المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (8) 2005
ص ص [1–19]

مقارنة بين المقدرات الاعتيادية والحصينة لنماذج السلاسل الزمنية المختلطة الثنائية من الرتب الدنيا

عبدالمجيد حمزة الناصر* صفاء يونس الصفاوي**

المستخلص

هناك اهتمام متزايد بالسلاسل الزمنية متعددة المتغيرات وخصوصا النماذج الثنائية المختلطة ذلك ان تحليل السلاسل الزمنية أحادية المتغيرات مفيد لتمثيل العلاقة لبيانات السلسلة الزمنية ، ولكن هذا التمثيل لا يأخذ بنظر الاعتبار العوامل الاخرى او الظواهر التي تؤثر في الظاهرة بشكل اخر . وهذا الترابط بين المتغيرات يمكن ان يوضح من خلال دراسة السلاسل الزمنية ثنائية المتغيرات والتي تتضمن اكثر من ظاهرة لمدة من الزمن .

ان الحصول على مقدرات ذات كفاءة عالية يعد من اهم مراحل التحليل الاحصائي. وعليه يجب الاهتمام باختيار الطرائق المناسبة للوصول الى ذلك المستوى من التقدير وخصوصا عندما تكون بيانات السلسلة تحتوي على بعض المشاهدات الملوثة التي تكون غير متسقة مع بقية مشاهدات العينة. وهذا هو هدف البحث وهو اجراء مقارنة بين مقدرات الامكان الاعظم والمقدرات الحصينة لتقدير معلمات النموذج المختلط ثنائي المتغيرات BARMA(1,1) وقد تبين من خلال الدراسة ان مقدرات الامكان الاعظم هي الافضل في حالة عدم اقحام الشوارد وفي حالة اقحام الشوارد بنسبة 10% كانت المقدرات الحصينة هي الافضل وفي جميع الطرائق تم استخدام متوسط الاخطاء النسبية المطلقة MAPE معياراً احصائياً للمقارنة.

* استاذ/ جامعة بغداد
** استاذ مساعد/ كلية علوم الحاسبات والرياضيات/ جامعة الموصل

تاريخ التسلم : 9 /5 /2005 ـــــــــــــ تاريخ القبول : 8/14 /2005

Comparison Between Ordinary Method and Robust Method to estimate the Parameters of the Bivariate Mixed Model, ARMA(1,1)

ABSTRACT

A condensed study was done to compare between the ordinary estimators. In particular the maximum likelihood estimator and the robust estimator, to estimate the parameters of the bivariate mixed model of order one, namely BARMA(1,1).

Simulation experiments were done for varieties of BARMA(1,1), using small, moderate and large sample sizes, where some new results were obtained. MAPE was used as a statistical criterion for comparison.

المبحث الاول: المقدمة

من اكثر الطرائق المستخدمة في تقدير معلمات نماذج السلاسل الزمنية هـي طريقة المربعات الصغرى Least Square Method التي يرمـز لهـا بـالرمز (LS) عندما يكون التوزيع للاخطاء غير معلـوم، وطريقـة الامكـان الاعظـم Maximum Likelihood Method التي يرمز لها بالرمز (ML) عندما يكون التوزيع للاخطاء معلوماً، وكذلك طريقة العزوم (Method of Moments) التي يرمز لها بالرمز (MOM) التي تـدعى بطريقـة (Yule – Walker) ايضاً .

ان مقدرات هذه الطرائق قد تكون كفوءة و متسقة ومناسبة في حالة تـوافر شروط السلاسل الزمنية. منها أن التوزيع في كثير من الاحيـان يكـون طبيعيـاً (Normal Distribution) وكذلك تحت شـرطي الاسـتقرارية (Stationary) والانعكاسية (Invertibility)، ولكن عند اختلاف الشروط نتيجة لوجود عامـل معين قد يكون خارجياً او طارئاً على السلسلة الزمنية فانه من الضروري البحـث عن طريقة تقدير اخرى مناسبة تستطيع التعامل مع السلسلة الزمنية التي لاتتـوافر فيها الشروط المطلوبة ، ويجب أن تحمل المقدرات الناتجة من هذه الطريقة نفـس صفات المقدرات الجيدة في الحالة الاعتيادية أو قريبة منها ، فمـن المعـروف أن الطرائق السابقة تكون حساسة لاي تغير في توزيع الخطأ المفترض، وهو الناتج من

الاختلاف في نسق البيانات حتى وان كان صغيرا ، ان هذا التغير عادة ما يكون بسبب وجود القيم الشاردة (الشاذة) Outliers في البيانات والتي تظهر في الاخطاء مما يؤثر تاثيراً مباشراً في التوزيع المفترض لهذه الاخطاء .

يهدف هذا البحث إلى اجراء مقارنة بين المقدرات الاعتيادية والمقدرات الحصينة للنماذج المختلطة الثنائية ذات الرتب الدنيا BARMA (1,1) . مستخدمين الاسلوب النظري (النظرية الاحصائية) والاسلوب التجريبي (المحاكاة) لتقدير معلمات السلاسل الزمنية المولدة عشوائيا في حالة عدم توافر الشوارد ومن ثم في حالة اقحام الشوارد والمقارنة بينهما باستخدام معيار متوسط الاخطاء النسبية المطلقة MAPE (Mean Absolute Percentage Error).

