

## طريقة مقترحة لحل مسألة جدولة $n$ من الأعمال على $m$ من الماكينات

غزوان هاني محمود\*

### الملخص:

يتناول هذا البحث اقتراح طريقة جديدة لحل مسألة جدولة  $n$  من الأعمال المطلوب تنفيذها بنفس السلسلة على  $m$  من الماكينات لتقليل وقت إنهاء تنفيذ جميع الأعمال. وتم مقارنة الطريقة المقترحة مع طريقة (NEH) لبيانات تم توليدها باستخدام النظام الجاهز (matlab), وتم الاستنتاج بان الطريقة المقترحة ذات كفاءة عالية وسهولة بالاستخدام.

### Proposed method for solving the flow shop scheduling problem for n-jobs on m-machines

#### Abstract

This research suggested a new heuristic method for solving the n-jobs, m- machines flow shop scheduling problem to minimize total completion time. This method was compared with The (NEH) method for data generated by using (matlab) and showed high efficiency and easy to use.

#### 1- المقدمة:

يقصد بجدولة (Flow shop) اختيار أفضل سلسلة لـ  $n$  من الأعمال التي ستعالج على  $m$  من الماكينات في نفس الوقت، بمعنى آخر أن الأعمال يجب أن تنفذ بنفس السلسلة على جميع الماكينات. يمثل  $p_{ij}$  وقت التنفيذ للعملية  $i$  في الماكينة  $j$ , يمكن أن نفترض بان جميع الأعمال ستنفذ بنفس السلسلة على الماكينة 1 أولاً، ثم على الماكينة 2 وهكذا حتى الماكينة  $m$ . إن الهدف من جدولة مجموعة من الأعمال على عدد من الماكينات هو تقليل وقت التنفيذ الكلي (makespan) لجميع الأعمال وعلى جميع الماكينات.

\* مدرس مساعد/قسم الاحصاء والمعلوماتية/ كلية علوم الحاسبات والرياضيات

وخلال السنوات الماضية تناول العديد من الباحثين مشكلة جدولة عدد من الأعمال  $n$  (مهام، مواد، الخ.) ( $i = 1, \dots, n$ ) على عدد من الماكينات  $m$  ( $j = 1, \dots, m$ ).

ففي عام (1954) قدم الباحث Johnson طريقة لجدولة مجموعة من الأعمال على ماكينتين وثلاث مكائن، وفي عام (1983) اقترح الباحثون Nawaz, Ensore, Ham طريقة جديدة للجدولة وذات كفاءة عالية، وقد قدمت بحوث عديدة لحل هذه المشكلة منها من استخدم الذكاء الاصطناعي والخوارزمية الجينية والبرمجة الخطية.

إن الهدف من هذا البحث هو اقتراح طريقة ومقارنتها مع طريقة (NEH)، بحيث يمكننا من اختيار أفضل سلسلة لمجموعة من الأعمال وبالتالي إمكانية الحصول على أفضل وقت لإنهاء تنفيذ الأعمال.

## 2-تقدير الحد الأدنى وأهميته:

يقصد بالحد الأدنى (Lower bound) اقل وقت لإنهاء تنفيذ جميع الأعمال على جميع المكائن، وتكمن أهمية معرفة الحد الأدنى بإعطاء فكرة أولية عن الحل الأمثل لجدولة مجموعة من الأعمال على عدد من المكائن، إذ يجب أن يكون وقت التنفيذ الكلي (makespan) مساوي أو أكثر من الحد الأدنى بقليل.

وفي عام (1965) قدم palmer طريقة للحصول على الحد الأدنى، تتكون هذه الطريقة من خطوتين، الأولى حساب الحد الأدنى باستخدام الأعمدة (a)، والثانية حساب الحد الأدنى باستخدام الصفوف (b) ثم يتم اخذ القيمة الأكبر من بين a, b أي :  
 $LB = \max\{a, b\}$

### 1) حساب الحد الأدنى باستخدام الأعمدة a :

الحد الأدنى (a) = (مجموع أوقات التنفيذ على الماكينة j) + اقل [(وقت التنفيذ للعمل i من الماكينة 1 إلى الماكينة (j-1)) + [(وقت التنفيذ للعمل i من الماكينة (j+1) إلى الماكينة m]]

