المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (9) 2006
ص ص [1–26]

النماذج الحركية لدالة التحويل وتعدد المدخلات

ظافر رمضان مطر [*] الهام عبد الكريم حسين [**]

الملخص

تبرز اهمية نموذج دالة التحويل من خلال استخدام هذه الدالة في الـتكهن، وقد تم بناء النموذج بمدخلات متعددة لاهمية التعدد في بناء النمـاذج، اذ ان تعـدد المدخلات يعطي نتائج افضل ذلك ان المدخلات المؤثرة في المخرجات والتي لهـا اهمية مستخدمة في تكوين النموذج،كلما كثُرت كانت النتائج التي نحصل عليها اكثر دقة وكفاءة. تناولت الدراسة بناء نموذج دالة التحويل بطريقة نمـاذج الصـندوق الاسود . فقد تم بناء عدة نماذج للنماذج الرئيسية لنماذج الصـندوق الاسـود هـي OE,BJ,ARMAX,ARX وكان النموذج الذي حقق نتائج جيدة هو نمـوذج BJ في ضوء عملية المقارنة على حزمة من المعايير الاحصائية والهندسية.

Dynamic models for the transfer function and multi inputs

ABSTRACT

The importance of Transfer Function Model comes from its use in prediction . The model has been constructed with multi-inputs because of the importance of multi-input in contructing models. Such multi-inputs give better results because the more effective inputs are used , the more precise are the results.In order to get the best prediction , the study studies the construction of transfer function model by black box models.

[*] استاذ مساعد/ عميد كلية علوم الحاسبات والرياضيات/ جامعة الموصل

[**] مدرس مساعد/ المعهد الفني/ الموصل

تاريخ التسلم : 1/6 /2005 ـــــــــــــــ تاريخ القبول : 8/8 /2005

This method consists of constructing many models for the basic models of the black box Model,namely (ARX, ARMAX, BJ, OE). The model which gave the best result was the model "BJ" depending , for comparison , on a group of statistical and geometrical standards .

1- المقدمة :

يُعتبر مفهوم دالة التحويل من المفاهيم الأساسية في الـــنظم الحركيـــة، حيث يتم التعامل مع هذه الدالة عندما يكون لدينا سلاسل زمنية متعددة، ومن ثم فان نموذج دالة التحويل يجمع بين ميزات نماذج ARIMA المنفردة وبعض ميـــزات تحليل الانحدار المتعدد، ويشار إلى هذا النموذج بالانحدار الـــذاتي والمتوســـطات المتحركـــة لمتعـــدد المتغيـــرات Multivariate-Autoregressive Moving Average ويرمز له اختصارا" بـــ MARMA (Makridakis,et.al,1983 .

إن تصميم النموذج يعتمد على البيانات المتاحة والمعلومـــات الأخـــرى فـــي العملية، لذلك فان القدرة التمثيلية للنموذج تعتمد على القـــدرة التمثيليـــة للبيانـــات ودقـــــة المعلومات المتاحة والطريقة التي تستخدم بها المعلومات المتاحـــة فـــي النمذجة ((Kanjilal,(1995) ، بمعنى ان النموذج يحتاج إلى بعض الأفكار حول كيفية ارتباط المتغيرات مع بعضها البعض حيث إن هذه العلاقة التي تكون علـــى شكل إشارات Signals للمدخلات والمخرجات تسمى بنموذج النظام Model of The System .وفي اغلب الحالات تتاثر المخرجات باشارات اخرى فضلا عـــن قياسات المدخلات يطلق عليها اشـــارات الازعاجات،وبـــافتراض ان الاشـــارات مرتبطة من خلال نظام خطي Linear System ، فانه يمكن كتابة العلاقة :

$$y_t = G(Z)u_t + v_t \qquad (1)$$

حيث إن:

Z : تمثل عامل الازاحة الخلفي Backward Shift Operator بمعنى :

$$Zu_t = u_{t-1}$$
$$Z^2u_t = Z(Zu_t)$$
$$= Z(u_{t-1})$$
$$= u_{t-2}$$

G(Z) : تمثل دالة تحويل النظام Transfer Function Of The System .

وان:

$$G(Z) = \sum_{k=1}^{\infty} g(k)\, Z^{k} \qquad (2)$$

وان $G(Z)u_t$ تمثل اختصارا" لـــ :

$$G(Z)\, u_t = \sum_{k=1}^{\infty} g(k)\, u_{t-k} \qquad (3)$$

g(k) : دالة الاستجابة النبضية للنظام Impulse Response of the System

v_t : التشويش أو الإزعاج :Noise or Disturbance

$$v_t = H(Z)\, e_t \qquad (4)$$

وبدمج المعادلتين (1-1) و(1-4) نحصل على المعادلة :

$$y_t = G(Z)\, u_t + H(Z)\, e_t \qquad (5)$$

التي تمثل وصف النظام في مجال الزمن Time Domain وتمثل ايضا" النموذج الخطـــي العـــام (Ljung,1999) .الـــذي يصـــف التـــاثيرات المحـــــددة Deterministic Effects $y_t=G(Z)u_t$ والتاثيرات التصـــادفية Stochastic Effects ، $H(Z)\ e_t$ (يُنظر (Nelles(2001) وإن الوصف الأساسي للمعادلة (5) يمكن أن يستخدم في حالة تعدد المتغيرات Multivariate لنظم بإشارات مدخلات عديدة nu وإشارات مخرجات عديدة ny وفي مثل هذه الحالة فان G(Z) مصفوفة (ny*nu) و H(Z) مصفوفة (ny*ny) ويمكن وصف الـــدوال G وH كـــدوال نسبية rational functions والنموذج المعلمي الشائع الاستخدام هو نموذج ARX والذي يكون طبقاً لـــ

$$G(Z) = Z^{nk} \frac{B(Z)}{}$$

A(Z)

$$H(Z) = \frac{1}{A(Z)} \qquad (6)$$

حيث إن B,A متعددات حدود Polynomials بعامل تأخير Delay Operator هو Z .

$$\left.\begin{aligned} na &: A(Z) = 1+a_1Z+ \quad\quad +a_{na}Z^{na} \\ nb &: B(Z) = b_1+b_2Z+ \quad\quad +b_{nb}Z^{nb+1} \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

حيث إن nb,na تمثل رتب Orders متعددات الحدود و nk عدد فترات التأخير من المدخلات إلى المخرجات (يُنظر (1999) Ljung).