ولقد تم استخدام هذا المعيار لكونه من المعايير الاكثر دقة للمقارنة بين طرائق التقدير في السلاسل الزمنية، ولم يتم استخدام متوسط مربعات الاخطاء MSE (Mean Square Error) للمقارنة لانه يربع الخطأ لكل مشاهدة ومن ثم ايجاد المعدل لمجموع هذه المربعات مما يعطي اوزانا كبيرة للاخطاء الكبيرة مقارنة بالاخطاء الصغيرة. ولهذا يعد هذا المعيار غير دقيق فهو لا يسهل المقارنة خاصة لنماذج السلاسل الزمنية كما انه غير ملائم تطبيقيا لعمل مقارنات بين الطرائق المختلفة للتقدير(دانيال، 2004).

نموذج الانحدار الذاتي-الاوساط المتحركة المختلطة الثنائية من الرتبة الاولى BARMA(1,1) Models

نموذج BARMA (1,1) يكون على وفق الصيغة الاتية :

$$(I-\Phi_1 B)y_t=(I-\Theta_1 B)a_t \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (1)$$

اولاً : إن النموذج مستقر إذا كانت جذور المعادلة $|I-\Phi_1 B|=0$ خارج دائرة الوحدة Unit Circle أو إذا كانت القيم المميزة في Φ_1 داخل دائرة الوحدة .

ثانياً : يمكن كتابة النموذج بدلالة الاخطاء العشوائية وحسب الصيغة الاتية:

$$y_t = \sum_{s=0}^{\infty} \Psi_s a_{t-s} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (2)$$

اذ أن اوزان Ψ_s يتم الحصول عليها من مســاواة المعــاملات B^j فــي معادلــة المصفوفة الاتية:

$$(I - \Phi_1 B)(I + \Psi_1 B + \Psi_2 B^2 + \ldots.) = (I - \Theta_1 B)$$

أي

$$\Psi_j = \Phi_1 \Psi_{j-1} = \Phi_1^{j-1}(\Phi_1 - \Theta_1) \qquad , j \geq 1 \ \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

ويكون النموذج قابلا للعكس إذا كانت جذور المعادلة $| I - \Theta_1 B| = 0$ خارج دائرة الوحدة، أو إذا كانت القيم المميزة في Θ_1 داخل دائرة الوحدة

ثالثاً: كما ويمكن اشتقاق مصفوفة التباين المشترك على النحو الاتي:

$$E\,[y_t (y_t - y'_{t-1}\,\Phi'_1)] = E\,[\,(y'_{t-k}(a'_t - a'_{t-1}\,\Theta'_1)]$$

نلاحظ بان :

$$E[y_t (a'_{t-1}\,\theta_1)] = E\,[(\Phi_1\, y_{t-1} + a_t - \Theta_1\, a_{t-1})(a'_{t-1}\,\Theta'_1)]$$

$$= \Phi_1 \Sigma\, \Theta'_1 - \Theta_1 \Sigma\, \Theta'_1 \qquad \ldots\ldots (4)$$

وهكذا نحصل على ما ياتي:

$$\Gamma(0) - \Gamma'(1)\,\Sigma = \Sigma - (\Phi_1 - \Theta_1)\,\Sigma\,\Theta_1 \quad ، \quad k=0$$

$$\Gamma(1) - \Gamma(0)\,\Phi'_1 = -\Sigma\,\Theta'_1 \quad ، \quad k=1$$

$$\Gamma(k) - \Gamma'(k-1)\,\Phi'_1 = 0 \quad ، \quad k \geq 2 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

$$\Gamma(k) = \begin{cases} \Gamma(1)\Sigma + \Sigma - (\Phi - \Theta)\Sigma\Theta & , k = 0 \\ \Gamma(0)\Phi'_1 - \Sigma\Theta_1 & , k = 1 \\ \Gamma(k-1)\Phi'_1 & , k \geq 2 \end{cases}$$

النموذج المختلط ثنائي المتغيرات BARMA(1,1) :

$$(I-\Phi_1 B)y_t = (I-\Theta_1 B)\varepsilon_t$$

حيث:

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix} \qquad ، \qquad \Theta_1 = \begin{bmatrix} \theta_{11} & \theta_{12} \\ \theta_{21} & \theta_{22} \end{bmatrix}$$

وان مصفوفة التباين والتباين المشترك للموجه (Vector) $\begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}$ هي :

$$\sum = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{bmatrix}$$

وعلى فرض ان توزيع الموجه $\begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{bmatrix}$ هو توزيـــع طبيعـــي ثنـــائي المتغيــرات (Bivariate Normal Distribution) فمن الواضح ان لوغاريتم دالة الامكـــان للعينة $(y_1 , y_2 , \ldots , y_n)$ يمكن كتابته على وفق الصيغة الاتية:

$$\ell nL(\Phi_1,\theta_1,\Sigma|y) = \text{constant} - \frac{n}{2}\ell n\,|\Sigma| - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}\varepsilon_t^T\Sigma^{-1}\varepsilon_t \ldots\ldots(6)$$

