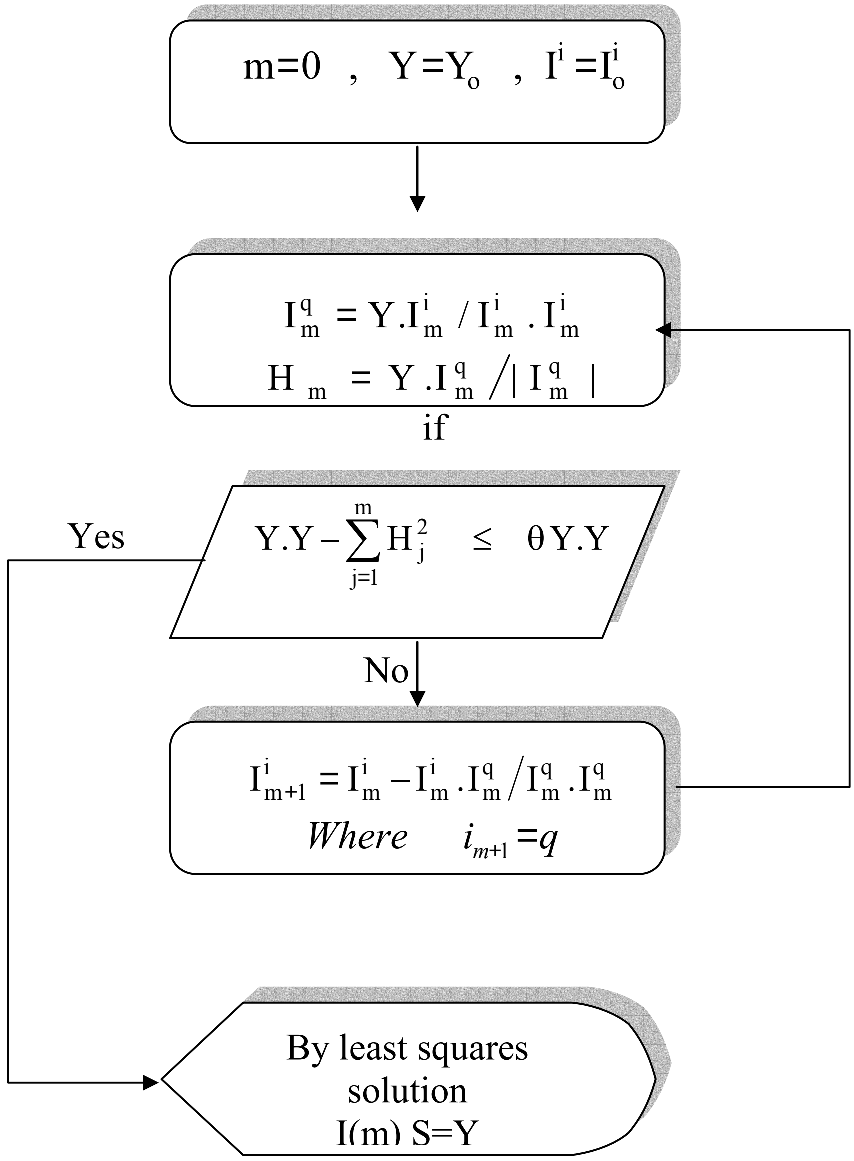
نفاضل (7) بالنسبة الى $\hat{S}$ ونساويها للصفر

$$\frac{\partial}{\partial \hat{S}}(\varepsilon' \varepsilon) = -2I'Y + 2I'I\hat{S}$$
$$= 0$$
$$\left[(I'I)\hat{S} = I'Y\right] \times (I'I)^{-1}$$
$$(I'I)^{-1}(I'I)\hat{S} = (I'I)^{-1} I'Y$$

إذاً
$$\hat{S} = (I'I)^{-1} I'Y$$

المخطط الانسيابي للخوارزمية

Flowchart of Algorithm



الآن يتم حساب $\hat{y}_t$ وذلك باستخدام طريقة القاعدة النصف قطرية (الشعاعية) في الفقرة (3) المذكورة انفاً. وبعد حساب قيمة S من الخوارزمية في الفقرة (4) السابقة .

$$\therefore \hat{y}_t = \sum_{s=1}^{N} S_s \phi\left(| Z_t - C_s |\right) \qquad \text{...........(8)}$$

إذ $\hat{y}_t = \hat{f}(Z_t)$

وبعد ان تم حساب القيمة التقديرية لـــ $\hat{f}$.

نجد الخطأ عن طريق قانون الخطأ (Mees. 1993) .

$$err = \frac{\sum_{t=1}^{T}\left(\hat{y}_t - y_t\right)^2}{\sum_{t=1}^{T} y_t^2} \qquad \text{... ....(9)}$$

إذ أن $0 < err < 1$ ، و $\hat{y}_t$ هي القيمة المقــدرة وأن y_t هــي السلســلة الزمنيــة الحقيقية .

ملاحظة :

سوف يتم حساب الـــ (err) عند كل اختيار عشوائي للمراكز إلى ان نصل إلى أقل خطأ محسوب ، عندها سيتم بناء النموذج الجيد عنــد أقــل (err) .ولكــي نحسب أقل حجم للنموذج (model size) نســتخدم قــوانين قيــاس أقــل طــول (Mees. 1993) (Minimum description Length, Rissanen, 1989) . وهي قوانين لقياس أقل طول (MDL) مناسب لبناء النموذج . وبمـــا أن مقيـــاس (Rissanen's, 1989) هو اشتقاق بني على فكرة لنظام إحصائي يشمل مقـــاييس SIC, BIC .

