

دراسة كفاءة بعض المرشحات باستخدام المحاكاة

طلال فاضل حسين\*\*

باسل يونس ذنون\*

المستخلص

يتضمن هذا البحث دراسة بالمحاكاة لثلاثة مرشحات تستخدم على نطاق واسع في التطبيقات الواقعية. وهذه المرشحات هي مرشح ألفا-بيتا ومرشح كالمن ومرشح استجابة النبضة ذو الأمد المحدود FIR. لقد تم توليد مشاهدات مشوشة مولدة من ثلاثة نماذج تصادفية وبالاعتماد على ثلاث عوائل مختلفة من التوزيعات الاحتمالية مع التشويش. كما اعتمد التطبيق الحاسوبي الحديث 6 MATLAB في المعالجة. وقد أظهرت نتائج المحاكاة تفوقاً واضحاً لمرشح FIR على المرشحين الآخرين.

Studying Consistency of Some Flitters Using Simulation

ABSTRACT

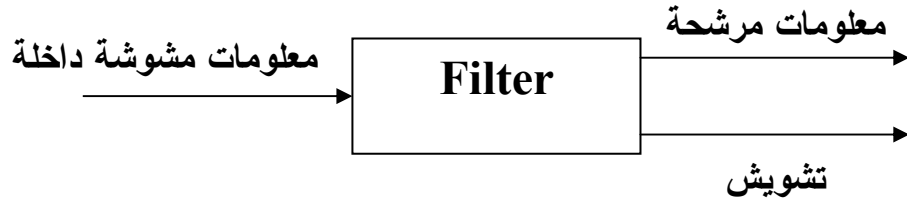
This paper includes a simulation study of three well-known filters in real lift application. These filters are  $\alpha$ - $\beta$  filter, Kalman filter and FIR filter. Noisily realizations were generated from three stochastic models and depending on three different families of probability distribution of noise. The modern computer application MATLAB 6 is used. The simulation results indicated that FIR filter is more powerful than the other two filters.

1- المقدمة:

\* استاذ/ كلية علوم الحاسبات والرياضيات/ جامعة الموصل

\*\* كلية علوم الحاسبات والرياضيات

يعد موضوع الترشيح من المواضيع المتزايدة الأهمية في الوقت الحاضر، ويتعلق هذا الموضوع بالعديد من المواضيع مثل الإحصاء وتحليل السلاسل الزمنية والتحليل العددي ونظرية السيطرة والاقتصاد القياسي والهندسة والاتصالات ومعالجة الإشارة. إن الاستخدام الحديث لمصطلح الترشيح يعني فصل المشاهدات فور ملاحظتها إلى مركبتين: الأولى تمثل الإشارة Signal والتي نهتم بمعرفة مقدارها، والثانية هي التشويش Noise والتي تمثل العوامل الطارئة والمفاجئة خارج سيطرتنا. والشكل الآتي يوضح عملية الترشيح.



الشكل (1) : عملية الترشيح

إن الاهتمام بموضوع الترشيح يعود إلى العشرينات والثلاثينات من القرن العشرين، إلا أن هذا الاهتمام زاد منذ ظهور مرشح وينر Wiener Filter الذي صممه العالم الرياضي Wiener أثناء الحرب العالمية الثانية، إذ استخدم هذا المرشح في التطبيقات العسكرية والتقنية المختلفة، وفي أواخر عام (1959) وبداية عام (1960) قدم الباحث كالمن R. Kalman مرشحاً عرف باسمه Kalman Filter، إن الدراسات الحديثة التي تناولت عملية الترشيح الخطي واللاخطي تتبع أسلوب فضاء الحالة State Space Approach، ومن هذه الدراسات الدراسة التي قام بها الباحث Kitagawa (1991)، فقد استخدم أسلوب فضاء الحالة اللاخطي لتمهيد السلاسل الزمنية. وقد أعطى صيغة رياضية للتنبؤ المتعاقب Recursive Prediction وكذلك للترشيح والتمهيد لنموذج فضاء الحالة اللاخطي. وأجريت دراسة ماجستير في جامعة الموصل قام بها الباحث الحمداي (1996) إذ كون مرشح كالمن بالاعتماد على أسلوب بيز لعدد من النماذج الحركية الخطية وركز على إيجاد وتفسير ربحية الترشيح Filter Gain لكل نموذج، أما الباحث

Tanazaki (1997) فقد قام بوضع مرشح لاخطي وغير طبيعي باستخدام استراتيجية محاكاة مونت - كارلو. وقام الباحث الجابري (2000) بدراسة موسعة عن مرشح كالمن وبعض تطبيقاته مثل تقدير القيم المفقودة وتحليل السلاسل الزمنية، كما قام بدراسة عن مرشح وينر ووضفت نماذج ARMA المعروفة لتسهيل استخدام هذا المرشح في التطبيقات العملية. ويهدف هذا البحث الى تقديم دراسة مقارنة من خلال اسلوب المحاكاة لعدد من المرشحات الشائعة الاستخدام وبالاعتماد على عدة توزيعات احتمالية مختلفة التشويش .

## 2 - الجانب النظري

يتضمن هذا المبحث استعراضاً لثلاثة مرشحات تستخدم على نطاق واسع في التطبيقات المختلفة، وهي: مرشح كالمن Kalman Filter ومرشح ألفا-بيتا  $\alpha$ - $\beta$  Filter ومرشح استجابة النبضة ذو الأمد المحدود FIR.