والتي يمكن كتابتها على وفق الصيغة الاتية :

$$\ell nL = \text{constant} - \frac{n}{2}\ell n\,|\Sigma| - \frac{1}{2}\text{tr}\Sigma^{-1}S(\Phi_1,\Theta_1) \ldots\ldots \quad (7)$$

حيث ان

$$S(\Phi_1,\Theta_1) = \sum_{t=1}^{n}\varepsilon_t\varepsilon_t^T$$

ومن الواضح ان الخطأ العشوائي ε_t يعبر عنه على وفق الصيغة الاتية:

$$\varepsilon_t = y_t - \Phi_1 y_{t-1} + \Theta_1\varepsilon_{t-1}$$

هكذا فان مقدرات الامكان الاعظم لمصفوفات المعلمات Φ_1,Θ_1,Σ يمكن حســابها من تعظيم لوغاريتم دالة الامكان .

ويعتبر نموذج الانحدار الذاتي ثنائي المتغيرات BARMA(1,0) حالة خاصة من الصيغة العامة في اولاً ، اذ تكون صيغة النموذج على النحو الاتي :

$$\begin{bmatrix} y_{1,t} \\ y_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y_{1,t-1} \\ y_{2,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \end{bmatrix} \ldots \quad (8)$$

ويصبح لوغاريتم دالة الامكان للعينة بالصيغة الاتية :

$$\ell nL(\Phi_1,\Sigma|\,y) = \text{constant} - \frac{n}{2}|\Sigma| - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}\varepsilon_t^T\Sigma^{-1}\varepsilon_t \quad \ldots\ldots..(9)$$

وباستخدام خصائص المصفوفات يمكن كتابة لوغاريتم دالة الامكان للعينة $(y_1,y_2,\ldots,y_n)$ على وفق الصيغة الاتية:

$$\ell nL = \text{constant} - \frac{n}{2}|\Sigma| - \frac{1}{2}tr\Sigma^{-1}S(\Phi_1) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

وواضح ان

$$S(\Phi_1) = \sum_{t=1}^{n} \varepsilon_t \varepsilon_t^T$$

ويعبر عن حد الخطأ العشوائي بالصيغة الاتية:

$$\varepsilon_t = y_t - \Phi_1 y_{t-1}$$

كما ان النموذج المختلط ثنائي المتغيرات BARMA(0,1) هو الاخر حالة خاصة من الحالة العامة في اولاً ، اذ يمكن كتابة النموذج على وفق الصيغة الاتية:

$$\begin{bmatrix} y_{1,t} \\ y_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \theta_{11} & \theta_{12} \\ \theta_{21} & \theta_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1} \end{bmatrix} \ldots\ldots\ldots \qquad (11)$$

ويمكن بعد التبسيط كتابة لوغاريتم دالة الامكان لعينة حجمها n بالصيغة الاتية:

$$\ell nL = \text{constant} - \frac{n}{2}\ell n|\Sigma| - \frac{1}{2}tr\Sigma^{-1}S(\theta_1) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

حيث

$$S(\theta_1) = \sum_{t=2}^{n} \varepsilon_t \varepsilon_t^1$$

الا ان ε_t بوصفه موجها يختلف عن الحالتين اولاً وثانياً اذ يعبر عنه بالصيغة الاتية:

$$\varepsilon_t = y_t + \Theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

تقدير معلمات النموذج بالطريقة الحصينة :

إن القيم الشاردة للسلسلة الزمنية يمكن أن تؤثر عكسيا في كل من مقدرات المربعات الصغرى (LS) ومعامل مقدرات M لمعلمات الأنحدار الذاتي . إن الأهتمام إنصب هنا للحصول على مقدرات حصينة لمعامل الأنحدار الذاتي من الدرجة الأولى. إذ أن المشاهدات هي $y_t=x_t+v_t$ مع نموذجين يتغيران الأول الشوارد النمطية Innovation Outliers (IO) مع ($v_t=0$) ، x_t احتمال غير طبيعي Possibly non-Gaussian والثاني نموذج الشوارد المضافة Additive

Effects Outliers (AO) مع v_t غير صفرية واحتمال كبير جدا وجزء صـــغير possibly quite large small fraction من الزمن و X_t طبيعية، والتصنيف العام لمقدرات M تكون مفترضة والتي لها خصائص حصينة لمتوسـط مربعـات الخطأ بأتجاه كـلا النمـوذجين (IO) و(AO) بطريقـة كـاوس Gaussian Method.

في هذا المبحث سندرس مشاكل الحصول على مقدرات حصـينة للأنحـدار الذاتي من الرتب الدنيا ، أي التحويل بالنسبة الى السلاسل الزمنية للشوارد .

فعند إقتراح إجراءات حصينة لتقدير معلمات السلاسل الزمنية ، فأنه يقتضي تمييز السلاسل الزمنية الملوثة بالشوارد بنماذج إحتمالية مناسبة .