2- نماذج دالة التحويل : Transfer Function Models

يُعدّ تطوير النماذج الرياضية أول خطوة في عملية التصميم، وقــد أشـــار Bishop (1997) إلى إن الخطوة الحاسمة في عملية تصميم النظام هو تطـــوير نموذج رياضي كمي للنظام المراد السيطرة عليه . إن الاهتمام بالنماذج من الجانب الإحصائي ينصب بالدرجـــة الأساسية على نماذج دالة التحويل (Keman,1987) أو ما يسمى بالنماذج الخارجية External Model لأنها تهتم بوصـــف ســـلوك المدخلات والمخرجات. وتتوافر عدة نماذج لدالة التحويل يطلق عليها تسمية نماذج الصندوق الأسود نذكر منها (يُنظر(1999) Ljung)

1- نموذج الانحدار الذاتي بمتغيرات خارجية المنشأ :

يسمى هذا النوع أيضا" بنموذج الانحدار الذاتي المسيطر Controlled Auto- Regressive . إن X الملصقة في ARX تتعلق بتلك النماذج التي تشير إلى منهجية المتغير خارجي المنشأ Exogenous Variable المستخدمة في الأدبيات الاقتصادية لتعني المدخلات الخارجية إلى النظام (Davis,1985) .

يعتبر النموذج ألمعلمي ARX الأكثر استخداما"، وبتعويض (6) في (5) نحصل على صيغة ARX :

$$A(Z)y_t = B(Z)u_{t-nk} + e_t \qquad (8)$$

ويمكن التعبير عن النموذج (8) بصورة أوضح كما ياتي:

$$\left.\begin{aligned}&(1+a_1Z+\quad\quad +a_{na}Z^{na})y_t = (b_1+b_2Z+\quad\quad +b_{nb}Z^{nb+1})u_{t-nk} + e_t\\&y_t+a_1y_{t-1}+\quad\quad +a_{na}y_{t-na} = b_1u_{t-nk}+b_2u_{t-nk-1}+\quad\quad +b_{nb}u_{t-nk-nb+1}+e_t\end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

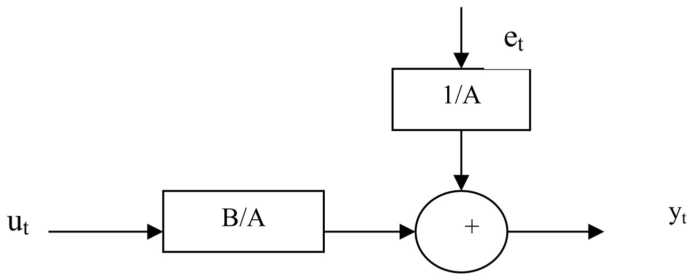
حيث ان nb,na رتب النموذج و nk زمن التاخير.

وينتمي نموذج ARX الى مجموعة نماذج خطأ المعادلة التي تتميز بان المرشح $1/A(Z)$ مشترك في كل من نموذج العملية المحدد ونموذج التشويش التصادفي. (يُنظر Nelles(2001)).

في حالة تعدد قنوات الإخراج ny وتعدد قنوات الإدخال nu تصبح $A(Z)$ والمعاملات a_i مصفوفة ذات بعد ny*ny ،كذلك تصبح $B(Z)$ والمعاملات b_i مصفوفة ذات بعد ny*nu . ويمكن وصف النماذج التي لها مدخلات عدة رياضيا" بالشكل الاتي :

$$A(Z)y_t = B_1(Z)u_{1t-nk}+ \quad\quad +B_{na}u_{nat-nkna} + e_t \qquad (10)$$

ويمكن تمثيل هذا النموذج عن طريق الصندوق الأسود:



الشكل(1) نموذج ARX

وفي الحـــالة الخاصـــة فانه عندما na=0 نحصـــل علـــى نمـــوذج الاســـتجابة النبضية المحددة Finite Impulse Response الذي يرمز له اختصارا" بـــالرمز : FIR

$$y_t = B(Z)u_t + e_t \qquad (11)$$

وهـــو نمـــوذج ARX بـــدون تغذيـــة عكســـية،بمعنى ان A(Z)≡1 . (يُنظر Nelles(2001),Ljung(1999)).

2- نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة بمتغيرات خارجية المنشأ:

إن المعادلـــة(9) تحتـــاج إلـــى بعـــض المرونـــة لوصـــف خـــواص الإزعـــاجDisturbance،هذه المرونة يمكن إضافتها لوصـــف خطـــأ المعادلـــة كمتوسط متحرك للتشويش الأبيض بمعنى ان دالة التحويل للتشويش تصبح اكثـــر مرونة لاحتوائهـــا علـــى متعـــدد حـــدود متوســـطات متحركـــة C(B) (يُنظـــر Nelles,(2001)) . بالتعـــويض في المعـــادلة (5) عن :

$$G(Z) = \frac{B(Z)}{A(Z)} \quad , \quad H(Z) = \frac{C(Z)}{A(Z)}$$

حيث إن :

$$C(Z) = 1 + C_1Z + C_2Z^2 + \quad + C_{nc}Z^{nc} \qquad (12)$$

نحصل على الصيغة الأكثر عمومية لنموذج ARMAX :

$$\left.\begin{aligned} y_t &= \frac{B(Z)}{A(Z)} u_t + \frac{C(Z)}{A(Z)} e_t \\ A(Z)y_t &= B(Z)\, u_{t-nk} + C(Z)e_t \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

حيث ان nc,nb,na تمثل رتب النموذج و nk زمن التاخير.

يسمى النموذج (13) بنموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة بمتغيرات خارجية المنشأ Auto Regressive Moving Average Exogenous Variables ويرمز لهذا النموذج بـ ARMAX (Ljung , 1999).

إن نموذج ARMAX لا يستخدم مع حالة تعدد المخرجات Multi – Output . وحيث إن هذا النموذج هو الأكثر عمومية من بين النماذج فانه يمكن الحصول على حالات خاصة عديدة منه (Ljung,(1999), Sderstrm&Stoica,(1989)).

أ-نحصل على نموذج الاستجابة النبضية المحدود Finite Impulse Response الذي يرمز له بالرمز FIR عندما na=nc=0 أي إن C(Z)≡1,A(Z)≡1

$$y_t = B(Z)u_{t-nk} + e_t \qquad (14)$$

ب- عندما nc=0 أي C(Z)≡1 نحصل على نموذج ARX :

$$A(Z)y_t = B(Z)u_{t-nk} + e_t \qquad (15)$$

جـ - إذا لم تكن هناك قنوات مدخلات بل قناة مخرجات فقط أي أن (B(Z)≡1),nb=0 فسوف نحصل على نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة ARMA(p,q) :

$$A(Z)y_t = C(Z)e_t \qquad (16)$$

حيث إن :nc,na رتب النموذج .