### 1-2 مرشح كالمن Kalman Filter

يعد مرشح كالمن من المرشحات المهمة في المنطلق الزمني وكان أول ظهور له في مطلع الستينيات من قبل الباحث ( Kalman ( 1960 ثم قام كل من Kalman and Bucy (1962) بتطوير أسلوب تعاقبي معتمد على تمثيل فضاء الحالة سمي بمرشح كالمن، وقد جاءت فكرة كالمن للتغلب على مشكلة عدم الاستقرار Non- Stationary التي تعاني منها العديد من السلاسل الزمنية (الإشارات Signals) الواقعية. إن أهم ما يميز مرشح كالمن هي الخاصية التعاقبية التي تتيح لنا فرصة الاستفادة من البيانات والمعلومات الجديدة عند تغير الزمن  $t$ ، كما انه لا يشترط أن تكون جميع البيانات مخزونة أو متوافرة دائماً. إن من استخدامات مرشح كالمن هو استخداماته المهمة في التطبيقات العملية كنظم السيطرة Control Systems والاتصالات Communications وفي نظم الرادارات وتعقب الأهداف البحرية والجوية. وقد توسعت تطبيقاته حتى شملت شتى مجالات الحياة التقنية والهندسية والحاسوبية والطبية المختلفة.

إن مرشح كالمن للنظام الديناميكي يتكون من معادلتين أساسيتين: الأولى تسمى معادلة النظام System Equation والثانية تسمى معادلة الملاحظة (أو المشاهدة)

(Observation Equation) وعلى النحو الآتي وعلى التوالي:

$$\text{System Equation: } X_t = \phi_t X_{t-1} + \omega_t \quad (1a)$$

$$\text{Observation Equation: } y_t = M_t X_t + v_t \quad (1b)$$

حيث إن  $\omega_t$  هو عبارة عن تشويش النظام System Noise وعادة يكون هذا التشويش من النوع الأبيض White Noise ويتوزع هذا التشويش احتمالياً بمعدل صفر وتباين  $\sigma_\omega^2$ ، وان  $v_t$  هو عبارة عن تشويش المشاهدة Observation Noise وايضا من النوع الابيض ويتوزع احتمالياً بمعدل صفر وتباين  $\sigma_v^2$ . إن الهدف من الترشيح هو تقدير قيمة الإشارة  $X_t$  من المشاهدات  $y_0, y_1, \dots, y_t$ ، يرمز عادة للقيمة المرشحة من  $X_t$  بالرمز  $X_t^{(t)}$  ان العلاقات التعاقبية لمرشح كالمن يمكن كتابتها بالشكل الآتي: (لا حظ (kanjilal (1995)

$$X_t^{(t-1)} = \phi_t X_{t-1}^{(t-1)} \quad (2a)$$

$$P_t^{(t-1)} = \phi_t P_{t-1}^{(t-1)} \phi_t' + Q_t \quad (2b)$$

$$k_t = p_t^{(t-1)} M_t (M_t P_t^{(t-1)} M_t' + R_t)^{-1} \quad (2c)$$

$$X_t^{(t)} = X_t^{(t-1)} + k_t (y_t - M_t X_t^{(t-1)}) \quad (2d)$$

$$P_t^{(t)} = P_t^{(t-1)} - K_t M_t P_t^{(t-1)} \quad (2e)$$

حيث أن  $X_t^{(t)}$  هو عبارة عن متجهة الحالة State Vector وان كل من  $\phi_t$  و  $M_t$  هما ثابتا ملاءمة النموذج (عادة يسمى  $\phi_t$  بالمصفوفة الانتقالية Transition Matrix ويسمى  $M_t$  بمصفوفة التحويل Transformation Matrix) أما  $R_t$  فهو تباين تشويش المشاهدة (والذي يكافي  $\sigma_v^2$  في حالة أحادي البعد Scalar) و  $Q_t$  هو تباين تشويش النظام (والذي يكافي  $\sigma_\omega^2$  في حالة أحادي البعد Scalar) وان  $K_t$  يمثل ربحية الترشيح Filtered Gain وان  $P_t$  تمثل مصفوفة التغاير Covariance Matrix لخطأ الترشيح. ان الخوارزمية الخاصة بمرشح كالمن مبينة في الجابري(2000)

### مزايا مرشح كالمن

يتمتع مرشح كالمن بشهرة واسعة نتيجة للعديد من المزايا الإيجابية التي يتمتع بها ومنها:

أ. انه مرشح بالغ العمومية يمكن استخدامه مع مختلف السلاسل الزمنية: المستقرة وغير المستقرة، الخطية وغير الخطية.

ب. انه مرشح ذو طبيعة تعاقبية مما يجعله مناسباً للتعامل مع الحاسوب.

ج. بالنظر لاعتماد هذا المرشح على تمثيل فضاء الحالة فيمكن استخدامه لترشيح

سلاسل زمنية متعددة في آن واحد هي التوازي (Parallel)

د. انه مرشح ذو ربحية ترشيح متغيرة بتغير الزمن مما يؤدي إلى تصحيح المرشح القديم باستمرار.

هـ. يمكن لهذا المرشح الترشيح الفوري مما يؤهله للاستخدام مع النظم الحية.

و. على العكس من مرشح ألفا-بيتا، فان مرشح كالمن يمكنه التنبؤ بخطوات متعددة

### 2.2 مرشح ألفا - بيتا $\alpha$ - $\beta$ Filter

يعد مرشح ألفا-بيتا أحد المرشحات التي اشتهرت في مجال التمهيد Smoothing والترشيح Filtering للسلاسل الزمنية والإشارات. ويقدم هذا المرشح تنبؤاً بخطوة واحدة للمستقبل One- Step – Ahead – Prediction وبالاعتماد على الخطأ الحالي لتقدير المعلومة التالية. إن مرشح ألفا-بيتا هو مرشح تعاقبي بسيط وهو يشبه مرشح كالمن الذي ورد ذكره سابقاً إلى حد ما باستثناء أن معاملات الربحية لن تتغير أثناء عمل المرشح. ان لمرشح ألفا-بيتا العديد من التطبيقات لعل من أبرزها وأكثرها شهرة هو استخدامه في مجال تعقب الأهداف المرصودة بواسطة الرادارات. لقد قدم Sklansky (1957) في بحث له تحليلاً لسلوك مرشح ألفا-بيتا اذ عرض في هذا التحليل المدى المقبول لقيم معاملات التنعيم Smoothing Parameters والتي تؤدي إلى مرشح مستقر. وكذلك وضع القيود Constraints على هذه المعلمات. كما اشتق صيغاً مغلقة لإيجاد العلاقة بين

مقدر التنعيم وامكانية الترشيح في حالة كون التشويش ابيض White Noise وقام بتحديد نسبة الضوضاء Noise Ratio كما قام بأجراء اختبار للقيم المثلى Optimal Values لقيم المعلمات ولتقليل مقدار نسبة الخطأ.