وبسبب صعوبة صياغة النماذج الأحتمالية التامة (Martin, 1980) فأنـه يبدو إلزاما البدء بالنماذج المولدة لتعيين الشوارد البسيطة ، والتي يمكنهـا تهيئـة بيانات حقيقية تحتوي على الشوارد، وقد أثبت عمليا، ان سلوك الشوارد غالبا مـا يتبع أحد الأشكال الاتية:

أ- السلوك المحتمل الأول لحدوث الشوارد هو أن تكـون فرصـة حـدوثها مرتبطة عادة بالمتبقي من مفردات العينة ، بأستثناء حالة Initial Jump التي تعرف بالتغير الفجائي الأبتدائي .

ب- السلوك المحتمل الثاني ، يعرف بشوارد الخطأ الكبير ، الـذي قـد يعـود لأسباب مختلفة ، أمثال خطأ التسجيل .

ج- السلوك المحتمل الثالث ، يعرف بالشوارد مختلفة الأنواع ذات السلوك اللا متصل بسلوك بقية مفردات العينة . وهذا النوع قد يعود إلى القصور فـي إستخدام وسيلة التسجيل.

مما تقدم ، فأن أنواع السلوك المحتملة أعلاه يمكن أن تتحقق بنماذج مناسبة ، فالنوع الأول من السلوك يمكن الحصول عليه مع نمـوذج الشـوارد النمطيـة (Innovation Outlier.IO) ، فاذا كانت قيم المشاهدات تساوي قيم جـوهر العملية (Zch , 1979)، أي

$$y_i = \hat{x}_t \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (13)$$

وإن توزيع أخطاء (IO) متناظر، ثقيل الأطراف ، عندئذ فأن نموذج الشـــوارد يسمى بالنموذج النمطي (IO) ، امثال توزيع t أو توزيع طبيعي ملوث آخـــر (G) حيث أن :

$$G(p, \sigma_1, \sigma_2) = (1-p)\, N(0, \sigma^2_1) + pN((0, \sigma^2_2)$$

بحيث ان $\sigma^2_2 > \sigma^2_1$ وان قيمة p تكون صغيرة عادة .

وبعبارة أخرى إذا كانت قيم (ε_t) الضوضاء الأبيض تحقق شرط (iid) للمتغير العشوائي ذي التوزيع المتماثل (G) بمتوسط صفر ومعلمة القياس (σ) فأن قيم المتغير العشوائي تسمى Innovation . أما بالنسبة الى نوع الســلوك الثــاني و الثالث ، فأن النموذج الملائم ، يعرف بنموذج الشــوارد المضــافة أو التجميعيــة Additive outlier (AO) اذ ان :

$$Y_t = X_t + V_t \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (14)$$

اذ V_t متغير عشوائي توزيعه مستقل عن X_t وتوزيعه الحدي (عنــدما تكــون p صغيرة نسبيا) هو

$$P(V_t = 0) = 1-\gamma$$

هذا وقد اثبتت التجربة في حقل السلاسل الزمنية، ان مدى γ يتحقق ما بين (0.25, 0.01) (Stochinger and Duter , 1987) كمـا يمكــن ان يكــون توزيع V_t طبيعيا مختلطا

$$CND(p, \sigma_3) = (1-\gamma)\,\delta_0 + \gamma N(p, \sigma^2_3) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (15)$$

اذ تشير δ_0 إلى التوزيع المنحل Degenerated الذي تتركز كتلته عنــد مركــز الثقل .

ان هذا النوع من الشوارد يمكن حدوثه ، إذا اسقطت فرضية الأستقلالية عــن V_t وقد أشار الى هذا النوع من الشوارد لأول مرة (Fox 1972)، اذ إقترح نوعين من الشوارد ،تلك التي تؤثر في المشاهدة فقط عند حدوثها والتــي عُرفــت بعدئــذ بالشوارد المتجددة أو النمطية (النوع الأول) وتلك التي تؤثر في المشاهدات عموما والتي عُرفت بالشوارد المضافة أو التجميعية (النوع الثاني)، وعلاوة على ذلــك

فقد تقدم Fox في السنة نفسها أيضا بإقتراحين لتحديد نوع الشوارد ، الأول يبنى على فكرة الفحص للنموذجين ومن ثم إختيار النموذج الذي تكون المشاهدة الشاردة فيه أكثر تطرفا ، والثاني باختيار النموذج عندما تتهيأ فرصة الكشف عن مدى تأثير المشاهدة الشاردة في المشاهدات اللاحقة لها .

الجانب التجريبي

صياغة نموذج المحاكاة :

تعد المحاكاة عملية تشبيه او تقليد للواقع الحقيقي ، أي ايجاد صورة طبق الاصل من أي نظام او نموذج دون اخذ ذلك النظام او النموذج ذاته ، وخصوصاً ان بعض هذه المشاكل والنظريات الاحصائية يصعب برهنتها رياضياً ، مما دفع الباحثين الى ترجمتها على مجتمعات تجريبية ثم سحب عدد من العينات العشوائية منها ليتم التوصل الى الحلول المثلى لمثل هذه المشكلات .

لذا وسعياً لتحقيق الهدف الاساسي لهذا البحث فقد صيغ نموذج المحاكاة لمقارنة الطرائق الاعتيادية والحصينة لتقدير معلمات النموذج المختلط ثنائي المتغيرات BARMA(1,1) من التجارب.