وإذا قُيدت $A(Z)$ لكي تضم العامل $(1-Z)$ فان النموذج يسمى نمــوذج الانحــدار الذاتي والمتوســطات المتحركــة المتكاملــة Auto Regressive Integrated Moving Average الذي يرمز له بالرمز $ARIMA(p,d,q)$.

د- نحصل على نموذج الانحدار الذاتي $AR(p)$ عندما $nb=nc=0$ وهو يمثل في هذه الحالة نموذج سلسلة زمنية نقية Pure Time Series بمعنى انــه لا يوجــد إشارة مدخلات حاليا" ومن ثم فان :

$$A(Z)\, y_t = e_t \qquad (17)$$

هــ- عندما $na=nb=0$ أي $A(Z)\equiv 1, B(Z)\equiv 1$ نحصل على نمــوذج المتوســط المتحرك Moving Average الذي يرمز له اختصارا" $MA(q)$:

$$y_t = C(Z) e_t \qquad (18)$$

و- يمكن نمذجة خطأ المعادلة في المعادلة (8) كانحدار ذاتي بدلا" من المتوســط المتحرك كما في المعادلة (13) لكي نحصل على :

$$A(Z)\, y_t = B(Z)\, u_{t-nk} + \frac{1}{D(Z)} e_t \qquad (19)$$

حيث إن :

$$D(Z) = 1 + d_1 Z + \qquad + d_{nd} Z^{nd}$$

ويطلــق على هذا النمــوذج الانحدار الذاتي - الانحدار الذاتي بمتغيرات خارجية المنشــأ Auto Regressive Auto Regressive with Exogenous Variables الذي يرمز له بــ ARARX حيث ان :

$\frac{1}{D(Z)} e_t$ يمثل جزء الانحدار الذاتي للتشويش .

ي- والحالة الخاصة من المعادلة (8) والمعادلة(13) والمعادلة (19) نحصل على نموذج الانحدار الذاتي- الانحدار الذاتي والمتوسطــــات المتحركــة بمتغيــرات خارجيــــــة المنشــأ Auto Regressive Auto Regressive Moving Average with Exogenous Variables الــذي يرمــز لـــه بـــالرمز ARARMAX المتمثل بالمعادلة :

$$A(Z)\, y_t = B(Z)\, u_{t-nk} + \frac{C(Z)}{D(Z)}\, e_t \qquad (20)$$

3- نموذج خطأ الاخراج : Output-Error Model

يعــرف هذا النموذج اختصارا" بــ OE حيث يمكن أن نـــــلاحظ انه بالتعويض في المعادلة

(5) عن :

$$G(Z) = Z^{nk} \frac{B(Z)}{F(Z)} \quad , \quad H(Z) \equiv 1$$

حيث إن :

$$F(Z) = 1 + f_1 Z + \qquad + f_{nf} Z^{nf}$$

فان:

$$\left.\begin{aligned} y_t &= G(Z)\, u_t + H(Z)\, e_t \\ y_t &= \frac{B(B)}{F(B)}\, u_{t-nk} + e_t \end{aligned}\right\} \qquad (21)$$

حيثnf,nb رتب النموذج وnk زمن التأخير.

ان هذا النموذج ينتمي الى مجموعة خطأ الاخراج،حيث انه في هذا النموذج وبشكل مغاير لنماذج ..AR فان التشويش الابيض يدخل الى نموذج خطأ الاخراج بدون أي مرشح.ولا يستخدم هذا النموذج في حالة تعدد المخرجات .

إن المعادلة (21) توصف في بعض الأحيان بتركيب خطأ المخرجات Output Error لأنها تتضمن :

$$e_t = y_t - \frac{B(Z)}{F(Z)}\, u_{t-nk} \qquad (22)$$

وهو خطـــــأ المخرجــــــات ، بمعنى أخر هو الفـــــرق بـــين المخرجـــــــات المقاســــــة y_t

(Measurable Output) ونموذج المخرجات (Model Output)

$$u_{t-nk}\frac{B(B)}{F(B)}$$

(يُنظر Sderstrm&Stoica,(1989) و Ljung(1999)و Nelles(2001))

4- نموذج بوكس – جنكنز Box –Jenkins Model

يرمز له بـــ BJ ويُعدّ هذا النمـــوذج تطورا" طبيعيا" لنمـــوذج خطأ الاخراج حيث انه باضافة ترشيح للتشويش الابيض في نموذج OE مـــن خـــلال المرشـــح ARMA فان النمـــوذج يُعرف على انه نموذج بـــوكس –جنكنـــز، حيـــث انـــه بالتعويض في المعادلة (5) عن:

(يُنظر Ljung(1999) و Nelles(2001))

$$G(Z) = Z^{nk}\frac{B(Z)}{F(Z)} \quad , \quad H(Z) = \frac{C(Z)}{D(Z)}$$

حيث إن :

$$D(Z) = 1+d_1Z+ \qquad +d_{nd}Z^{nd}$$

نحصل على صيغة نموذج BJ :

$$y_t = G(Z)u_t + H(Z)\,e_t$$

$$y_t = \frac{B(Z)}{F(Z)}u_{t-nk} + \frac{C(Z)}{D(Z)}e_t \qquad (23)$$

حيث ان nf,nd,nc,nb رتب النموذج و nk زمن التأخير.

إن المعادلة (23) اقترحها وعالجها في عام (1970) من قبل Box and Jenkins ولا يستخدم هذا النموذج في حالة تعدد المخرجات .

3- الإزعاجات : Disturbances

بالنظر لأهمية الإزعاجات Disturbances وتأثيرها في النمــوذج تــاثيرا كبيرا، يمكن توضيح هذا الجزء المهم الداخل في تكوين النموذج .

نفرض انه لدينا المعادلة الاتية :

$$y_t = \sum_{k=1}^{\infty} g(k)\, u_{t-k} \quad (24)$$

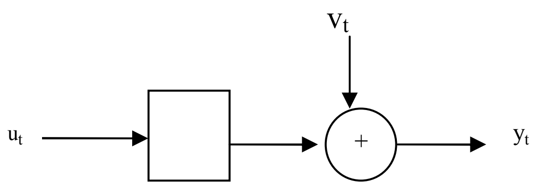
حيث إن :

$g(k)$:تمثل الاستجابة النبضية للنظام .

بناء" على هذه العلاقة بالامكان الحصول على المخرجات من خلال معرفة المدخلات ، وعمليا" هذا ليس واقعيا" والسبب في ذلك هو انه يوجد دائما" إشارات تؤثر في السيطرة على النظام ، وعليه فان مثل هذا التأثير يمكن أن نضــيفه إلــى المخرجات . ويرمز إلى هذا التأثير بـــ v_t وبذلك يصبح النموذج في أعــلاه كمــا ياتي

$$y_t = \sum_{k=1}^{\infty} g(k)\, u_{t-k} + v_t \quad (25)$$

والشكل الاتي يوضح هذه العملية :



الشكل(2) : مخطط نظام الإزعاجات

يمكن أن تعود الإزعاجات إلى واحدة من الحالتين الاتيتين :

1- التشويش المقاس : Measurmen Noise

هذا التشويش يمكن أن نشعر به كإشارات يمكن قياسها .