يمكن ان نلخص عمل المرشح ألفا- بيتا من خلال ثلاث معادلات اثنتان منها للتنعيم والأخيرة للتقدير وبالشكل الآتي وعلى التوالي:

(لاحظ (Lefferts (1981):

$$X_f(t) = X_p(t) + \alpha[X_0(t) - X_p(t)] \quad (3a)$$

$$D_f(t) = D_f(t-1) + \beta[X_0(t) - X_p(t)] \quad (3b)$$

$$X_p(t+1) = X_f(t) + D_f(t) \quad (3c)$$

حيث إن  $X_0(t)$  تمثل القيمة الملاحظة Observed Value للمشاهدة عند الزمن  $t$ .  
 $X_p(t)$  القيمة التنبؤية Predicted Value للمشاهدة عند الزمن  $t$ .  
 $X_f(t)$  القيمة المرشحة Filtered Value للمشاهدة عند الزمن  $t$ .  
 $\alpha$  هي معلمة تمهيد الموقع Position Smoothing Parameter  
 $\beta$  هي معلمة تمهيد السرعة Velocity Smoothing Parameter  
(يقصد بالموقع والسرعة للهدف الجوي - في حالة تعقب الأهداف الجوية).

$D_f^{(t)}$  هي مقدار الخطأ بين القيمتين المشاهدة والمتوقعة عند الزمن  $t$ . وبما ان معادلة التوقع قد وردت بصيغة تعاقبية، فهذا يعني أنها تحتاج إلى قيمة ابتدائية. وتحسب القيمة الابتدائية عادة وذلك بأخذ القيمة المتوقعة مساوية للقيمة المشاهدة مباشرة، كما تؤخذ قيمة  $D$  الابتدائية بوصفها الفرق بين قيمتين أو مشاهدتين متعاقبتين وتبدأ عملية الترشيح ابتداءً من القيمة الثالثة. لقد اقترح الباحثون عدة أشكال لمقدرات المعلمين  $\alpha, \beta$  ومن وجهات نظر مختلفة، ومن هذه المقدرات المقدران الآتيان:

$$\hat{\alpha} = \frac{2(2n-1)}{n(n+1)} \quad (4a)$$

$$\hat{\beta} = \frac{6}{n(n+1)} \quad (4b)$$

حيث ان  $n$  تمثل عدد المشاهدات المتوافرة ( $n > 2$ ) من ناحية أخرى، فقد عرض الباحثان Bandect and Broder (1962) تحليلاً لاستقرارية المرشح الأمثل Optimal Filter والذي يعطي اقل دالة كلفة Minimum Cost Function والتي هي عبارة عن دالة موزونة Weighting Function لتنعيم الضوضاء. وقد وجد بان المرشح الأمثل يمكن الوصول اليه باختيار مقدر للمعلمة  $\beta$  بالشكل الآتي:

$$\hat{\beta} = \frac{\alpha^2}{2-\alpha} \quad (4c)$$

أما المعلمة  $\alpha$  فيمكن اختبارها ضمن الفترة (0,2). ونشير إلى ان الباحث الوجيه (2002) وقد وضع خوارزمية خاصة لإيجاد افضل قيمة للمعلمة  $\alpha$  عند قيمة معينة من  $\beta$  كما توصل الى طرائق اكثر كفاءة لتقدير هاتين المعلمتين.

#### مزايا مرشح ألفا-بيتا

يعد مرشح ألفا-بيتا من المرشحات الشائعة في الاستعمال، وخاصة في مجال تعقب الأهداف الجوية، ولعل من أسباب ذلك المزايا الإيجابية التي يتمتع بها هذا المرشح ومنها:

أ.سهولة البنية، اذ يعتمد على عدد قليل من المعادلات (ثلاث) مما يجعل من حساباته امراً ميسوراً.

ب.أنية التنفيذ وسرعة العمل نتيجة لسهولة البنية التركيبية لهذا المرشح.

ج.قلة البيانات المطلوبة كقيم بدائية (فقط نحتاج إلى قيمتين بدائيتين عند المباشرة بتطبيق هذا المرشح).

**سليبات مرشح ألفا- بيتا :**

- أ. الحاجة إلى اختيار قيم بدائية بدقة جيدة وخبرة عالية لتقدير معالم التمهد.
- ب. ثبات ربحية الترشيح وعدم تغييرها مما لا يتيح تصحيح المشاهدات المرشحة بالتعاقب.
- ج. لا يمكن استخدام هذا المرشح للتنبؤ بأكثر من خطوة واحدة.