أ : مرحلة توليد البيانات لغرض تقدير معلمات النموذج BARMA (1,1) :

$$\Phi(B)\, y_t = \Theta(B)\varepsilon_t$$

$$\varepsilon_T = \Theta^{-1}(B)\phi(B)y_t$$

$$\varepsilon'_t\varepsilon_t = y'_t\phi'(B)\theta^{-1}(B)\theta^{-1}(B)\phi(B)y_t$$

اذ ان من المعادلة الاخيرة تم اشتقاق ($\varepsilon'_t\varepsilon_t$) بالنسبة الى معلمات النموذج المختلط (ϕ,θ) والتوصل الى مقدراتها.

اذ ان الموجه ε_t يتوزع طبيعياً ثنائي المتغيرات

$$\varepsilon_t \sim N_2\left[\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}\right]$$

ب :تحديد معلمات النموذج اذ تم تحديد عدد المتغيرات في النموذج m=2

جـ : تحديد معلمات افتراضية تحقق الاستقرارية وقابلية العكس وحسب التشكيلة (التنويعة) الاتية:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.8 & -0.2 \\ 0.2 & -0.6 \end{bmatrix} \ldots\ldots, \ \ ,\ldots\ \Theta = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.4 \\ 0.5 & -0.6 \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.1 \\ 0.1 & 0.2 \end{bmatrix} \ldots, \ ,\ldots\ \Theta = \begin{bmatrix} -0.6 & 0.3 \\ -0.3 & -0.8 \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.8 & -0.1 \\ -0.2 & 0.2 \end{bmatrix} \ldots, \ ,\ldots\ \Theta = \begin{bmatrix} -0.2 & 0.6 \\ -0.6 & 0.2 \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.8 & -0.6 \\ 0.5 & 0.6 \end{bmatrix} \ldots, \ ,\ldots\ \Theta = \begin{bmatrix} -0.2 & 0.1 \\ -0.5 & 0.2 \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.8 & -0.6 \\ 0.2 & 0.8 \end{bmatrix} \ldots, \ ,\ldots\ \Theta = \begin{bmatrix} -0.8 & 0.4 \\ 0.3 & 0.8 \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.2 \\ -0.2 & 0.6 \end{bmatrix} \ldots, \ ,\ldots\ \Theta = \begin{bmatrix} -0.6 & 0.2 \\ 0.2 & 0.6 \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.4 \\ 0.3 & 0.2 \end{bmatrix} \ldots, \ ,\ldots\ \Theta = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.1 \\ 0.2 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.2 & 0.7 \end{bmatrix} \ldots, \ ,\ldots\ \Theta = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.2 \\ 0.2 & 0.7 \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.6 & -0.4 \\ -0.3 & 0.2 \end{bmatrix} \ldots, \ ,\ldots\ \Theta = \begin{bmatrix} -0.3 & 0.1 \\ 0.2 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} -0.8 & -0.6 \\ -0.5 & 0.4 \end{bmatrix} \ldots, \ ,\ldots\ \Theta = \begin{bmatrix} -0.2 & 0.1 \\ -0.5 & 0.3 \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} -0.8 & 0.6 \\ 0.6 & -0.8 \end{bmatrix} \ldots\ldots, \ ,\ldots\ \Theta = \begin{bmatrix} -0.8 & 0.6 \\ 0.6 & -0.8 \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} -0.8 & 0.2 \\ 0.2 & -0.8 \end{bmatrix} \ldots, \ ,\ldots\ \Theta = \begin{bmatrix} -0.8 & 0.2 \\ 0.2 & -0.8 \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} -0.9 & 0.1 \\ 0.2 & 0.7 \end{bmatrix} \ldots, \ ,\ldots\ \Theta = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.4 \\ 0.6 & -0.5 \end{bmatrix}$$

د : تحديد حجم العينة (n) اذ تم تحديد ثلاثة احجام للعينات هي (25 , 50 , 100) وتم تقدير معلمات النموذج المختلط ثنائي المتغيرات على وفق الطريقتين الاعتيادية والحصينة وتم اقحام الشوارد بنسبة 10% وتم إعتماد القيمة المطلقة لمتوسط الأخطاء النسبية MAPE لجميع الطرائق اذ كانت الطريقة الاعتيادية أفضل من الطريقة الحصينة قبل إقحام الشوارد ، أما في حالة إقحام الشوارد بنسبة 10%

فكانت الطريقة الحصينة هي الأفضل وكما موضح في الجدول (1) بالنسبة للعينة بحجم(25). (انظر (الصفاوي،2005) بالنسبة الى العينات 50 و 100) .

الاستنتاجات

i. في حالة كون حجم العينة صغيراً فان مقدر الامكان الاعظـم باعتمـاد معيـار متوسط الاخطاء النسبية (MAPE) هو المقدر المفضل بنسبة 87.5% في حالة عدم اقحام الشوارد في حين تفوقت الطريقة الحصينة عند وجود الشوارد وبنسبة 95%.

ii. في حالة كون حجم العينة متوسطاً فان مقدر الامكان الاعظـم باعتمـاد معيـار متوسط الاخطاء النسبية (MAPE) هو المقدر المفضل بنسبة 95% في حالـة عدم اقحام الشوارد في حين تفوقت الطريقة الحصينة عند وجود الشوارد وبنسبة 93%.

iii. في حالة كون حجم العينة كبيراً فان مقدر الامكان الاعظم باعتماد معيـار متوسط الاخطاء النسبية (MAPE) هو المقدر المفضل بنسبة 97% في حالـة عدم توافر الشوارد في حين تفوقت الطريقة الحصينة عند وجود الشوارد وبنسبة 97%.