2- مدخلات غير قابلة للسيطرة :Uncontrollable Inputs

اذ انه في هذه الحالة يتأثر النظام بمجموعة من الإشارات تكون على شكل مدخلات لايمكن السيطرة عليها ، مثال ذلك الطائرة التي تتحرك بمدخلات يمكن السيطرة عليها وهي دفة الطائرة والجنيح (وهو جزء متحرك من جناح الطائرة يُصطنع لحفظ التوازن الجنبي للطائرة) فضلا عن ان هذه المدخلات تتأثر الطائرة بمدخلات غير قابلة للسيطرة مثل الرياح والعواصف فضلا" عن الاضطرابات الجوية الأخرى.

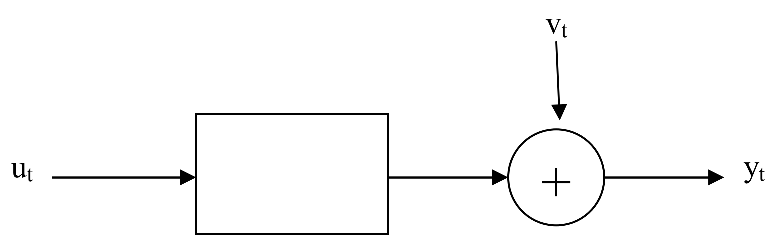
ويمكن تصنيف الإزعاجات المقاسة إلى صنفين :

اولهما:قد تكون الإزعاجات في بعض الحالات مقاسة قابلة للفصل،ففي هذه الحالة يمكن ملاحظتها عن طريق التأثير في المخرجات ، فإذا كانت الاستجابة النبضية معلومة فان القيمة الطبيعية للإزعاجات v_t يمكن حسابها من المعادلة الاتية وعند الزمن t :

$$y_t = \sum_{k=1}^{\infty} g(k)\, u_{t-k} + v_t$$

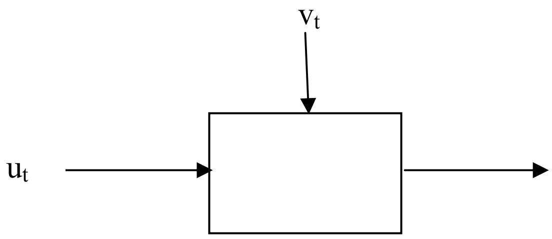
$$v_t = y_t - \sum_{k=1}^{\infty} g(k)\, u_{t-k} \qquad (26)$$

بمعنى إن الإزعاجات تضاف إلى المخرجات كما في الشكل الاتي:



الشكل(3) : الإزعاجات v_t مضافة إلى المخرجات

والثاني:تكون المدخلات المقاسة في بعض الحالات إلى النظام على شكل تشـــويش يعمل على عدم تنقية النظام ويدخل عليه باعتباره قيمة إدخال مقـــاس كمـــدخلات طبيعية إلى العملية وكما موضح في الشكل (يُنظر (1999) Ljung)



الشكل(4) : الإزعاجات كمدخلات طبيعية

4- معايير جودة النموذج :

ان اختيار النموذج المناسب والملائم عملية ليست سهلة فهي تتطلب بعـــض الجهد وعليه يجب على الباحث مواجهتها مـــن خـــلال الإلمـــام العلمـــي الكامـــل بمعاييرعدة يمكن استخدامها وذلك لتجاوز العيوب التي تعاني منها بعض المعـــايير المستخدمة،وصولا" الى النموذج الملائم . وحيث إن كل معيار له سلبياته وإيجابياته فقد يميل الباحث إلى معيارٍ معينٍ له سلبية بدرجة معينة لا يعتبرها ســـببا" لعـــدم اختيار هذا المعيار أساسا" للاعتماد عليه في الوصول إلى النموذج النهائي الملائـــم وذلك لتوافر ايجابيات فيه يُعدّ وجودها مؤشرا" جيدا" في الوصول إلـــى النمـــوذج المناسب إلى جانب ايجابيات المعايير الأخرى ، في حين إن باحثا" أخر يعتبـــر إن توافر هذه السلبية في هذا المعيار المعين له درجة كبيرة من الضرر بحيث لايسمح له تجاهلها على الرغم من وجود الايجابيات في المعايير الأخـــرى ، لـــذلك فـــان الاختلاف في وجهات النظر بين الباحثين يفضي إلى أن تكون درجة قبول النموذج النهائي مختلفة من باحث إلى أخـــــر

بسبب اختلاف وجهات النظر في محاســـن ومســـاوىء المعـــايير الإحصـــائية والهندسية التي سنتطرق إليها مع الإشارة إلى مزايا وعيوب كل منها والتي ســـيتم الاعتماد عليها مجتمعة وبصورة متوازنة في تحديد النموذج النهائي .

والمعايير التي يمكن آخذها كرزمة في اختيار جودة النموذج هي:

1 – دالة الكلفة Cost Function

2- خطأ التنبؤ النهائي Final Prediction Error

3- معيار اكاكي للمعلومات Akaike's Information Criterion

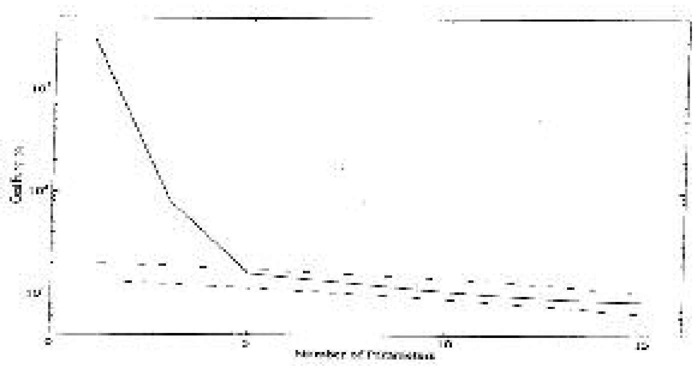
4- المطابقة Fitting

5- الاستجابة النبضية Impulse Response

6- الاستقرارية Stability

1 – دالة الكلفة Cost function

يطلق عليها أيضا" دالة الخسارة Loss Function او دالة المخاطرة Risk Function (يُنظــر (Eykhoff (1981) , Ljung (1999). ان الاســـاس فـــي اختبار رتبة النموذج هو ملاحظة تصرف دالة الكلفة في حالة تزايرها وتاثير ذلك في رتبة النموذج ، اذ ان دالة الكلفة تكون في حالة تناقص مع زيادة رتبة النموذج والشكل الاتي يبين تناقص دالة الكلفة كلما زادت رتبة النموذج