7 .مقياس معلومات أكاكي ومقياس معلومات بيز :

Akaike's Information Criteria and Bayesian Information Criteria

اصبح مقياس معلومات أكاكي أداة قياسية في نمذجــة السلاســل الزمنيــة للبيانات لقياس ملاءمة نموذج احصائي بـــ (M) من المعلمات ولتخمــين خاصــية ملاءمة النموذج، قدم Akaike (Akaike, 1973, 1974a) مقياس معلومات ، هذا

المقياس سمي بـــ (Akaike's Information Criteria) وللاختصار يرمز له بـــ (AIC) ويعرف بالمعادلة الآتية :

$$AIC(M) = -2\ln[\text{maximum likelihood}] + 2M \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(10)$$

عندما M هي عدد المعلمات في النموذج ، T هي عدد المشاهدات الفعالـــة ، إذ ان دالة (Log - Likelihood) هي

$$LnL = \frac{-T}{2}\ln 2\prod \sigma_a^2 - \frac{1}{2\sigma_a^2}\ S(\phi,\mu,\theta) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(11)$$

بما ان المعادلة (11) أعظم ما يمكن بالنسبة لـــ σ_a^2,μ,ϕ ونحصل على :

$$\hat{\sigma}_a^2 = \frac{S(\hat{\varphi},\hat{\mu},\hat{\theta})}{T}$$

$$LnL = \frac{-T}{2}Ln\,\hat{\sigma}_a^2 - \frac{T}{2}(1 + Ln2\prod) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(12)$$

وبما أن الحد الثاني من المعادلة (12) هو ثابت ، اذاً فـــان مقيـــاس AIC يكون

$$AIC(M) = T\,Ln\,\hat{\sigma}_a^2 + 2M \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(13)$$

إذ أن الرتبة المثالية للنموذج هو باختبار قيمة M . إذ يكون عندها AIC (M) أقل ما يمكن (Wiiliam, 1989). استطاع العالم الياباني Akaike ان يفتح افاقا مهمة جدا عندما اقتـــرح (Akaike, 1978 - 1979) تطـــوير توســـيع بيـــز (Bayesian) باجراءات قليلة على AIC بـــ BIC (Bayesian Information Criterion) وسماه بمقياس معلومات بيز (BIC) والذي يأخذ الشكل الآتي:

$$BIC(M) = T\,Ln\,\hat{\sigma}_a^2 - (T-M)\,Ln\left(1-\frac{M}{T}\right) + M\,LnT + M_z Ln\left[\left(\frac{\hat{\sigma}_z^2}{\hat{\sigma}_a^2}-1\right)\Big/M\right]$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots(14)$$

حيث $\hat{\sigma}_a^2$ هي مقدر الامكان الأكبر لـــ σ_a^2 و M وهي عدد المعلمات ، و $\hat{\sigma}_z^2$ هو تباين العينة للسلسلة (Wiiliam, 1989) ، أو

$$BIC(M) = T\,Log(err) + M\,Log(T) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(15)$$

إذ أن T يمثل حجم العينة المستخدمة ، و M يمثل عدد المعلمــات ، و(err) هــو الخطأ واضح في المعادلة (9)إذ أن y_t هي العينة المستخدمة وأن $\hat{y}_t$ هي العينــة الناتجة (Mees, 1993).

8.**مقياس معلومات شوارز:** Schwarz Information Criterion

يرمز لمقياس معلومات شــوارز (Schwarz Information Criterion) بـــ (SIC) (Tong, 1990 ; LeBaron, 1991) الذي اشتق بالاعتماد على مفهوم ريزانين لقيــاس أقــل نــوع طــول (Rissanen's Concept of minimum description length) (Mees, 1993). اذ أننا بالاعتماد على مقياس شــوارز (Schwarz) تم بناء نماذج صغيرة بخصائص جيدة وبأقل خطأ ، ويعرف كما يأتي :

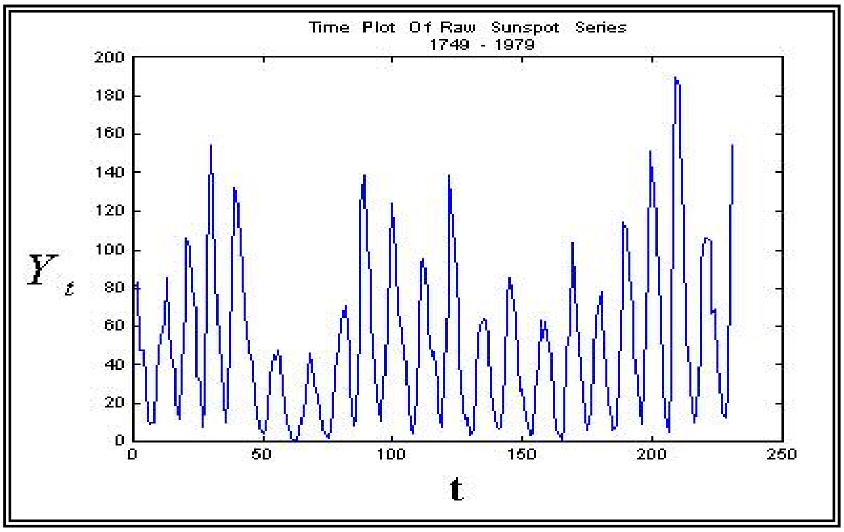
$$SIC(M) = BIC(M) / T \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(16)$$

إذ ان M تمثل عدد معلمات النموذج ، T حجم العينة المستخدمة .

الجانب التطبيقي

المقدمة : Introduction

في هذا الجانب تم بناء نموذج صغير وذلك بتطبيق طريقة دالـــة القاعـــدة النصف قطرية (الشعاعية)(radial basis method) ، وكذلك اختيار حجم النموذج الأمثل باستخدام قوانين الطول(Rissanen, 1989). تم اخذ سلسلة البقع الشمســية لتطبيق طريقة دالة القاعدة النصف قطرية (الشعاعية) (radial basis method) ، لأن هذه السلسلة جلبت اكبر قسم من الاهتمام في موضوع الفيزياء الفلكية وذلـــك بسبب سلوك المدار الكلاسيكي فيها.(Aziz, 1996)



الشكل (1)

السلسلة الزمنية للبيانات الحقيقية للبقع الشمسية من 1749-1979

1. **تطبيق الخوارزمية** : Application of the Algorithm

بعد تطبيق نظرية Taken's الموضحة في فقرة (2) وباستخدام برامج بلغة matlab نستنتج مصفوفة Z_t بسعة [3 * 30] ، إذ ان البعد المغمور هــو (3) و h=1 lag. وباختيار المركز عشوائيا من Z_t وتطبيــق المعادلــة (4) ســنوجد المصـــفوفة الكاوســـية (Gaussian) $\phi(r)$. نختـــار عمـــوداً مـــن المصفوفةالكاوسية(Gaussian) $\phi(r)$ وكما موضح في فقــرة (5).وباســتخدام السلسلة الزمنية الحقيقية y_t ، يتم تطبيق الخوارزمية الموضحة في فقرة(4) . سينتج لدينا المعلمة المطلوبة S .وبتكــرار العمليات السابقة أي باختيار مراكز اخرى C_s عشوائيا من Z_tوإيجاد المصفوفة الكاوسية (Gaussian) وتطبيق الخوارزمية مرة اخرى بالاعتماد على البرامج بلغة Matlab . نستخرج عدداً مــن المعلمــات (S) بعدد المراكز المختارة عشوائيا .