الجدول (1)

يبين قيم متوسط الاخطاء النسبية المطلقة MAPE لمعلمات نموذج BARMA(1,1) المقدرة عندما يكون حجم العينة (25)

		قبل التلوث			بعد التلوث		
رقم التشكيلة	طريقة التقدير / القيم الافتراضية للمعلمات	ML	Robust	Best	ML	Robust	Best
1	$\phi_{11} = 0.8$	0.00191551	0.0794192	ML	0.00050000	0.000306387	RO
	$\phi_{12} = -0.2$	0.00245530	0.0020000	RO	0.00200000	0.000000200	RO
	$\phi_{21} = 0.2$	0.00165431	0.0020000	ML	0.00200000	0.000000200	RO
	$\phi_{22} = -0.6$	0.00221439	0.0020000	RO	0.00533333	0.000000200	RO
	$\theta_{11} = 0.6$	0.00174262	7.7386600	ML	0.00173600	0.000773866	RO
	$\theta_{12} = 0.4$	0.00276808	1.8020000	ML	0.00269300	0.000180200	RO
	$\theta_{21} = 0.5$	0.00237627	1.4420000	ML	0.00231680	0.000144200	RO
	$\theta_{22} = -0.6$	0.00218199	1.5308200	ML	0.00246200	0.000153082	RO
2	$\phi_{11} = 0.8$	0.001942910	0.0816621	ML	0.0005000	0.00027991	RO
	$\phi_{12} = 0.1$	0.002479630	0.0020000	RO	0.0020000	0.00000020	RO
	$\phi_{21} = 0.1$	0.001736420	0.0020000	RO	0.0020000	0.00000020	RO
	$\phi_{22} = 0.2$	0.002167800	0.0020000	RO	0.0053333	0.00000020	RO
	$\theta_{11} = -0.6$	0.001761250	98.3582000	ML	0.0017360	0.00974395	ML
	$\theta_{12} = 0.3$	0.002716140	1.8020000	ML	0.0026930	0.00018770	RO
	$\theta_{21} = -0.3$	0.002328190	1.8420000	ML	0.0023168	0.00015020	RO
	$\theta_{22} = -0.8$	0.002132190	0.3077610	ML	0.0024620	0.000033175	RO

رقم التشكيلة	طريقة التقدير / القيم الافتراضية للمعلمات	قبل التلويث ML	قبل التلويث Robust	قبل التلويث Best	بعد التلويث ML	بعد التلويث Robust	بعد التلويث Best
3	$\phi_{11} = 0.8$	0.00191844	0.8367640	ML	0.00050000	0.000074563	RO
	$\phi_{12} = -0.1$	0.00249507	0.0020000	RO	0.00200000	0.000000200	RO
	$\phi_{21} = -0.2$	0.00179517	0.0020000	ML	0.00200000	0.000000200	RO
	$\phi_{22} = 0.2$	0.00212376	0.0020000	RO	0.00533333	0.000000200	RO
	$\theta_{11} = -0.2$	0.00178199	81.9702000	ML	0.00570565	0.008203560	ML
	$\theta_{12} = 0.6$	0.00273501	1.802000	ML	0.00921596	0.000187700	RO
	$\theta_{21} = -0.6$	0.00238797	1.442000	ML	0.00244678	0.000150200	RO
	$\theta_{22} = 0.2$	0.00215055	8.945280	ML	0.00547731	0.000904132	RO
4	$\phi_{11} = 0.8$	0.00195391	0.0823780	ML	0.00166667	0.000235597	RO
	$\phi_{12} = -0.6$	0.00273353	0.0020000	RO	0.10666770	0.000000200	RO
	$\phi_{21} = 0.5$	0.00172039	0.0020000	ML	0.00666770	0.000000200	RO
	$\phi_{22} = 0.6$	0.00224935	0.0020000	RO	0.10666770	0.000000200	RO
	$\theta_{11} = -0.2$	0.00177402	15.4597000	ML	0.00200000	0.001541920	RO
	$\theta_{12} = 0.1$	0.00272224	1.8020000	ML	0.00533333	0.000187700	RO
	$\theta_{21} = -0.5$	0.00235209	1.4420000	ML	0.00269300	0.000150200	RO
	$\theta_{22} = 0.2$	0.00215510	1.2216700	ML	0.00246200	0.000133549	RO