الشكل (5) : مخطط دالة الكلفة

وهذا التناقص في دالة الكلفة يتوقف عند نقطة معينة، وهذا يعني إن عملية زيـــادة رتبة النموذج تصبح عديمة الفائدة . هذا ما يخص مزايا هذه الدالة ،أما مســـاوئها فهي يمكن أن تعطي عددا" كبيرا" من المعلمات بشكل غير معقول ، كذلك يمكن أن

نتوصل إلى نموذج يكون غير مستقر ويكون مطابقا" للبيانات بينما البيانات جُمِعَت من نظام هو بالأساس يُعرف بانه نظام مستقر، بمعنى إن النموذج يكون غير مقبول بالنسبة الى النظام مستقر. فضلا عن ذلك فقد تكون الجذور والأقطاب للنموذج كبيرة وتغطي منطقة غير مؤكدة بالنسبة الى النموذج . إن هذه المساوىء قد تكون سببا" في اختيار رتبة للنموذج بطريقة خطأ لذلك فان الحد الفاصل في هذا يكون للبواقي ، فنقوم بفحص النموذج عن طريق النظر إلى الخواص الإحصائية للبواقي والتي تكون تقريبا" مستقلة ذات توزيع طبيعي بوسط حسابي مساوٍ إلى الصفر وتباين مقداره σ_a^2. هذا الفحص يكون بصريا" ويعطينا تصورا" عن سير العملية .ويمكن حساب كلفة النموذج :

$$V_N(k) = \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{N} e_t^2 \qquad (27)$$

حيث إن :

V : تمثل الكلفة .

k : عدد المعلمات .

N : مشاهدات السلسلة .

2- مقاس اكاكي للمعلومات :Akaike's Information Criterion

يرمز لهذا المقياس بالرمز AIC(k) الذي اقترحه Akaike في العام 1969 وذلك لاختيار الرتبة الملائمة لنموذج ARIMA(p,d,q) من بين عدة نماذج أي ان الرتبة التي تقابل اقل قيمة لمعيار AIC تكون هي الرتبة الأكثر ملاءمة للمشاهدات. وهذا المقياس يساوي ضعف عدد المعلمات ناقصا" ضعف دالة الامكان الأعظم. ورياضيا" يُعبر عنه :

(يُنظر (1981) Makridakis,et.al (1998), Eykhoff والبد راني (2002))

$$AIC(k)=2k-2\ln L \qquad (28)$$

حيث إن :

k : عدد معلمات النموذج. L : تُمثل دالة الامكان الأعظم .

وقد تم تعديل هذا المقياس إلى صيغة أخرى بسبب إن معظم الحاسبات لا تســتخدم صيغة دالة الامكان الأعظم لكنها تستخدم صيغة (σ^2_e) لــذلك أُســتُعيض عنهــا لسهولتها في الاستخدام، والصيغة المعدلة هي:

$$AIC(k)=2k+n\ln\hat{\sigma}^2_e \qquad (29)$$

من ناحية أخرى فلهذا المقياس سلبيات يجب أن تُؤخذ بنظر الاعتبار منها،انخفاض قيمته مقابل عدد مفرط للمعلمات وقد تكون بعض المعلمات ليس لها أهمية في حالة إضافتها إلى النموذج، كذلك فان هذا المقيــاس لا يأخــذ بنظــر الاعتبــار حالــة الاستقرارية للنموذج ، ولهذا السبب يجب أن نضع مقاييس أخرى إلى جانب هــذا المقياس لتفادي السلبيات في أعلاه .

3- خطأ التنبؤ النهائي لأكاكي Akaike's Final Prediction Error

يرمز لهذا المعيار بــ FPE . أول من وصف هذا المعيار هو اكاكي (1969) على انه مقياس لخطأ التنبؤ النهائي ويُعرّف على انه تباين خطــأ التنبــؤ النهــائي لفترة قادمة ويُحسب بالطريقة الاتية :(يُنظــر (1981) Eykhoff و(1990) Wei و(1999) Ljung والبدراني (2002))

$$\left.\begin{aligned} FPE(k) &= \frac{1+k/n}{1-k/n}\,\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} e_t^2 \\ &= \frac{1+k/n}{1-k/n}\,\hat{\sigma}^2_e \end{aligned}\right\} \qquad (30)$$

حيث إن :

k :عدد معلمات النموذج . n : عدد مشاهدات السلسلة .

$\hat{\sigma}^2_e$: تباين الخطأ.

وعليه فان :

$$FPE(k)=\min FPE(k) \qquad (31)$$

وإذا كانت n كبيرة Large فان ذلك يؤدي إلى :

$$n \ln FPE \approx n \ln \hat{\sigma}^2_e + n \ln \frac{1+k/n}{1-k/n} = n \ln \hat{\sigma}^2_e + 2k \qquad (32)$$

ولهذا فان min (FPE) يكافيء min (AIC) .

لهذا المعيار عيوب مشابهة لعيوب AIC من حيث الزيادة في عدد المعلمات وصولا" إلى اقل تباين لخطأ التنبؤ فضلا عن عدم مراعاة استقرار النموذج لذلك فان النموذج الذي يعطي اقل FPE لا يشترط أن يكون هو الأفضل إلا إذا تحققت جميع الشروط من حيث الاستقرارية والملاءمة الخاصة بالنموذج .

4 – المطابقة Fitting

هي مقياس لمعرفة دقة النموذج (كنسبة مئوية) الذي تم تكوينه من مجموعة معينة من المشاهدات وبعد تكوين النموذج برتبة معينة حيث تتم عملية محاكاة لهذا النموذج ومقارنة المخرجات المولدة $\hat{y}_i$ مع المخرجات المخزونة (الحقيقية) y_i ومن ثم حساب النسبة المئوية للتوافق بينها من خلال القانون الاتي : (يُنظر (2002) Ljung والبد راني (2002))

$$fit = \left(1 - \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(y_i-\hat{y}_i)^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(y_i-y)^2}}\right) * 100 \qquad (33)$$

حيث أن :

y_i : قيم المخرجات الحقيقية . $\hat{y}_i$: القيم التقديرية المكونة من النموذج.

$\bar{y}$: الوسط الحسابي لمشاهدات سلسلة المخرجات y المستخدمة في تكوين النموذج .