**3.2 مرشح استجابة النبضة ذو الأمد المحدود****Finite-Duration Impulse Response (FIR) Filter.**

يعد هذا المرشح من المرشحات الرقمية الشائعة الاستعمال في معالجة الإشارة في الزمن الحقيقي. ومرشح FIR هو من المرشحات غير التعاقبية Non-Recursive في المنطلق الزمني والذي يكون له (في حالة النظم السببية Causal Systems نوات الزمن الثابت Time-Invariant) الشكل الرياضي الآتي: (لاحظ (Carlson (1998)

$$x(t) = \sum_{i=0}^q h(i) y(t-i) ; t=0,1,2,\dots \quad (5)$$

وعلى وفق القيد فان  $h(i) = 0$  عندما  $t < i$ . حيث ان  $q$  هو عدد صحيح محدود وموجب يمثل رتبة order المرشح (يسمى أيضا معلمة البتر Truncation parameter). ولما كان  $q$  عددا محدودا، لذا فان المرشح يطلق عليه محدود الأمد. أما  $\{h(i)\}$  فتسمى معاملات (أوزان) المرشح Filter coefficients (weights). ويمكن الاستنتاج ببسر ان المعادلة (5) يمكن تحويلها بشكل الصيغة المصفوفية وكما يأتي:



$$\begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ x(2) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x(q) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(0) & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ h(1) & h(0) & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ h(2) & h(1) & h(0) & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ h(q) & h(q-1) & h(q-2) & \cdot & \cdot & \cdot & h(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ y(2) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y(q) \end{bmatrix} \quad (6a)$$

أو:

$$\mathbf{x} = \mathbf{H} \mathbf{y} \quad (6b)$$

حيث إن

$$\mathbf{y} = [y(0) \ y(1) \ y(2) \ \dots \ y(q)]'$$

$$\mathbf{x} = [x(0) \ x(1) \ x(2) \ \dots \ X(q)]'$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h(0) & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ h(1) & h(0) & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ h(2) & h(1) & h(0) & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ h(q) & h(q-1) & h(q-2) & \cdot & \cdot & \cdot & h(0) \end{bmatrix}$$

ان المصفوفة  $H$  تسمى عادة بمصفوفة الإرسال Transmission Matrix، وإذا كانت هذه المصفوفة غير شاذة Non-Singular، فعندئذ يمكننا كتابة المدخلات  $\mathbf{x}$  بدلالة كل من مصفوفة الإرسال  $H$  والمخرجات  $\mathbf{y}$  وكما يأتي:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{x} \quad (7)$$

وبالعودة إلى المعادلة (6a) نلاحظ ان هناك (q+1) من المجاهيل  $h(0), (1), \dots, h(q)$  و (q+1) من المعادلات الخطية. وباستخدام الأساليب المعروفة لحل نظم المعادلات الخطية يمكننا الاستنتاج ان هناك حلاً وحيداً يمكن التعبير عنه من خلال العلاقات التفاضلية الآتية:

$$h(0) = x(0) / y(0) \quad (8a)$$

$$h(i) = \left[ x(i) - \sum_{j=0}^{i-1} y(i-j)h(j) \right] / y(0); \quad i=1,2,\dots,q \quad (8b)$$

وبالعودة مرة أخرى إلى المعادلة (5) نجد ان تحويل z-Transform لهذه المعادلة يكون كما يأتي (لاحظ (Carlson 1998):

$$X(z) = \sum_{i=0}^q h(i)z^{-i}Y(z) \quad (9a)$$

لذا فان دالة تحويل Transfer Function مرشح FIR يكون لها الصيغة الآتية:

$$H(z) = X(z) / Y(z) = \sum_{i=0}^q h(i)z^{-i} \quad (9b)$$

ان النظام المتمثل بالمعادلة (9b) ليس له تغذية رجعية Feedback وذلك لان دالة التحويل لهذا المرشح H(z) لها أقطاب Poles فقط عند النقطة  $Z=0$ . لهذا فان مرشحات FIR تكون دائماً مستقرة Stable (انظر (Carlson 1998)).

### مزايا مرشح FIR

- يتمتع مرشح FIR بأهمية خاصة في مجال معالجة الإشارة Signal processing ويمكن إجمال أهم ميزاته بالنقاط الآتية:
- أ. ان مرشحات FIR سهلة التمثيل رياضياً، لذا فهي سهلة الاستخدام.
  - ب. يمكن تعميم مرشحات FIR ذات البعد الواحد إلى مرشحات FIR ذات البعدين والتي يستفاد منها في المعالجات الصورية Image processing.
  - ج. إن مرشحات FIR مثالية للتعامل في بيئة التطبيق الحاسوبي MATLAB .
  - د. هناك طرائق عديدة يمكن أن يعول عليها لتصميم مرشحات FIR .
  - هـ. مرشحات FIR تكون مستقرة Stable دائماً.

### 3- اختبار كفاءة المرشحات بالمحاكاة

لقد استخدم أسلوب المحاكاة Simulation Technique على اكثر من نموذج رياضي واحد وباستخدام توزيعات احتمالية مختلفة لغرض اختبار كفاءة المرشحات المذكورة سابقا. وتم تنفيذ البرامج على حاسبة من نوع Pentium 3 وباستخدام التطبيق الحاسوبي الحديث MATLAB 6 ، لقد اعتمدت ثلاثة توزيعات احتمالية مختلفة لغرض توليد التشويش Noise والذي يرمز له بالرمز  $Z_t$ . وهذه التوزيعات هي التوزيع الطبيعي بمعدل  $\mu$  وتباين  $\sigma^2$ ، أي  $N(\mu, \sigma^2)$ ، والتوزيع المنتظم في الفترة  $[a, b]$ ، أي  $U[a, b]$ ، وتوزيع لابلاس بالمعلمتين  $\alpha$  و  $\beta$  أي  $L(\alpha, \beta)$ . إن سبب اختيارنا لهذه التوزيعات هو أنها تمثل ثلاث عوائل مختلفة من التوزيعات الاحتمالية وتتميز بكونها تأخذ قيماً سالبة أو موجبة (كالتشويش) ومن ثم يمكن تثبيت الأوساط الحسابية لهذه التوزيعات عند الصفر (كما يفترض في اغلب الأحيان للتشويش). فلو ثبتنا معدل التشويش ليكون  $\mu=0$  ولو اعتبرنا أن تباين التشويش هو  $\sigma^2$ ، فعندئذ يمكننا الاستنتاج بسهولة أن التوزيعات الثلاثة  $N(0, \sigma^2)$ ،  $U[-\sqrt{3}\sigma, \sqrt{3}\sigma]$ ،  $L\left(0, \frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right)$  يكون لها المعدل نفسه هو 0 والتباين نفسه هو  $\sigma^2$ . وباستخدام البرنامج الجاهز MATLAB 6، فقد استخدمت الدالة randn لتوليد البيانات من التوزيع  $N(0, 1)$  واستخدام Segma \* randn للتوليد من التوزيع