2. **تطبيق نظرية دالة القاعدة النصف قطرية(الشعاعية)**

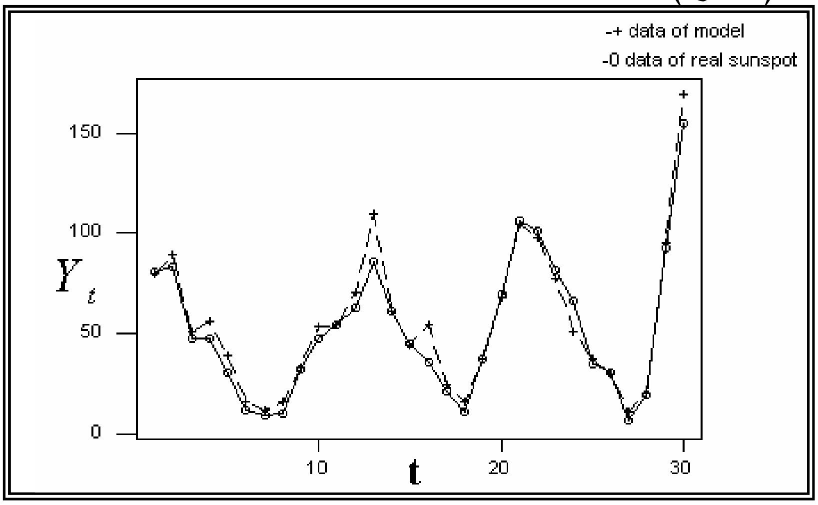
بتطبيق المعادلة (8) عند كل معلمة ناتجة في الفقرة (1) وذلك باســتخدام برنامج بلغة Matlab ستنتج لدينا السلسلة الزمنيــة المقــدرة $\hat{Y}_t$. وباســتخدام برنامج اخر بلغة Matlab تم استخراج الخطأ حسب المعادلة (9) إذ تــم حســاب

الخطأ عنـــد كل تقدير لـــ $\hat{Y}_t$ المقدرة ،وبتـــــطبيق قـــوانين الطول , BIC SIC كما في المعادلتين (16) و (15) . وباستخدام برنـــامج بلغـــة Matlab تـــم حسابBIC و SICعند كل تقدير الى $\hat{Y}_t$ المقدرة .

3. **اختيار النموذج الأمثل :**

يمكن ملاحظة النموذج الجيد الذي يكون الخطأ فيه قليلاً عندها يتم اختيار $\hat{Y}_t$ المقدرة .

ويمكن ملاحظة ذلك من الشكل (2) إذ ان السلسلة الحقيقية تكون مقاربة من السلسلة الناتجة (المقدرة).

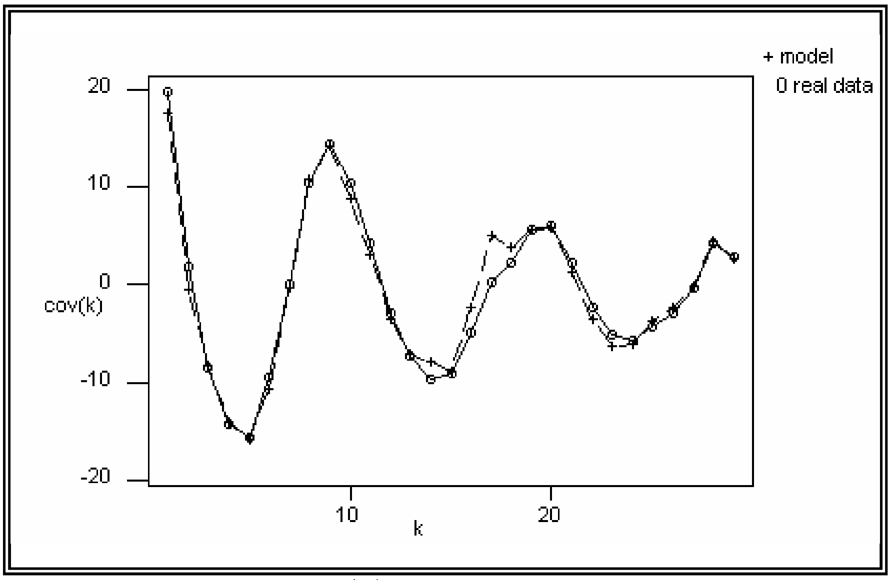


الشكل (2)

السلسلة الزمنية المقدرة باستخدام نظرية دالة القاعدة (الشعاعية) والسلسلة الزمنية للبيانات الحقيقية

4. **التغاير** : Covariance

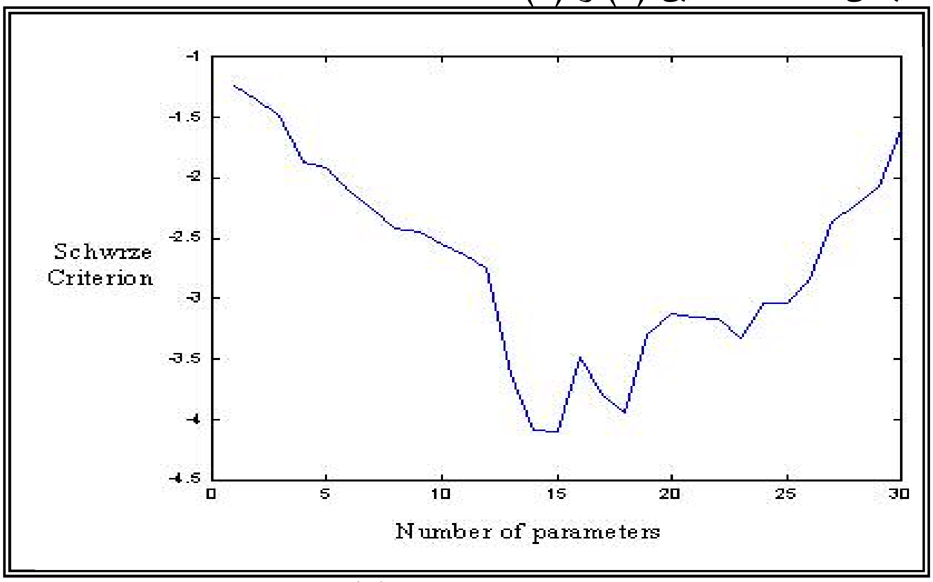
ومن خلال البرنامج بلغة Matlab نستخرج التغاير بين عناصر السلسلة الحقيقية وعناصر السلسلة المقدرة ،وباستخدام نظام Minitab تم رسم الشكل (3) الذي يوضح التغاير فنلاحظ التشابه بين السلسلة الحقيقية والسلســلة المقــدرة فــي التغاير .