5- الاستجابة النبضية Impulse Response

بافتراض أن u_t ، y_t سلسلتان مرحليتـــان Stationary وان y_t تمثـــل سلســـلة المخرجات و u_t تمثل سلسلة المدخلات مرتبطتين من خلال مرشح خطي Linear Filter :

$$y_t=g(Z)u_t + \eta_t \tag{34}$$

حيث إن:

$$g(Z)=\sum_{j=0}^{\infty} g_j Z_j \tag{35}$$

تمثل دالة التحويل.

η_t : سلسلة تشويش النظام وهي مستقلة عن سلسلة المدخلات u_t .

إن المعادلـــة (34) تســـمى عـــادة بمعادلـــة دالـــة التحويـــل (Box and Jenkins,(1976)) وان المعاملات في نموذج دالة التحويل(34) تسمى بـــأوزان الاستجابة النبضية Impulse Response Weights وهي تمثل الأثـــر الـــذي يحدث على y_t نتيجة لتغير u_t بوحدة واحدة

ويسمى الشكل البياني لهذه الأوزان باسم دالـــة الاســـتجابة النبضـــية Impulse Response Function (فاندل،(1992))

6- الاستقرارية في السلاسل الزمنية

عبر (Priestley(1981 عن الاستقرارية بكلمة Stablished وبين ذلك كل من (Box and Jenkins(1976 و (Wegmon(1998 من خـــلال نمـــوذج ARMA(p,q) الاتي:

$$u_t = \varphi_1 u_{t-1} + \cdots + \varphi_p u_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \cdots - \theta_q a_{t-q} \tag{36}$$

ويمكن إعادة صياغة النموذج كما ياتي :

$$\left.\begin{array}{l}(1-\varphi_1 Z-\varphi_2 Z^2-\cdots-\varphi_p Z^p)u_t=(1-\theta_1 Z-\cdots-\theta_q Z^q)a_t \\ \varphi(Z)u_t = \theta(Z)a_t\end{array}\right\} \qquad (37)$$

فتكون العملية مستقرة Stability من الناحية الرياضية إذا كانت جذور Zeros المعادلة $\varphi(Z)=0$ تقع خارج دائرة الوحدة Unite Circle وكانت الجذور المميزة(λ_j) – Eigen Roots – لهذه المعادلة والتي تسمى الأقطاب Poles تقع داخل دائرة الوحدة ، فضلا عن وقوع المعلمات $\varphi_1,\varphi_2,\ldots\varphi_p$ ضمن الشروط الخاصة بها والتي تكون قيمها اقل من قيمة محددة حسب رتبة العمليةAR وهذا الكلام ينطبق على $\theta(Z)$ من حيث ان جذور المعادلة $\theta(Z)$ تقع خارج دائرة الوحدة وان جذورها المميزة أو الأقطاب تقع داخل دائرة الوحدة لكي تكون العملية مستقرة فضلا عن وقوع المعلماتθ_j ضمن الحدود الخاصة بها .

اما من الناحية الهندسية فينصب اهتمام المهندسين في موضوع الاستقرارية على مواقع الأقطاب أكثر من اهتمامهم بوقوع الجذور خارج دائرة الوحدة أو داخلها . وقد أشار Harman(2000) إلى إن النظام يكون مستقرا" إذا كان كل قطب Pole يمتلك قيمة اقل من الواحد وهذا يعني ان كل قطب يجب أن يقع داخل دائرة الوحدة لتحقيق الاستقرارية .

5- بناء نموذج دالة التحويل باستخدام نماذج الصندوق الاسود :

بتوفيق من الله سبحانه وتعالى تم الحصول على بيانات من معمل سمنت بادوش غربي الموصل (2004) اذ إن هذا المعمل يقوم بإنتاج مادة الإسمنت الداخلة كمادة رئيسية في عملية البناء . إن تكوين الإسمنت يعتمد على عدد من المدخلات المتمثلة بالمواد الكيميائية المتوافرة بصورة طبيعية في المادة الأساسية للإسمنت من الحجر والطين مثل ثالث اوكسيد الكبريت So_3 واوكسيد المنغنيسيا Mgo وثنائي اوكسيد السيليكون Sio_2 واوكسيد الكالسيوم Cao الخ. في حين إن المخرجات التي تقاس ضمن مادة الإسمنت مكونة من متغيرات فيزيائية

متعددة مثل النعومة وقوة الصلابة والتمدد الخ (يُنظر(نيفيــل (1985)). إن الباحثة عمدت إلى اخذ زوج من متغيرات الإدخال ومتغير واحد من المخرجات حيث تمثلت المدخلات بأوكسيد المنغنيسيا Mgo والكلس الحر Frl ، في حين إن المخرجات تمثلت بمتغير التمدد Autoclave كتطبيق عملي لبناء نموذج دالـــة التحويل .

ان طريقة بناء نماذج الصندوق الاسود تتم بتوفيق نماذج متعـــددة بمعلمـــات مختلفة لكل نموذج من النماذج الحركيـــة الاربعـــة BJ,OE,ARMAX,ARX واختيار النموذج الافضل باستخدام معايير اختيار النموذج الاحصائية والهندسية من حيث الاستقرارية وقيمة AIC والمعايير الاخرى . اما طريقة بناء نمـــوذج دالة التحويل لكل نموذج فتتم ايضا" كما اشـــرنا
بطريقة توفيقية لكل رتبة معلمة مع الاخذ بنظر الاعتبار معايير اختيار النمـــوذج الافضل ، فلو فرضنا اننا نريد بناء نموذج دالة التحويل حسب نموذج ARX فان الصيغة العامة هي :

$$A(Z)y_t=B(Z)u_{t-nk}+e_t \quad (38)$$

حيث ان nk,nb,na تمثل معلمات النموذج . ولتحديـــد رتبـــة هـــذه المعلمـــات ،نجري عمليـــة توفيق لكل رتبة من 10-1(ماعدا زمن التاخيرفـــان العمليـــــة التوافقية تكون من10-0)كلٌ على حدة،بعد تثبيت رتبة المعلمات الاخرى حســـب الجدول الاتي:

الجدول (1) :توضيح لاختيار زمن التاخير بطريقة توفيقية بالاعتماد على المعايير الاحصائية والهندسية

na	nb	nk	Loss. Fun.	FPE	AIC	Fit	Impulse	Unite.C
1	1 1	0 0	0.0161	0.017	-4.071	18%	تتجه	x بالمركز
		1 0	0.0161	0.0170	-4.0712	21%	تتجه	x بالمركز
		2 0	0.0160	0.0169	-4.0751	20%	تتجه	x بالمركز
		3 0	0.0160	0.0169	-4.0754	19%	تتجه	x بالمركز
		. . .			. . .	. . .	. . .	. . .
		10 0	0.0146	0.0155	-4.1656	40%	تتجه	x بالمركز