$N(0, \sigma^2)$  حيث أن  $\sigma \equiv \text{Segma}$ . واسـتـخدم

$$\sqrt{3} \times \text{segma} \times (-1 + 2 \times \text{rand})$$

أما توزيع  $L\left(0, \frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right)$  فقد استخدم المولد الآتي للتوليد منه  $\frac{-\text{segma}}{\sqrt{2}} \times \text{Ln}(2 \times \text{rand})$ ، حيث تمت الاستفادة من الخاصية المعروفة في نظرية الاحتمال والتي تنص على انه اذا كان المتغير  $U$  يتوزع  $U[0, 1]$  فإن المتغير  $1-U$  يتوزع أيضا  $U[0, 1]$ . لقد تم القيام بالعديد من التجارب على بيانات مولدة بالمحاكاة من ثلاثة نماذج رياضية وهي:

1- نموذج الانحدار الذاتي Autoregressive Model من الرتبة الأولى (1) AR:

$$X_t = a X_{t-1} + Z_t \quad (10)$$

2- نموذج الأوساط المتحركة Moving Average Model من الرتبة الأولى

:MA (1)

$$X_t = b Z_{t-1} + Z_t \quad (11)$$

3- نموذج الانحدار الذاتي للأوساط المتحركة

Autoregressive - Moving Average Model من الرتبة الأولى

:ARMA (1, 1)

$$X_t = aX_{t-1} + b Z_{t-1} + Z_t \quad (12)$$

وقد ثبتت قيمة المعلمتين  $a=0.8$  و  $b=0.4$  وكذلك القيمة

الابتدائية  $X_0 = 0$  في جميع تجارب المحاكاة. أما التشويش  $Z_t$  فقد تم توليده من

التوزيعات الثلاثة  $N(0, \sigma)^2$ ,  $U[-\sqrt{3}\sigma, \sqrt{3}\sigma]$ ,  $L\left(0, \frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right)$  وعند قيم

$$\sigma^2 = 1, 5, 25 .$$

لقد تم توليد عينات كل منها بحجم  $n=500$  من كل من النماذج الثلاثة

المذكورة انفاً وباستخدام التوزيعات الاحتمالية الثلاثة المذكورة سابقاً لينتج لنا 2

$= 7 \times 3 \times 3$  عينة مختلفة مخصصة للاختبار. وقد عولجت كل من هذه العينات

بثلاثة مرشحات هي مرشح كالمن ومرشح ألفا - بيتا ومرشح FIR . والجدول (2)

و (3) و (4) تلخص كفاءة الترشيح لكل من هذه المرشحات من خلال معدل مربع

الخطأ MSE

$$MSE = \frac{\sum_{t=1}^n (\hat{X}_t - y_t)^2}{n} \quad (13)$$

حيث ان  $y_t$  تمثل المشاهدة المشوشة،  $\hat{X}_t$  تمثل الحالة المرشحة عند الزمن  $t$ .

الجدول (2): معدل مربع الخطأ للبيانات المرشحة والمولدة من النموذج AR(1)

مرشح FIR	مرشح ألفا- بيتا $\alpha\text{-}\beta$ filter	مرشح كالمن Kalman filter	تباين التشويش $\sigma^2$	توزيع التشويش $Z_t$
0.0419	0.8186	0.0870	1	N(0, $\sigma^2$ )
1.8605	23.5076	2.9457	5	
24.5729	603.8201	84.3150	25	
0.0403	0.9109	0.0838	1	U[- $\sqrt{3}\sigma$ , $\sqrt{3}\sigma$ ]
4.0944	9.0944	0.0900	5	
175.7578	167.4249	0.7381	25	
0.1672	0.9577	0.1204	1	-L(0, $\frac{\sigma}{\sqrt{2}}$ )
0.0381	0.1098	0.1098	5	
0.0449	0.9745	0.1292	25	

الجدول (3) معدل مربع الخطأ للبيانات المرشحة والمولدة من النموذج MA(1)

مرشح FIR	مرشح ألفا- بيتا $\alpha\text{-}\beta$ Filter	مرشح كالمن Kalman filter	تباين التشويش $\sigma^2$	توزيع التشويش $Z_t$
0.0161	1.0483	0.3713	1	N(0, $\sigma^2$ )
0.4863	27.6764	11.2049	5	
11.9683	795.3262	275.7562	25	
0.0181	1.1383	0.4165	1	U[- $\sqrt{3}\sigma$ , $\sqrt{3}\sigma$ ]
0.4693	10.8595	375.5836	5	
16.3010	220.6412	375.5836	25	
0.0182	1.2525	0.4204	1	L(0, $\frac{\sigma}{\sqrt{2}}$ )
0.0172	1.0484	0.3956	5	
0.0197	1.2079	0.4534	25	