الشكل (3)

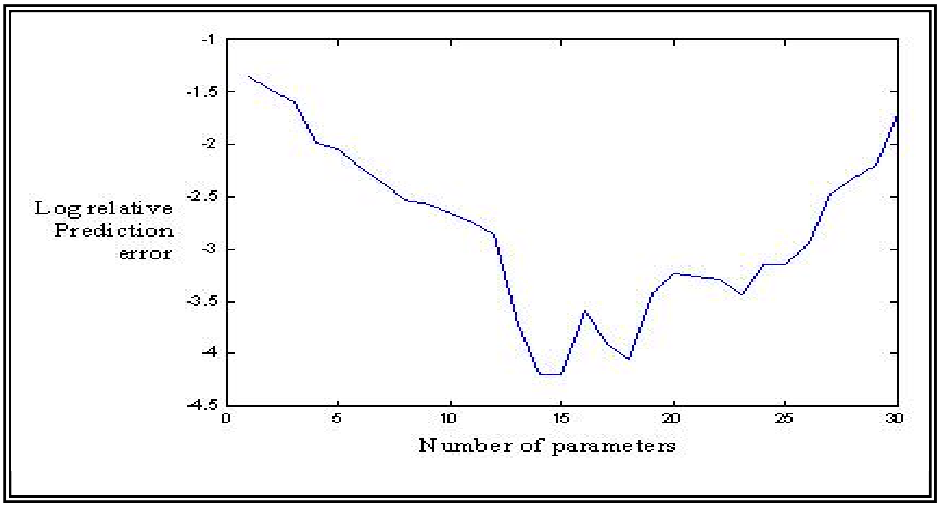
التغاير للبيانات الحقيقية وبيانات النموذج المقدرة

كذلك سنلاحظ أن النموذج الجيد يكون قيمة BIC و SIC عنده اقل ما يمكن، لاحظ الشكلين (4) و (5) .



الشكل (4)

مقياس شوارز (Schwrz Information Criterion) بالنسبة الى عدد المعلمات



الشكل (5)

Log (err) بالنسبة الى عدد المعلمات

5. **تحليل البواقي:** Residuals Analysis

بتطبيق المعادلة (1) نحسب البواقي (residuals) كما في الجدول (1) إذ يمثل V_t البواقي .في أي نوع من الاختبارات لنماذج السلاسل الزمنية من المهم جدا فحص البواقي للتأكد من سلامة الفروض التي وضعت عليها بعد تخمين معلماتها . والبواقي V_t تعرف بأنها الفرق بين القيمة الملاحظة والقيمة المقدرة من النموذج ولعل من أهم الفروض التي تفترض على البواقي هو ان تكون غير مرتبطة (uncorrelated) مع بعضها البعض ، واذا كانت البواقي غير مرتبطة فيفضل اختبار فيما اذا كانت تتبع التوزيع الطبيعي $N\left(0,\sigma_z^2\right)$ (العبيدي،1989)

6. **اختبار عدم الارتباط :** Uncorrelation Test

لتكن {V_t; t = 1,2 , ……} ترمز الى البواقي الناتجة من النموذج المقترح لبيانات السلسلة الزمنية $\left\{\hat{Y}_t ; t=0,\pm 1,\pm 2,\ldots\right\}$ ، ولتكن $\hat{r}_k$ معامل الارتباط الذاتي لفترة k حيث ان k = 1,2,….. ، ومعامل الارتباط معرف كما يأتي : (Aziz , 1996)

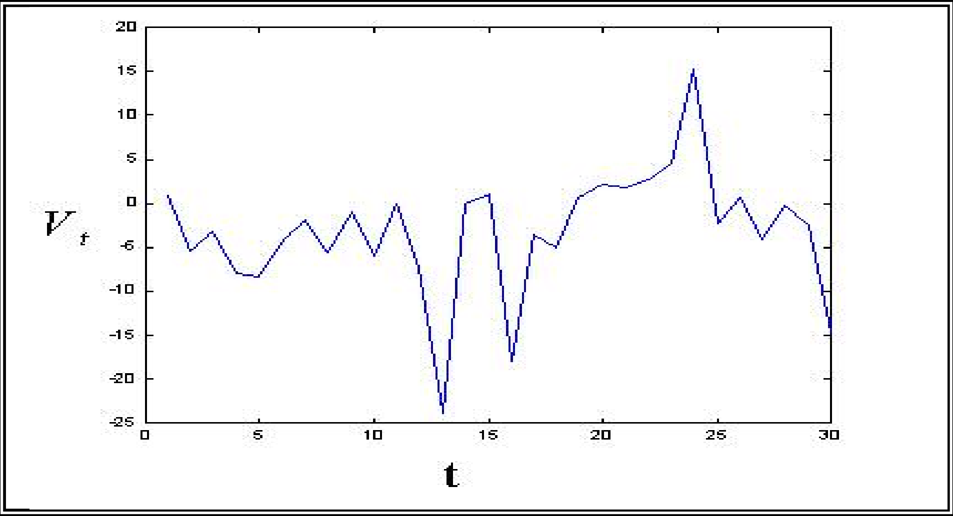
$$\left[\hat{r}_k=\sum_{t=k+1}^{n}\left(v_t-\bar{v}\right)\left(v_{t-k}-\bar{v}\right) \Big/ \sum_{t=1}^{n}\left(v_t-\bar{v}\right)^2\right] \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(17)$$

Where $\bar{v}=n^{-1}\sum_{t=1}^{n} v_t$

ومن المعروف ان $\hat{r}_k$ يتوزع طبيعيا بمعدل صفر وتباين $1/\sqrt{n}$ عندما تكون البواقي غير مرتبطة مع بعضها البعض لذا فإذا كانت V_t's غير مرتبطة فانه يفترض ان نلاحظ مالا يقل عن 95% من r_k's تقع داخل القيد $\pm 1.96/\sqrt{n}$ (العبيدي (1989)) . فإننا نقبل البواقي لكي تكون غير مرتبطة وبعكسه فإننا نرفض ذلك . والشكل (6) يمثل رسم البواقي كدالة للزمن (t) .