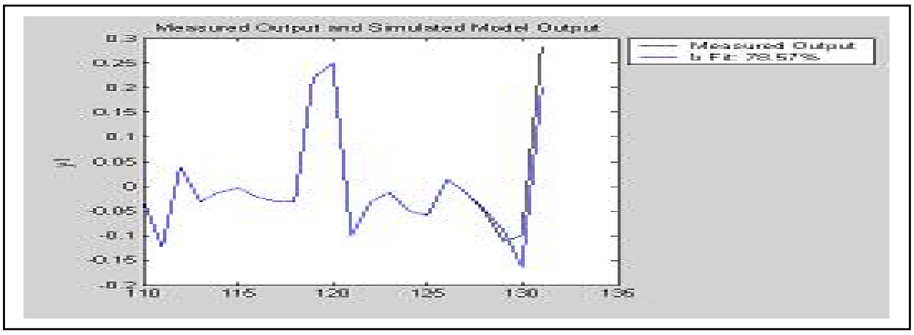
فعند تحديد زمن التاخير لمتغير الادخال اوكسيد المنغنيسيا،نقوم بعملية توفيق من (0-10) مع تثبيت رتبة المعلمات الاخرى .ومن الجدول (1) ،يتبين ان زمن التاخير 10 يعطي اقل قيمة لدالة الكلفة مع تحقق افضل النتائج لبقية المعايير اذا ما قورنت مع النتائج الاخرى عند بقية الازمنة.وبعد تحديد زمن التاخير لمتغير الادخال الاول بـ 10 ،نثبت هذا الزمن ونجري عملية توفيق مرة اخرى لتحديد زمن التاخير لمتغير الادخال الثاني مع تثبيت رتبة المعلمات الاخرى،وهكذا بالطريقة نفسها يتم تحديد رتبة المعلمات الاخرى حتى نصل الى النموذج النهائي وكاننا في هذه الحالة نكون قد كوّنا عدة نماذج لـ ARX برتب معلمات مختلفة،هذه النماذج نختبرها من ناحية تجاوزها للفحص الاحصائي الذي يتم من خلال اختبار سلسلة البواقي واستقلالها عن المدخلات، وبعد ذلك نستبعد النماذج

التي فشلت في هذا الاختبار وتكون المقارنة للنماذج التي تجاوزته، فـــاذا كانـــت نتائج المعايير لكل نموذج متقاربة بعضها من بعضها الاخر،فنختار النموذج الذي تكون معالمه اقل، اما اذا لم تكن كذلك فتكون الافضلية للنمـــوذج الـــذي يحقـــق افضل نتائـــج للمعايير.وهذا الكلام ينطبـــق ايضا" على اختيار النموذج الافضل من بين النماذج الاخرى BJ,OE,ARMAX (يُنظر(Ljung,(1999)، وهـــذا ماعتمد في تحديد النموذج بالاعتماد علـــى اقل دالة كلفة وافضل نسبة مطابقـــة واقل قيمة لـــ AIC وFPE مع تحقق الاستقرارية.والجدول الاتي يبين افضـــل نموذج لكل من النماذج الاربعة.

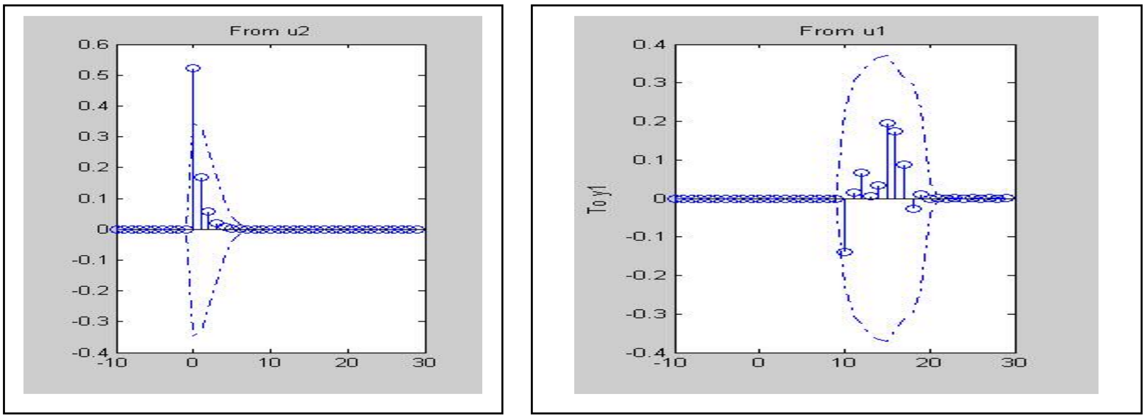
الجدول (2) :افضل الاختيارات لكل من النماذج الحركية الاربعة

معلمات النماذج والمعايير المستخدمة	ARX	ARMAX	OE	BJ
na	2	1		
nb	8 1	7 2	7 3	10 2
nk	10 0	10 0	10 0	10 0
nc	–	9	–	6
nd	–	–	–	1
nf	–	–	1 1	1 1
Loss.Fun.	0.0107	0.0079	0.0120	0.0073
FPE	0.0131	0.0154	0.0207	0.0166
AIC	-4.3325	-4.1912	-3.8862	-4.1357
Fit	60%	51%	54%	78%
Impulse	تتجه	تتجه	تتجه	تتجه
Unite Cir.	o،وسط x : u1 تقترب من الحدود o,x : u2 في الوسط	o،داخل x : u1 خارج وعلى الحدود o,x : u2 داخل	o،داخل x : u1 قريبة من الحدود o,x : u2 داخل	x: u1 داخل، oداخل وخارج o,x : u2 داخل
residual	غير مترابطة	غير مترابطة	غير مترابطة	غير مترابطة