## الجدول (4) معدل مربع الخطأ للبيانات المرشحة والمولدة من النموذج ARMA(1,1)

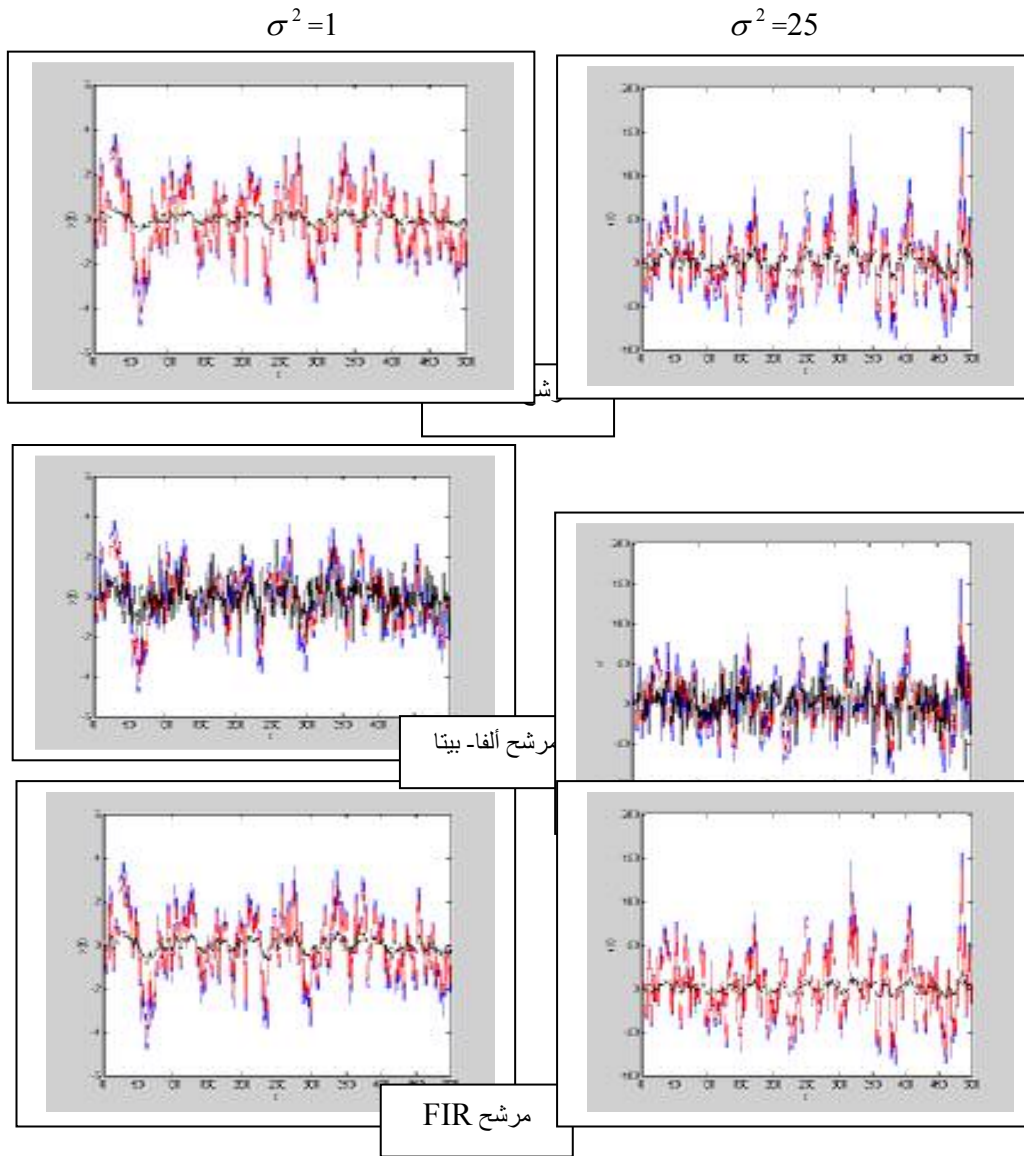
مرشح FIR	مرشح ألفا- بيتا $\alpha\text{-}\beta$ Filter	مرشح كالمن Kalman Filter	تباين التشويش $\sigma^2$	توزيع التشويش $Z_t$
0.0760	0.9481	0.1947	1	$N(0, \sigma^2)$
2.6048	28.4398	6.6685	5	
43.5955	717.7972	111.6089	25	
0.0723	1.0636	0.1850	1	$U[-\sqrt{3}\sigma, \sqrt{3}\sigma]$
8.1660	27.7794	20.9057	5	
343.4366	965.6822	879.2328	25	
0.0749	1.1019	0.1916	1	$L(0, \frac{\sigma}{\sqrt{2}})$
0.0683	1.0111	0.1749	5	
0.0807	1.1868	0.2066	25	

ويتضح من الجداول الثلاثة السابقة الكفاءة العالية لمرشح FIR في إعطاء أقل معدل مربع خطأ للنماذج الثلاثة وكذلك في حالات التوزيعات الثلاثة ما عدا نموذج AR(1) عندما يتبع التشويش التوزيع المنتظم، إذ في هذه الحالة يكون مرشح كالمن هو الأفضل. ومن الواضح أيضاً إن كفاءة مرشح كالمن تأتي بالمرتبة الثانية، أما مرشح ألفا- بيتا فتبدو كفاءته متواضعة مقارنة مع المرشحين السابقين. والأشكال (2) - (4) تبين المشاهدات المولدة من كل من النماذج الثلاثة وتلك المرشحة بالمرشحات الثلاثة وعندما يكون تباين التشويش  $\sigma^2 = 1.25$ . وبملاحظة الأشكال يتبين لنا أن المشاهدات المرشحة باستخدام مرشح ألفا- بيتا تكون أكثر تشتتاً من تلك التي حصلنا عليها باستخدام كل من مرشح كالمن و FIR. كما أن القيم المرشحة باستخدام مرشح FIR هي أقل تشتتاً من تلك القيم التي

حصلنا عليها باستخدام مرشح كالمن وهذا يفسر النتائج التي تم الحصول عليها من خلال معيار معدل مربع الخطأ. من ناحية أخرى يتضح بشكل جلي التقارب في نتائج كل من مرشحي كالمن و FIR في حالة البيانات المولدة بنموذجي  $AR(1)$  و  $ARMA(1,1)$ .