رقم التشكيلة	طريقة التقدير / القيم الافتراضية للمعلمات	قبل التلوث ML	قبل التلوث Robust	قبل التلوث Best	بعد التلوث ML	بعد التلوث Robust	بعد التلوث Best
5	$\phi_{11} = 0.8$	0.00195735	0.0811064	ML	0.00050000	0.000310016	RO
	$\phi_{12} = -0.6$	0.00236050	0.0020000	RO	0.00020000	0.000000200	RO
	$\phi_{21} = 0.2$	0.00179132	0.0020000	ML	0.00020000	0.000000200	RO
	$\phi_{22} = -0.8$	0.00219714	0.0020000	RO	0.00533330	0.000000200	RO
	$\theta_{11} = -0.8$	0.00172990	49.6713000	ML	0.00213891	0.004970960	ML
	$\theta_{12} = 0.4$	0.00271187	1.802000	ML	0.00239570	0.000187700	RO
	$\theta_{21} = 0.3$	0.00232818	1.442000	ML	0.00183331	0.000150200	RO
	$\theta_{22} = 0.8$	0.00210534	0.236148	ML	0.00226380	0.000018466	RO
6	$\phi_{11} = 0.8$	0.00194614	0.0818381	ML	0.0005000	0.000391503	RO
	$\phi_{12} = 0.2$	0.00253378	0.0020000	RO	0.0020000	0.000000200	RO
	$\phi_{21} = -0.2$	0.00152255	0.0020000	ML	0.0020000	0.000000200	RO
	$\phi_{22} = 0.6$	0.00222693	0.0020000	RO	0.0005333	0.000000200	RO
	$\theta_{11} = -0.6$	0.00180898	1.5479300	ML	0.0017360	0.000155020	RO
	$\theta_{12} = 0.2$	0.00268366	1.8020000	ML	0.0026930	0.000187700	RO
	$\theta_{21} = 0.2$	0.00239610	1.4420000	ML	0.0023168	0.000150200	RO
	$\theta_{22} = 0.6$	0.00216408	0.4944350	ML	0.0024620	0.000057406	RO

		قبل التلويث			بعد التلويث		
رقم التشكيلة	طريقة التقدير / القيم الافتراضية للمعلمات	ML	Robust	Best	ML	Robust	Best
7	$\phi_{11} = 0.6$	0.00182011	0.0277795	ML	0.00022222	0.000000670	RO
	$\phi_{12} = 0.4$	0.00175529	18.2857000	ML	0.00200000	0.001691860	RO
	$\phi_{21} = 0.3$	0.00158952	9.33511000	ML	0.00200000	0.000947070	RO
	$\phi_{22} = 0.2$	0.00156523	0.18340000	ML	0.00085714	0.000054450	RO
	$\theta_{11} = 0.3$	0.00185794	19.47450000	ML	0.00168320	0.002040110	ML
	$\theta_{12} = 0.1$	0.00418934	48.74230000	ML	0.00338600	0.000488670	RO
	$\theta_{21} = 0.2$	0.00276094	48.74230000	ML	0.00279200	0.000488670	RO
	$\theta_{22} = 0.5$	0.00196439	0.246852000	ML	0.00160400	0.000018926	RO
8	$\phi_{11} = 0.9$	0.001969780	0.0277795	ML	0.00022222	0.000000067	RO
	$\phi_{12} = 0.1$	0.000704745	18.2857000	ML	0.00200000	0.001691860	RO
	$\phi_{21} = 0.2$	0.001634340	9.3351100	ML	0.00200000	0.000947570	RO
	$\phi_{22} = 0.7$	0.001809310	0.1834000	ML	0.00085714	0.000054450	ROM
	$\theta_{11} = 0.5$	0.001753060	19.4745000	ML	0.00168320	0.002040110	L
	$\theta_{12} = 0.2$	0.003484420	48.7423000	ML	0.00338600	0.000488670	RO
	$\theta_{21} = 0.2$	0.003125470	48.7423000	ML	0.00279200	0.000488670	RO
	$\theta_{22} = 0.7$	0.001840750	0.2468520	ML	0.00160400	0.000018926	RO

		قبل التلويث			بعد التلويث		
رقم التشكيلة	طريقة التقدير / القيم الافتراضية للمعلمات	ML	Robust	Best	ML	Robust	Best
9	$\phi_{11}=0.6$	0.00183650	0.07494880	ML	0.00133333	0.00026086	RO
	$\phi_{12}=0.4$	0.00226427	12.14130010	ML	0.00200000	0.00193030	RO
	$\phi_{21}=-0.3$	0.00226835	18.20250000	ML	0.00200000	0.00178275	RO
	$\phi_{22}=0.2$	0.00153823	2.67203000	ML	0.00800000	0.000133702	RO
	$\theta_{11}=-0.3$	0.00218242	1.66585000	ML	0.00165187	0.000166585	RO
	$\theta_{12}=0.1$	0.00440359	8.36564000	ML	0.00484763	0.000836564	RO
	$\theta_{21}=0.2$	0.00271048	4.18382000	ML	0.00147781	0.000418380	RO
	$\theta_{22}=0.5$	0.00198422	34.47560000	ML	0.00249695	0.000344756	RO
10	$\phi_{11}=-0.8$	0.00216153	0.4701300	ML	0.00450000	0.000572389	RO
	$\phi_{12}=-0.6$	0.00220332	1.9932900	ML	0.00200000	0.000209329	RO
	$\phi_{21}=-0.5$	0.00218370	5.2971500	ML	0.00200000	0.000679715	RO
	$\phi_{22}=0.4$	0.00180604	1.0726100	ML	0.00300000	0.000266666	RO
	$\theta_{11}=-0.2$	0.00223749	8.7182500	ML	0.01199520	0.000870834	RO
	$\theta_{12}=0.1$	0.00441582	1.4358000	ML	0.01001520	0.000161169	RO
	$\theta_{21}=-0.5$	0.00168816	0.2895600	ML	0.00759807	0.000304720	RO
	$\theta_{22}=0.3$	0.00203284	39.608400	ML	0.00600506	0.004069800	RO