الجدول (1) :(جدول قيم البواقي)

t	Y_t	$\hat{Y}_t$	V_t	t	Y_t	$\hat{Y}_t$	V_t
1	80.9	80.048	0.85	16	36.0	53.998	−17.9978
2	83.4	88.877	−5.477	17	20.9	24.591	−3.6909
3	47.4	50.641	−3.2412	18	11.4	16.345	−4.9453
4	47.8	55.895	−8.095	19	37.8	37.215	0.585
5	30.7	39.039	−8.339	20	69.8	67.643	2.1568
6	12.2	16.345	−4.145	21	106.1	104.347	1.7529
7	9.6	11.529	−1.929	22	100.8	98.072	2.7283
8	10.2	15.835	−5.6345	23	81.6	77.056	4.5437
9	32.4	33.493	−1.0932	24	66.5	51.298	15.2021
10	47.6	53.633	−6.033	25	34.8	37.215	−2.4147
11	54.0	54.071	−0.0708	26	30.6	30.064	0.5364
12	62.9	70.197	−7.297	27	7.0	11.164	−4.1644
13	85.9	109.674	−23.7739	28	19.8	20.213	−0.4127
14	61.2	61.368	−0.1678	29	92.5	95.007	−2.5069
15	45.1	44.001	1.0991	30	154.4	169.290	−14.8904

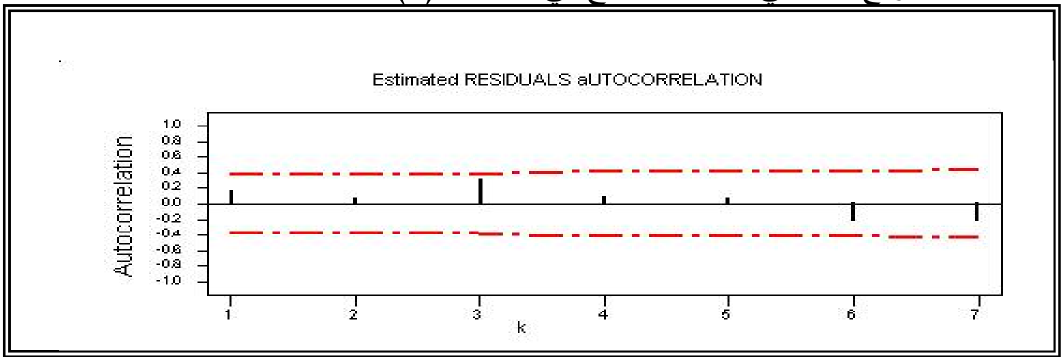


الشكل (6)

البواقي كدالة للزمن بالنسبة الى نموذج دالة القاعدة النصف قطرية (الشعاعية)

7. **اختبار الطبيعية** : Test of Normality

وباستخدام نظام Minitab تم حساب دالة الارتباط الذاتي للبواقي وبحيث ان دالة الارتباط الذاتي هنا هي $\hat{r}_k$, k=1,2,…,30 وحدود الثقة هي 95% و 99% الى r_k's ومن ملاحظة الشكل (7) نلاحظ ان دالة الارتباط الذاتي تبقى داخل القيد في الرسم وهذا يدل على ان البواقي غير مترابطة وان التوزيع الاحتمالي لهذه البواقي هو قريب من التوزيع الطبيعي ،وكما موضح في الجدول (2)



الشكل (7) :الارتباط الذاتي لبواقي نموذج دالة القاعدة النصف قطرية (الشعاعية)

الجدول (2) :جدول اختبار البواقي

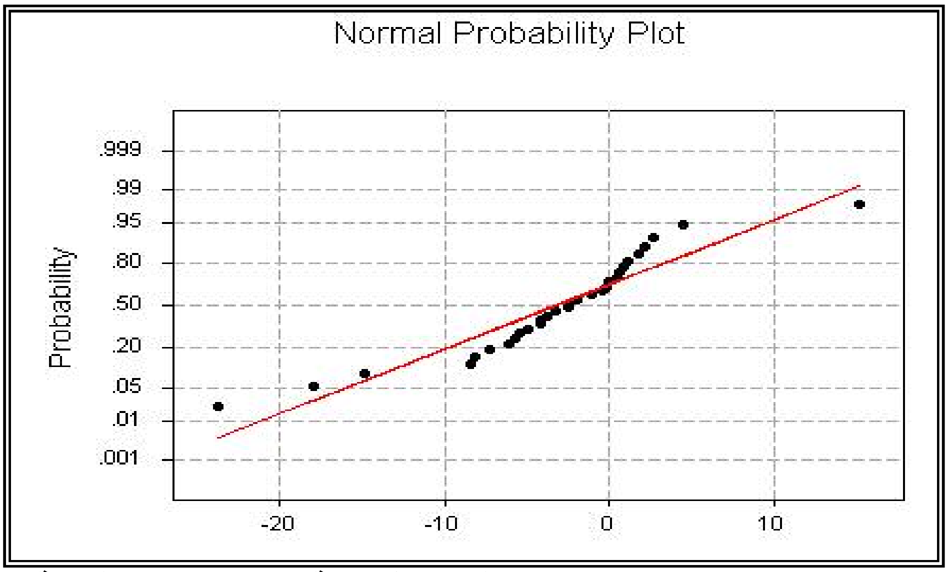
الحد الأدنى	الحد الأعلى	القيم المشاهدة	القيم المتوقعة	Chi- square
At or below	**−23**	**1**	**0.105**	**7.63**
−23	**−20**	**0**	**0.216**	**0.216**
−20	**−17**	**1**	**0.54**	**0.392**
−17	**−14**	**1**	**1.344**	**0.09**
−14	**−11**	**0**	**2.271**	**2.27**
−11	**−8**	**2**	**3.453**	**0.61**
−8	**−5**	**4**	**4.458**	**0.047**
−5	**−2**	**7**	**4.992**	**0.081**
−2	**1**	**8**	**4.392**	**2.964**
1	**4**	**4**	**3.891**	**0.003**
4	**7**	**1**	**2.046**	**0.535**
7	**10**	**0**	**1.305**	**1.305**
10	**13**	**0**	**0.621**	**0.621**
13	**16**	**1**	**0.261**	**2.09**
Total		**30**		**18.853**
$\chi^2_{11.0.01}=24.72$				**Accept** H_0^*
$\chi^2_{11.0.05}=19.68$				**Accept** H_0