والمثال التالي يوضح كيفية حساب (LB):

الجدول(1):مثال لتوضيح طريقة حساب (LB) باستخدام الأعمدة

Job	A	B	C
1	5	8	20
2	6	30	6
3	30	4	5
4	2	5	3
5	3	10	4
6	4	1	4
$\Sigma$	50	58	42

كيفية حساب الحد الأدنى (a):

$$\Sigma A_i = 50$$

$$i = 1, \dots, 6$$

$$\Sigma B_i = 58$$

$$i = 1, \dots, 6$$

$$\Sigma C_i = 42$$

$$i = 1, \dots, 6$$

$$LB(A) =$$

$$\Sigma A_i + \min[(B + C)_i] = 50 + \min(B + C)_i = 50 + (1 + 4) = 55$$

$$LB(B) =$$

$$\Sigma B_i + \min(A_i) + \min(C_i)$$

$$i = 1, \dots, 6$$

(حيث أن i يجب أن تكون مختلفة (غير متساوية) بالنسبة للعمود الأول والأخير)

$$= 58 + 2 + 4 = 64$$

أو القيمة البديلة

$$= 58 + 3 + 3 = 64$$

$$LB(C) =$$

$$\Sigma C_i + \min[(A + B)_i] = 42 + (A + B)_i = 42 + (1 + 4) = 47$$

لذلك سيكون الحد الأدنى (a) هو:

$$a = \max[\text{LB}(A), \text{LB}(B), \text{LB}(C)] = \text{LB}(B) = 64$$

(2) حساب الحد الأدنى باستخدام الصفوف b :

الحد الأدنى (b) = (مجموع أوقات التنفيذ لكل عملية i) + (مجموع اقل وقت تنفيذ لكل عمل في الماكينة الأولى أو الأخيرة لجميع الأعمال ماعدا وقت العمل i)

وبالرجوع إلى المثال السابق مرة أخرى لتوضيح طريقة إيجاد الحد الأدنى (b):

الجدول (2): مثال لتوضيح طريقة حساب (LB) باستخدام الصفوف

Job	A	B	C	$\Sigma$
1	5	8	20	33
2	6	30	6	42
3	30	4	5	39
4	2	5	3	10
5	3	10	4	17
6	4	1	4	9

$$\Sigma 1_j = 33$$

$$j = A, \dots, C$$

$$\Sigma 2_j = 42$$

$$j = A, \dots, C$$

$$\Sigma 3_j = 39$$

$$j = A, \dots, C$$

$$\Sigma 4_j = 10$$

$$j = A, \dots, C$$

$$\Sigma 5_j = 17$$

$$j = A, \dots, C$$

$$\Sigma 6_j = 9$$

$$j = A, \dots, C$$

$$\text{LB}(1) = \Sigma 1_j + \min[A_i, C_i] = 33 + 6 + 5 + 2 + 3 + 4 = 53$$

$$i = 2,3,4,5,6$$

$$LB(2) = \sum 2_j + \min [A_i, C_i] = 42 + 5 + 5 + 2 + 3 + 4 = 61$$

$$i = 1,3,4,5,6$$

$$LB(3) = \sum 3_j + \min [A_i, C_i] = 39 + 5 + 6 + 2 + 3 + 4 = 59$$

$$i = 1,2,4,5,6$$

$$LB(4) = \sum 4_j + \min [A_i, C_i] = 10 + 5 + 6 + 5 + 3 + 4 = 33$$

$$i = 1,2,3,5,6$$

$$LB(5) = \sum 5_j + \min [A_i, C_i] = 17 + 5 + 6 + 5 + 2 + 4 = 39$$

$$i = 1,2,3,4,6$$

$$LB(6) = \sum 6_j + \min [A_i, C_i] = 9 + 5 + 6 + 5 + 2 + 3 = 30$$

$$i = 1,2,3,4,5$$

إذن الحد الأدنى (b) هو:

$$b = \max[LB(1), LB(2), LB(3), LB(4), LB(5), LB(6)] = LB(2) = 61$$

لذلك سيكون الحد الأدنى للمثال السابق هو:

$$(LB) = \max[a, b] = \max[64, 61] = 64.$$

### 3-طريقة (Nawaz, Ensore, Ham)NEH:

قبل البدء بعرض الطريقة المقترحة لابد من تقديم فكرة بسيطة عن طريقة (NEH) وسميت بهذا الاسم نسبة إلى الباحثين الذين اقترحوا هذه الطريقة وهي من أكفأ الطرق المعروفة في هذا المجال، وتعتمد على مجموع أوقات التنفيذ لكل عمل على جميع المكائن، وتتكون طريقة (NEH) من الخطوات الآتية:

- 1- جمع أوقات التنفيذ لكل عمل ثم يتم ترتيب المجموع ترتيباً تنازلياً.
- 2- نقوم بإعطاء أسبقية للعمل الذي له أكبر وقت تنفيذ ثم العمل الذي يليه وهكذا....
- 3- نبدأ بتنفيذ الأعمال في العمود الأول (الماكينة الأولى) حسب الأسبقية المحددة في الخطوة الثانية.
- 4- بعد الانتهاء من تنفيذ جميع الأعمال في العمود الأول نتحول إلى العمود الثاني ثم العمود الثالث وهكذا.....

**4- الطريقة المقترحة:**

في هذا البحث سنقدم طريقة جديدة لإيجاد أفضل سلسلة يتم من خلالها تنفيذ n من الأعمال على m من المكائن بأقل وقت ممكن, وتعتمد الطريقة المقترحة على العمود الأخير (الماكينة الأخيرة), وسنوضح عمل هذه الطريقة بالخطوات الآتية:

- 1- نرتب أوقات التنفيذ لجميع الأعمال بالاعتماد على العمود الأخير ترتيباً تنازلياً.
- 2- نقوم بإعطاء أسبقية للعمل الذي له أكبر وقت تنفيذ ثم العمل الذي يليه وهكذا....، فإذا تساوى عمالان أو أكثر بوقت التنفيذ نختار العمل الذي له وقت تنفيذ أكبر على جميع المكائن.
- 3- نبدأ بتنفيذ الأعمال في العمود الأول (الماكينة الأولى) حسب الأسبقية المحددة في الخطوة الثانية.
- 4- بعد الانتهاء من تنفيذ جميع الأعمال في العمود الأول نتحول إلى العمود الثاني ثم العمود الثالث وهكذا....

**ولغرض توضيح الطريقة المقترحة سنعرض المثال التالي:**

لنفرض أن لدينا 5 أعمال مطلوب تنفيذها على 4 مكائن والمطلوب اختيار السلسلة المناسبة (التي تمكننا من تنفيذ الأعمال بأقل وقت ممكن). نلاحظ أن عدد السلاسل الممكنة هو مفكوك العدد 5 والذي يساوي 120 سلسلة ممكنة، ولكن أفضل سلسلة هي التي تملك أقل وقت تنفيذ.

الجدول (3): مثال لتوضيح طريقة عمل الطريقة المقترحة

Job	A	B	C	D
1	4	5	3	6
2	5	7	3	2
3	6	2	9	6
4	4	2	7	9
5	10	7	5	2

في البداية يتم اختيار العمود الأخير ومن ثم نرتبه تنازلياً مع ترتيب بقية الأعمدة بالاعتماد عليه فيكون لدينا الجدول التالي:

الجدول (4): مثال لتوضيح طريقة عمل الطريقة المقترحة

Job	A	B	C	D
4	4	2	7	9
3	6	2	9	6
1	4	5	3	6
5	10	7	5	2
2	5	7	3	2

نقوم بإعطاء الأسبقيات للأعمال، ونلاحظ أن العمل 4 سينفذ أولاً ثم العمل 3 ثانياً ثم العمل 1 ثالثاً ثم العمل 5 رابعاً وأخيراً العمل 2، نلاحظ أن العمال 1 و3 لهما نفس الوقت في الماكينة الأخيرة ولكن مجموع أوقات التنفيذ للعمل 3 على جميع المكينات  $(6+9+2+6=23)$  أكبر منه للعمل 1  $(6+3+5+4=18)$  ولذلك ينفذ العمل 3 أولاً، ونفس الحالة تنطبق على العاملين 2 و5، والجدول (5) يوضح جدولة هذه الأعمال باستخدام الطريقة المقترحة:

الجدول (5): مثال لتوضيح طريقة عمل الخوارزمية المقترحة

4	3	1	5	2	
0	4	10	14	24	29

4	3	1	5	2	
4	6	12	19	31	38

4	3	1	5	2	
6	13	22	25	36	41

4	3	1	5	2	
13	22	28	34	38	43

نلاحظ انه لا يمكن تنفيذ العمل 4 في الماكنة الثانية إلى أن ينتهي التنفيذ في الماكنة الأولى، وهكذا الحال بالنسبة للعمل 4 في الماكنة الثالثة لا يمكن أن تنفذ حتى تنتهي الماكنة الثانية من تنفيذها. وهذا القيد ينطبق على جميع الأعمال.