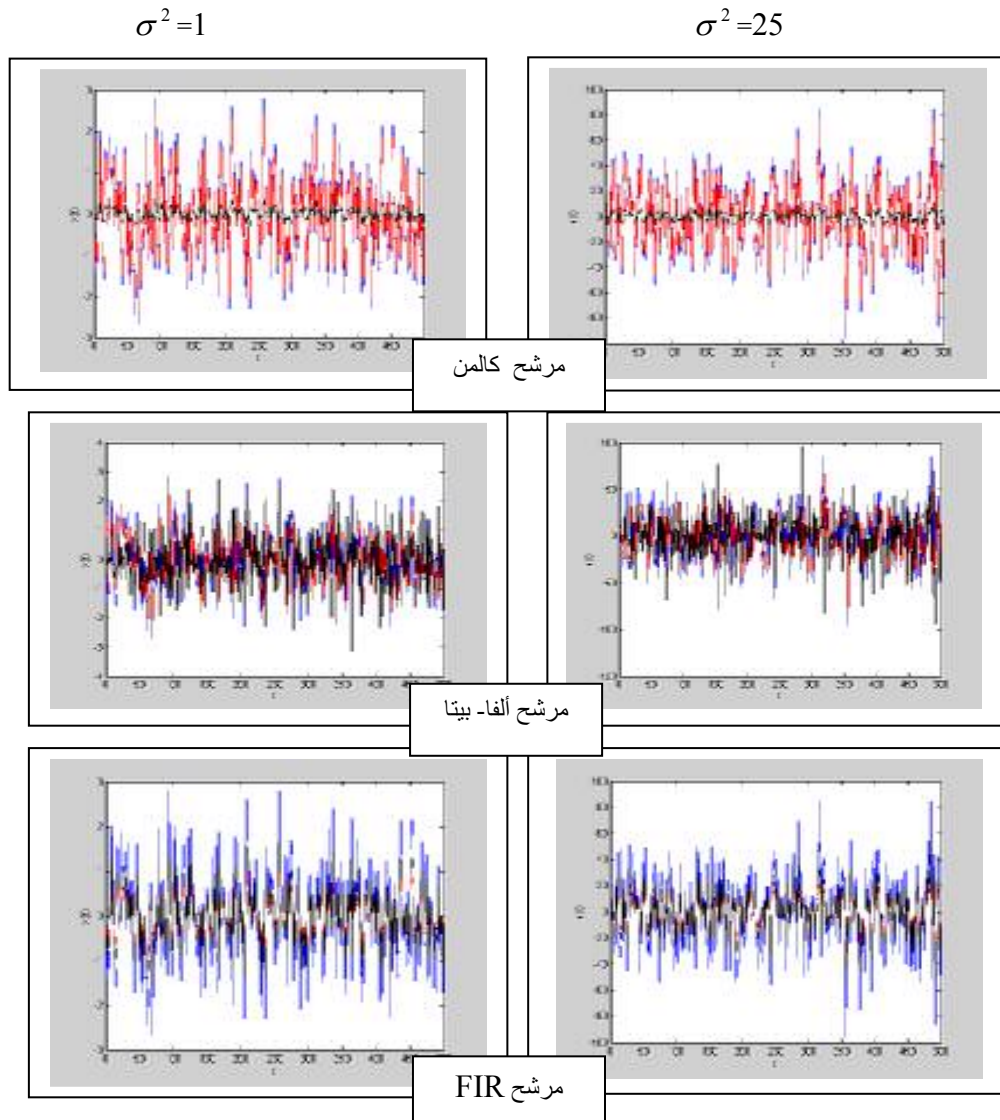
#### 4- الاستنتاجات والتوصيات:

- 1- لقد أظهرت نتائج تجربة المحاكاة تواضع نتائج مرشح ألفا-بيتا مقارنة بمرشح FIR. ولعل من أسباب ذلك هو ثبوتية ربحية الترشيح لهذا المرشح.
- 2- على الرغم من أن نتائج مرشح FIR قد أظهرت تفوقاً واضحاً على نتائج مرشح كالمن، فإن المزايا الإيجابية المتعددة لمرشح كالمن تجعله مرشحاً مرغوباً فيه وخاصة مع النظم المعقدة.
- 3- لقد أظهرت تجارب المحاكاة التي تم إجراؤها على بيانات مولدة من نماذج رياضية مختلفة وبتوزيعات احتمالية مختلفة للتشويش بان مرشح FIR يتمتع بإمكانيات ترشيح جيدة تجعله يتفوق على كل من مرشح ألفا-بيتا ومرشح كالمن.
- 4- نتيجة لتواضع نتائج مرشح ألفا-بيتا مقارنة بمرشح FIR خلال تجربة المحاكاة نقترح تطوير هذا المرشح من خلال جعل ربحية الترشيح تتغير مع الزمن بدلاً من ثبوتيتها.
- 5- نوصي باستخدام الإصدارات الحديثة المتعلقة بمرشح كالمن مثل مرشح كالمن الموسع.