H_0^*: The residuals are normally distributed

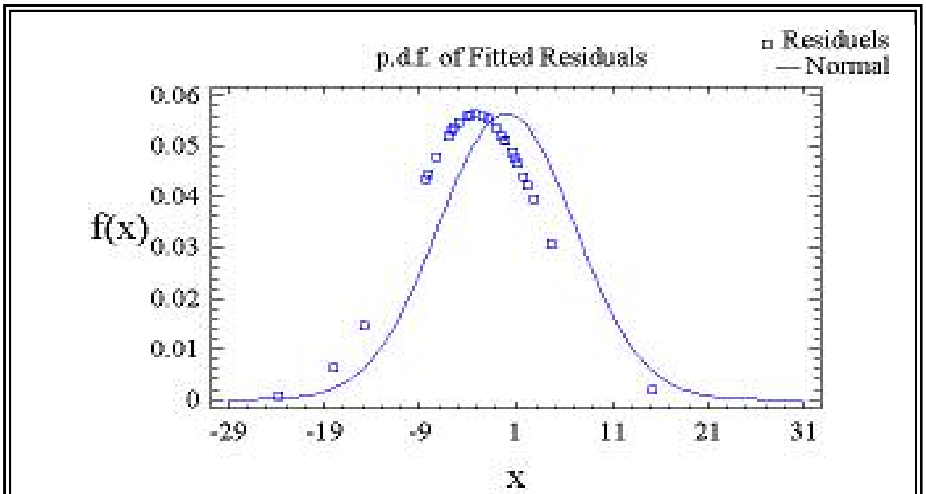
نلاحظ ان القيمة المحسوبة في الجدول هي (18.853) أقل من القيمة الجدولية بمستوى معنوية 0.01 و 0.05 أي ان التوزيع الاحتمالي للبواقي هو قريب من التوزيع الطبيعي.

اذ ان قانون (**Chi- square**) هو
$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{14} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

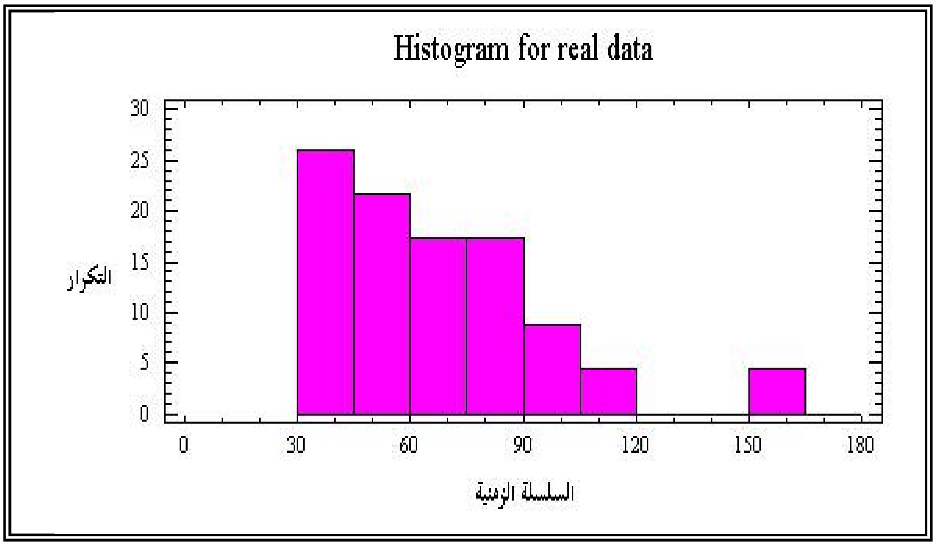
حيث ان E_i هي التوقعات و O_i هي المشاهدات ،ومن خلال استخدام نظام Minitab يمكن ملاحظة الشكل (8) للاحتمال الطبيعي للبواقي وكذلك الشكل (9) بالنسبة الى دالة كثافة الاحتمال للبواقي (p.d.f.) .



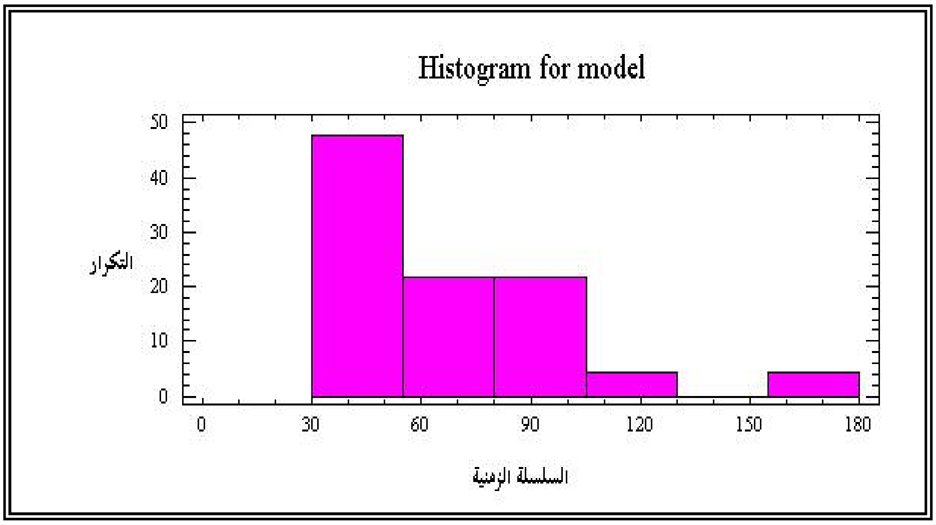
الشكل (8) : شكل الاحتمال الطبيعي لبواقي نموذج دالة القاعدة النصف قطرية (الشعاعية)