		قبل التلويث			بعد التلويث		
رقم التشكيلة	طريقة التقدير / القيم الافتراضية للمعلمات	ML	Robust	Best	ML	Robust	Best
11	$\phi_{11} = -0.8$	0.00200798	0.275581	ML	0.0045000	0.00095766	RO
	$\phi_{12} = 0.6$	0.00188508	0.950183	ML	0.0020000	0.00007830	RO
	$\phi_{21} = 0.6$	0.00190857	1.336290	ML	0.0020000	0.000143004	RO
	$\phi_{22} = -0.8$	0.00209497	6.274660	ML	0.0045000	0.000329157	RO
	$\theta_{11} = -0.8$	0.00217061	0.205902	ML	0.0021980	0.000021845	RO
	$\theta_{12} = 0.6$	0.00249157	1.372900	ML	0.0024620	0.000141910	RO
	$\theta_{21} = 0.6$	0.00225630	1.372900	ML	0.0022640	0.000144191	RO
	$\theta_{22} = -0.8$	0.00209207	8.237870	ML	0.0023465	0.000844106	RO
12	$\phi_{11} = -0.8$	0.00206821	0.0507938	ML	0.0045000	0.000300210	RO
	$\phi_{12} = 0.2$	0.00162002	12.0031000	ML	0.0020000	0.001050310	RO
	$\phi_{21} = 0.2$	0.00164455	7.4499100	ML	0.0020000	0.000735616	RO
	$\phi_{22} = -0.8$	0.00211576	0.3514030	ML	0.0045000	0.000017863	RO
	$\theta_{11} = -0.8$	0.00220751	4.7931400	ML	0.0021980	0.000478334	RO
	$\theta_{12} = 0.2$	0.00360058	14.4777000	ML	0.0033860	0.001067310	RO
	$\theta_{21} = 0.2$	0.00293582	14.4777000	ML	0.0027920	0.001607310	RO
	$\theta_{22} = -0.8$	0.00209540	0.3059830	ML	0.0023465	0.000067775	RO

رقم التشكيلة	طريقة التقدير / القيم الافتراضية للمعلمات	قبل التلويث ML	قبل التلويث Robust	قبل التلويث Best	بعد التلويث ML	بعد التلويث Robust	بعد التلويث Best
13	$\phi_{11} = -0.9$	0.00207900	0.0503912	ML	0.004222220	0.000179170	RO
	$\phi_{12} = 0.1$	0.00103921	6.3309000	ML	0.002000000	0.001099760	RO
	$\phi_{21} = 0.2$	0.00203168	2.7594100	ML	0.002000000	0.000444691	RO
	$\phi_{22} = 0.7$	0.00187348	0.3486920	ML	0.000857143	0.000020147	RO
	$\theta_{11} = 0.8$	0.00179222	0.6476790	ML	0.001802000	0.000070287	RO
	$\theta_{12} = 0.4$	0.00280789	1.7994800	ML	0.002693000	0.000184471	RO
	$\theta_{21} = 0.6$	0.00231321	1.2003200	ML	0.002264000	0.000123048	RO
	$\theta_{22} = -0.5$	0.00219796	4.7930100	ML	0.002554400	0.000482457	RO

في التجربة الثانية في حالة كون حجم العينة صغيراَ(n=25)فان طريقة الامكان الاعظم تفوقت بنسبة 87.5% ولكافة قيم المعلمات قبل التلويث .كما ان الطريقة الحصينة تفوقت على كل الطرائق بعد التلويث وبنسبة 95% وفي جميع الطرائق تم استخدام معيار متوسط الاخطاء النسبية المطلقة.

1- الصفاوي، صفاء يونس. (2005). "مقارنة بين المقدرات الاعتيادية والحصينة لنماذج السلاسل الزمنية المختلطة الثنائية من الرتب الدنيا"، اطروحة دكتوراه، كلية علوم الحاسبات والرياضيات، جامعة الموصل.

2- عبدالاحد، مناهل دانيال (2004). "التقدير الحصين في نموذج الانحدار الذاتي من الرتبة الاولى". رسالة ماجستير غير منشورة، كلية علوم الحاسبات والرياضيات، جامعة الموصل.

3- Martin ,R.D. , (1980) , " Robust Estimation of Autoregressive Models " , Indirection in Time Series , eds , D.R. Brillinger & G.C.Tiao , Hayward , C.A. : Institute of Mathmatical Statistics .

4- Fox , A.J. , (1973) ," Outliers In Time Series" , J.R. Statistics Soc. B. 34 , 350-363 .

5- Stochinger , N. & Duter , R. , (1987) ," Robust Time Series Analysis A survey ", Supplement To The J. Kybernetika .

6- Zch , J.E. , (1979) ," Efficiency Robustness Of Generalized M-Estimates For Auto regression & Their Use In Determining Outlier ", Ph.D. Dissertation Univ. Washington , seatle , U.S.A.