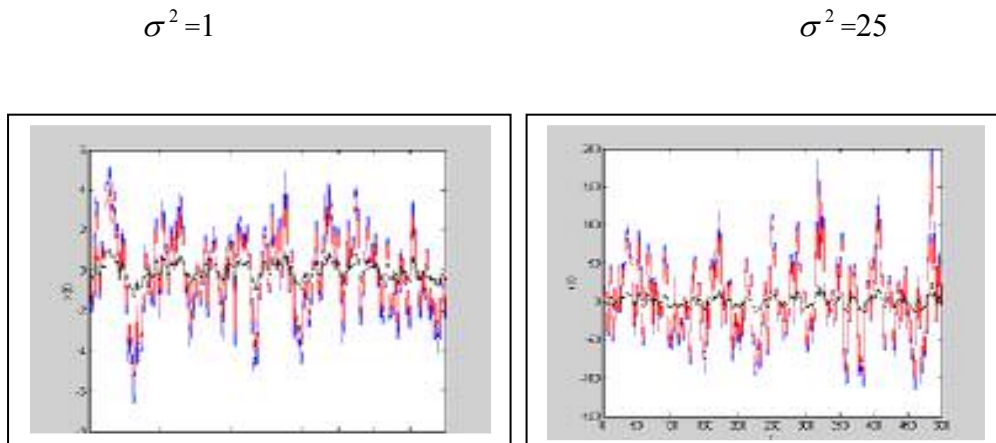


الشكل (2): المشاهدات المولدة من نموذج  $AR(1)$  وعندما يتوزع التشويش  $N(0, \sigma^2)$  وتلك المرشحة بالمرشحات الثلاثة.

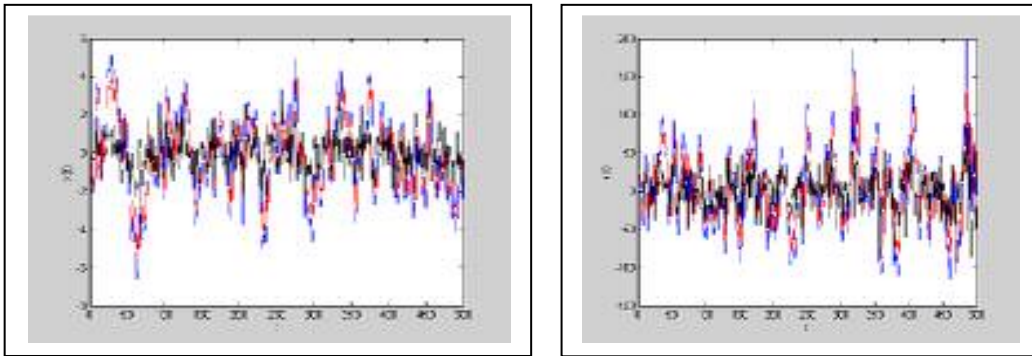




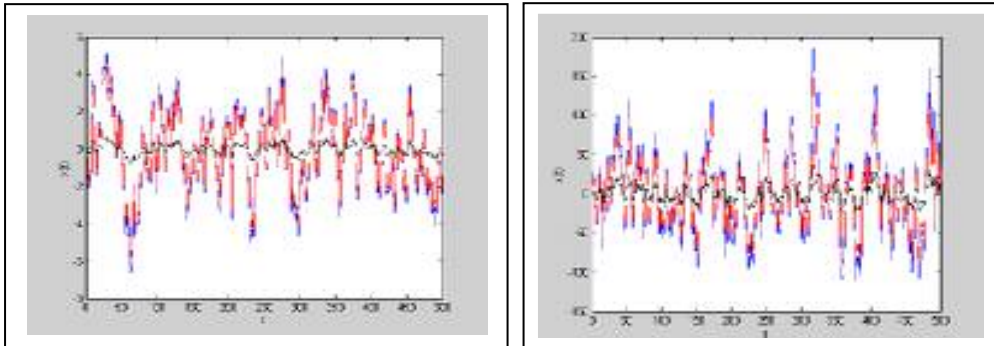
الشكل (3): المشاهدات المولدة من نموذج  $MA(1)$  وعندما يتوزع التشويش  $N(0, \sigma^2)$  وتلك المرشحة بالمرشحات الثلاثة.



مرشح كالمن



مرشح ألفا-بيتا



مرشح FIR

الشكل (4): المشاهدات المولدة من نموذج  $ARMA(1,1)$  وعندما يتوزع التشويش  $N(0, \sigma^2)$  وتلك المرشحة بالمرشحات الثلاثة.

### المصادر العربية:

1. 1- الجابري، عبد الرحمن محمد (2000) ،دراسة لبعض أساليب ترشيح السلاسل الزمنية مع تطبيقات . أطروحة دكتوراه ،غير منشورة،كلية علوم الحاسبات والرياضيات، جامعة الموصل .
2. 2- الحمداني ،مهند سعد الله داؤد(1996) ،مرشح كالمن لبعض النماذج الحركية الخطية مع المحاكاة ،رسالة ماجستير ،كلية الإدارة والاقتصاد ، جامعة الموصل .
3. 3- الوجيه ،خليل سعيد (2002) ، " دراسة عن تعقب الأهداف باستخدام بعض الأساليب الذكية" ،رسالة دكتوراه ، كلية علوم الحاسبات والرياضيات جامعة الموصل.
4. Benedict, T.R. and Brodner, G.W . (1962).” Synthesis of an optimal set of radar track- while – scan smoothing equation”. In IRE Transaction on Automatic Control, volume AC-1
5. Carlson, G.E. (1998). “Singular and linear system Analysis” John Wiley and Sons, NCW York.
6. Kalman,R.E. and Bucy,R.S.(1961).”New results in linear filtering Problems and prediction “.Trans. ASME.J. Basic Eng., Series D,83, 95-108

7. Kalman,R.E.(1960).”A new approach to linear filtering and prediction problems“ .Trans. ASME. J. Basic Eng., Series D,82,35-45.
8. Kanjilal , p.p.(1995). Adaptive prediction And predictive Control. Peter peregrinusltd . London
9. Kitagawa, G., (1991).” A non-liner smoothing method for time series analysis” . Statistic Since. 1: 271-388
10. Sklansky,J.(1957) optimizing the dynamic parameter of attack-while- scan system. RCA Laboratories, Princeton, N.J .
11. Tanazaki, H. (1997),”Nonlinear and nonnormal filters using Monte-Carlo methods” . Comp. Stat. And Data Analysis 25, pp.417-439