الشكل (9) :دالة كثافة الاحتمال لبواقي نموذج دالة القاعدة النصف قطرية (الشعاعية)



الشكل (10): المدرج التكراري للبيانات الحقيقية



الشكل (11) :المدرج التكراري لبيانات النموذج الشعاعي

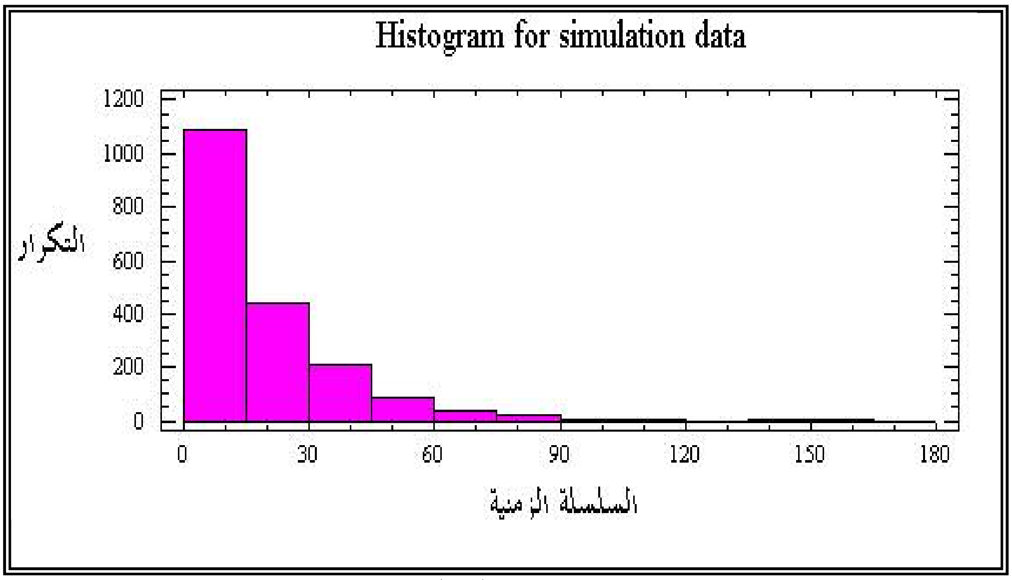
تبين من الشكلين (10) و (11) أنهما متطابقان من حيث الشبه بشكل الدالة الاسيةمما يدل على ان البيانات للنموذج مقاربة للبيانات الحقيقية . ومن الجدول (3) نلاحظ وبمستوى معنوية 0.01 و 0.05 بأن بيانات النموذج تتبع التوزيع الاسي .

الجدول (3)

Chi- square	القيم المتوقعة	القيم المشاهدة	الحد الأعلى	الحد الأدنى
2.8	6.15	2	13	0

13	26	5	4.89	0.0025
26	39	4	3.867	0.0046
39	52	3	3.093	0.0028
52	65	6	2.46	5.09
65	78	3	1.95	0.565
78	91	2	1.55	0.131
91	104	2	1.23897	0.467
104	117	2	0.99	1.030
117	130	0	0.771	0.771
130	143	0	0.62265	0.623
143	156	0	0.49455	0.494
156	169	0	0.3933	0.3933
169	182	1	0.3135	1.5033
Total		30		13.8775
$\chi^2_{12.0.01} = 26.217$				Accept H_0^*
$\chi^2_{12.0.05} = 21.0261$				Accept H_0

H_0^*: the data of model are exponential distribution

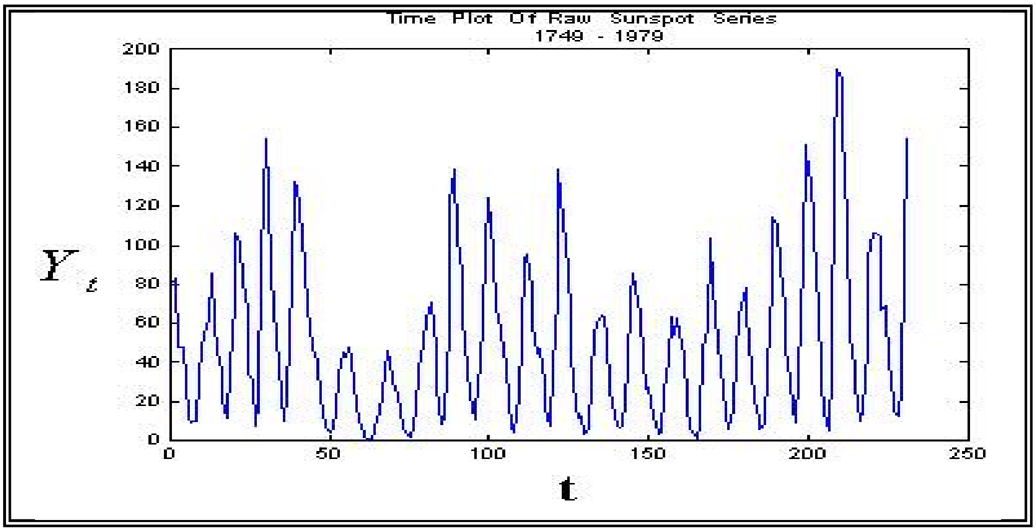


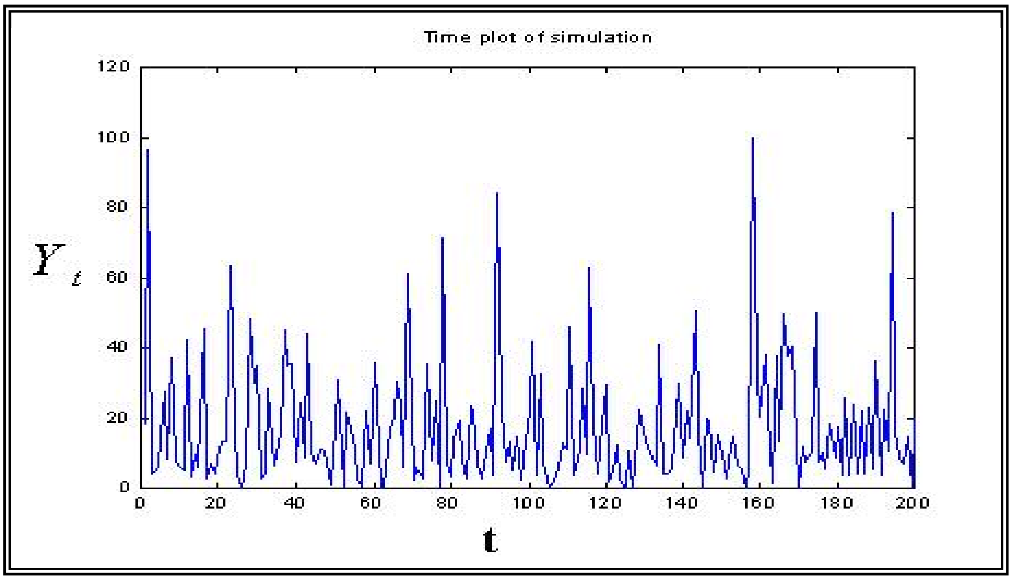
الشكل (12)