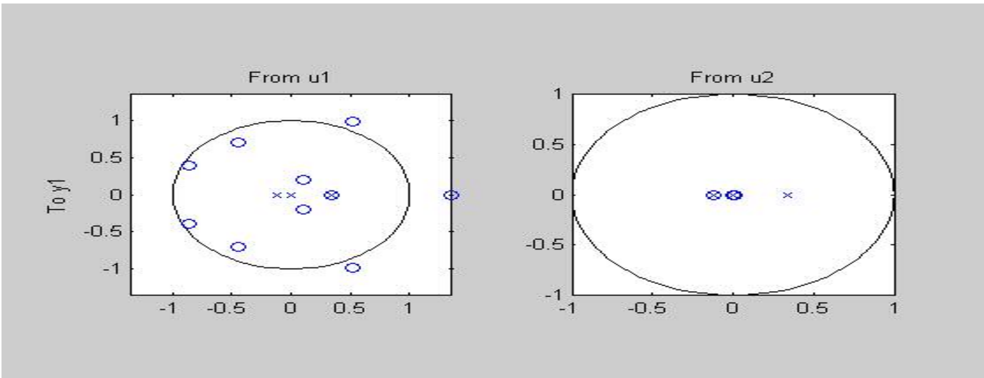
من الجدول (2) نجد ان كل النماذج تجـــاوزت الفحـــص الاحصـــائي المتمثـــل باختبار البواقي من حيث كونها غير **مترابطة** فضلا عن ان سلسلة البواقي مستقلة عن المدخلات،لذلك تكون المقارنة بين هذه النماذج بالاعتماد على المعايير التي تحقق افضل نتيجة،بسبب ان
نتائج المعايير تكاد تكون متقاربة. ومن الجدول يتبين ان افضل نمـــوذج هـــو نموذج BJ ذو المعلمات
(nb=[10 2],nk=[10 0],nc=6,nd=1,nf=[1 1]) حيث انه يعطي اقل كلفة مع اعلى نسبة مطابقة وهي 78%، اما بالنسبة الـــى المعيـــارين AIC وFPE فانهما يمثلان قيما" مقبولة قياسا" بالنماذج الاخرى الى جانـــب تحقـــق المعـــايير الاخرى بصورة جيدة. والشكل رقم (9.1) يوضـــح نســـبة المطابقـــة وتوجـــه الاستجابة النبضية نحو الاستقرارية، فضلا عن رسم لدائرة الوحدة التي تحتـــوي على جذور واقطاب نموذج BJ بالمعلمات nb,nc,nd,nk,nf :



(a) : رسم توضيحي لنسبة المطابقة(78%)لنموذج BJ



(b) : دالة الاستجابة النبضية لنموذج BJ



(c) :دائرة الوحدة ومواقع الاصفار والاقطاب لدالة تحويل نموذج BJ

الشكل (6) :c,b,a اشكال استقرارية نموذج BJ مع نسبة المطابقة

الاستنتاجات :

1- ان بناء نموذج دالة التحويل من خلال نماذج الصندوق الاسود قدم نتائج جيدة لانها قد تعتمد على شيء من الخبرة،لكنها في المقابل تعتمد الى حد كبير على مقاييس ومعايير محددة يمكن الاعتماد عليها في تحديد رتب النموذج .

2- خلال مراحل التطبيق العملي لوحظ ان مواقع الاقطاب تؤثر في شكل استقرارية الاستجابة النبضية، فكلما كان القطب في مركز دائرة الوحدة او قريبا" من المركز فان شكل الاستجابة النبضية يتجه بصورة منتظمة نحو الاستقرارية، اما اذا كان القطب يقترب من حدود دائرة الوحدة او وقع على حدودها فان ذلك يؤثر

في شكل استقرارية الاستجابة النبضية، حيث يُلاحظ من شكل الاستجابة النبضية انها لاتتجه نحو الاستقرارية بالشكل المرغوب فيه .

3- ان استخدام المعايير الاحصائية والهندسية في اختيار النموذج الافضل يتطلب استيعابا" وفهما" جيدا" لهذه المعايير لانه من الممكن ان نحصل على قيمة لمعيار احصائي بصورة جيدة مثل قيمة منخفضة جدا" لمعيار AIC ،ولكن من الجانب الهندسي يكون النظام غير مستقر،والاستقرارية شرط اساسي مطلوب تحققه ، لذا وجب ان يكون الباحث على دراية وفهم كبيرين عند التعامل مع هذه المعايير.

المصادر:

1. أي.ام.نيفيل (1985) . " خواص الخرسانة "،ترجمة المهندس حقي اسماعيل محمد الجنابي، مدرس مساعد، المعهد الفني في البصرة، حقوق الطبع والنشر محفوظة لمؤسسة المعاهد الفنية .
2. البدراني، ظافر رمضان (2002) . " دراسة في تشخيص نظم السيطرة التصادفية مع إشارة خاصة إلى أسلوب فضاء الحالة والاستقرارية " ، أطروحة دكتوراه ، كلية علوم الحاسبات الرياضيات ، جامعة الموصل ، العراق .
3. فاندل، والتر(1992) . " السلاسل الزمنية من الوجهة التطبيقية ونماذج بوكس – جنكنز " ، تعريب عبد المرضي حامد عزام ، دار المريخ للنشر ، الرياض ، المملكة العربية السعودية .
4. Bishop , R.H. (1997) . " Modern Control System .Analysis and Design Using MATLAB and SIMULINK " , Addison Wesley Longman ,Inc .
5.Box,G.E.P.and Jenkins, G.M.(1976). "Time Series Analysis , Forecasting and Control " ,2nd ed., Holden-Day, San Francisco,U.S.A.7
6. Davis , M . H . A . and Vinter ,R . B . (1985) . " Stochastic Modeling and Control " , Chapman and Hall , London .

7. Eykhoff , Peter , (1981) . " Trend System Identification " , Department of Electrical Engineering Eindhoven University of Technology Nether Lands .
8. Harman , Thomas L . Dabney , James, Richard , Norman (2000), " Advanced Engineering Mathematics with MATLAB ".
9. Kanjilal , P. P. (1995). " Adaptive Prediction and Predictive Control " , Peter peregrinus Ltd. , London .
10. Kamen ,E. (1987) . "Introduction to Signal and Systems", Macmillan Publishing Company, New York, U.S.A.
11. Ljung , L. (1999) . " System Identification-Theory for the User " , 2nd.ed., Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J.London,UK
12.Makridakis, S., Wheel Wright, S. and McGee, E. (1983) . " Forecasting . Methods and Application " ,2nd ed. , John Wiley&Sons , New York , U.S.A.

13. Makridakis, S., Wheel Wright , S. and Hydman , R. (1998)." Forecasting . Methods and Application " , 3rd . ed. , John Wiley & Sons , New York , U.S.A.
14. Nelles,Oliver.(2001) . " Non Linear System Identification " , Springer-Verlag Berlin Heidelbero,Germany .
15. Priestley , M. B. (1981) . " Spectral Analysis and Time Series " , Academic PRESS , London , UK.
16.Sderstrom,T. and Stoica , P. (1989)." System Identification" Printed and bound in Great Britain at the University Press, Cambidge.
17. Wei , W. W. S. (1990) . " Time Series Analysis – Univariate and Multivariate Methods " , Addision – Wesley Publishing Company , Inc. , The Advanced Book Program , California, U.S.A.
18. Wegmon. Edward. J ,(1998) . " Time Series Analysis Theory " , Data Analysis and Computation .