المدرج التكراري للبيانات المولدة من نموذج الشعاعي

8. المحاكاة باستخدام الشبه بالدالة الاسية : Simulation of Exponential Function

من رسم الشكل (12) يمكن ملاحظة أن بيانات النموذج تتبع التوزيع الاسي أيضا ، اذا سنستنتج أنه يمكن عمل المحاكاة على عناصر النموذج باستخدام الدالـــة الاسية . ومن خلال نظام Minitab تم توليد بيانات من الدالة الاسية لعمل المحاكاة كما في الشكل (13) اذ نلاحظ تقارب الشكل الأصلي للبيانات الحقيقية مـــن شـــكل المحاكاة .





الشكل (13)

مقارنة بين بيانات السلسلة الزمنية الحقيقية للبقع الشمسية وبيانات المحاكاة لنموذج دالة القاعدة الشعاعية

الاستنتاجات :Conclusion

نستنتج من تطبيق طريقة دالة القاعدة النصف قطرية (الشعاعية) (radial basis of method) أن هذه النظرية من ميزاتها الجيدة بناء نماذج بمعلمات قليلة وبأخطاء صغيرة بالمقارنة مع أساليب النمذجة الأخرى في بناء النماذج الديناميكية. كذلك في التوليد (interpolation) وذلك عن طريق استخدام (Small, Judd, and ,Mees , 2001)(taken's, 1981) ، ولقياس حجم النموذج الأمثل تم استخدام مقياس(Rissanen, 1989) أي اقل نوع طول (minimum description length) ومن هذه المقاييس (Bayesian Information criterion) ويرمز له للاختصار (BIC) و (Schwarz information criterion) ويرمز له للاختصار (SIC) (Mees,1993). حيث تم بناء نموذج صغير بمعلمات قليلة وبأقل خطأ وأمثل حجم وتم تحليل البواقي للنموذج بالاعتماد على اختبار عدم الارتباط (Uncorrelation Test) واختبار الطبيعية (Test of Normality) وكذلك تم عمل المحاكاة لبيانات النموذج.

التوصيات : Recommendation

1. بناء نماذج لسلاسل زمنية مختلفة تؤخذ من الطبيعة باستعمال طريقة دالة القاعدة النصف قطرية (الشعاعية) .

2. بناء نموذج لسلاسل زمنية باستعمال طريقة القاعدة النصف قطرية (الشعاعية) إذ تكون دالة القاعدة هي (Splin Function) بدلا من الدالة الكاوسية (Gaussian Function) التي تم استعمالها في هذا البحث.
3. بناء نموذج للسلسلة الزمنية للبقع الشمسية للفترة الزمنية المأخوذة في الدراسات السابقة لهذه السلسلة ومقارنة هذا النموذج بنماذج تلك الدراسات السابقة .
4. اختيار المراكز بطرائق أخرى غير الطريقة العشوائية التي تم استخدامها في هذا البحث.
5. استعمال النظام الديناميكي المولد بطريقة دالة القاعدة النصف قطرية (الشعاعية) في التخمين (Estimation) ،السيطرة (Control).وحساب البعد الكسوري الاحتمالي.

المصادر

- المصادر العربية :

1. العبيدي ، عبد الغفور جاسم (1989) ، "تحليل ونمذجة السلسلة الزمنية لدرجات الحرارة في مدينة الموصل" ، رسالة ماجستير ، جامعة الموصل .

- المصادر الأجنبية :

2. Aziz, M.M. (1996), “A New Analysis of Sunspot time Series”, Ph.D. thesis, University of Mosul.
3. Casdagli, M. (1989), “Non – Linear Prediction of Chaotic Time Series”, Physica D35(3), 335 – 356.
4. Farmer, J.D. and Sidorowich, J.J. (1987), “Predicting Chaotic Time Series”, Phys. Rev. Lett., 59(8), 845 – 848.
5. Grassberger, P. and Procaccia, I. (1983), “Characterization of Strange Ahractor”, Physics Review Letter So: 346.
6. Judd, K. and Mees, A. (1995), “On Selecting Models for Non Linear Time Series”, Physica D82: 426 – 444.

7. Mees, A.I., (1990), "Modeling Complex Systems", In: Dynamics of Complex Interconnected Biological Systems eds. Vincent, T., Mees, A.I. and Jennings, L.S., Birkhauser, Boston, pp. 104 – 124.
8. Mees, A.I., (1993), "Parsimonious Dynamical Reconstruction", The University of Western Australia, In: Bifurcation and Chaos3, 669 – 675.
9. Mees, A.I., (1994), "Reconstruction Chaotic Systems in the Presence of Noise", The University of Western Australia, Nedlands 6009, pp. 305 – 321.
10. Rissanen, J. (1989), "Stochastic Complexity in Statistical Inquiry", World Scientific Singapore.
11. Small, M. and Judd, K. and Mees, A. (2001), "Testing Time Series for Nonlinearly", University of Western Australia. Statistics and Computing, 11: 257 – 268.
12. Small, M., Judd, K. and Mees, A. (2002), "Modeling Continuous Process Form Data", Physical Review, volume E65, 046704.
13. Takens, F. (1981), "Detecting Strange Attractors in Turbulence", Lecture Notes in Mathematics 898: 366 – 381.
14. Tong, H. (1990), "Non-linear Time Series: A Dynamical System", Approach Oxford Clarendon.
15. William W.S. Wel (1989), "Time Series Analysis", Department of Statistics Temple University.