### 5-توليد البيانات:

في هذا البحث تم توليد بيانات عشوائية تتبع التوزيع المنتظم على الفترة [1,49] باستخدام النظام الجاهز (Matlab). وقد تم تطبيق الطريقة المقترحة على عمل 4,5,10,15,20 (n) وعلى 3,4,5,10 (m) ماكنة وبتكرار 100 حالة، وتم مقارنة النتائج مع طريقة (NEH) وأظهرت كفاءة عالية وسهولة بالاستخدام.

الجدول(6):مقارنة الطريقة المقترحة مع طريقة (NEH)

الحالة	n x m	LB	NEH	المقترحة	الحالة	n x m	LB	NEH	المقترحة
1	4 x 3	54	57	54	51	10 x	69	73	69
2	4 x 3	87	90	87	52	10 x	178	178	182
3	4 x 3	21	23	21	53	10 x	384	395	389
4	4 x 3	352	359	362	54	10 x	1436	1458	1473
5	4 x 3	22	22	22	55	10 x	219	231	226
6	4 x 4	79	84	81	56	10 x	97	111	118
7	4 x 4	542	563	572	57	10 x	354	368	376
8	4 x 4	238	250	244	58	10 x	842	851	872
9	4 x 4	49	53	49	59	10 x	127	136	134
10	4 x 4	31	34	34	60	10 x	1324	1344	1338
11	4 x 5	47	53	51	61	15 x	96	102	111
12	4 x 5	419	426	431	62	15 x	273	289	278
13	4 x 5	363	373	378	63	15 x	1098	1135	1135
14	4 x 5	52	54	54	64	15 x	681	694	701
15	4 x 5	24	28	25	65	15 x	160	172	167
16	4 x	207	219	215	66	15 x	256	273	266
17	4 x	149	158	163	67	15 x	729	738	750
18	4 x	84	84	84	68	15 x	1672	1684	1696
19	4 x	613	622	627	69	15 x	135	152	147
20	4 x	441	459	453	70	15 x	413	422	418
21	5 x 3	1051	1078	1086	71	15 x	151	151	151
22	5 x 3	74	80	74	72	15 x	783	791	795
23	5 x 3	29	30	33	73	15 x	344	362	358
24	5 x 3	553	571	562	74	15 x	1539	1583	1597
25	5 x 3	95	102	106	75	15 x	276	291	286
26	5 x 4	92	95	95	76	15 x	265	281	289
27	5 x 4	367	374	377	77	15 x	618	624	633
28	5 x 4	254	263	259	78	15 x	1382	1416	1395
29	5 x 4	34	37	34	79	15 x	124	135	128
30	5 x 4	41	43	55	80	15 x	176	190	179
31	5 x 5	114	121	119	81	20 x	95	101	98
32	5 x 5	63	70	67	82	20 x	437	437	437
33	5 x 5	394	403	409	83	20 x	1172	1195	1206



34	5 x 5	753	771	783	84	20 x	121	137	128
35	5 x 5	35	36	36	85	20 x	83	90	87
36	5 x	49	55	52	86	20 x	159	172	167
37	5 x	238	254	247	87	20 x	546	563	574
38	5 x	341	355	361	88	20 x	1417	1444	1458
39	5 x	528	534	541	89	20 x	86	93	93
40	5 x	37	43	39	90	20 x	672	694	697
41	10 x	86	93	88	91	20 x	797	812	821
42	10 x	598	624	617	92	20 x	472	485	491
43	10 x	243	249	249	93	20 x	287	296	296
44	10 x	162	171	167	94	20 x	155	164	155
45	10 x	61	66	66	95	20 x	1267	1281	1275
46	10 x	85	87	85	96	20 x	217	234	230
47	10 x	614	635	642	97	20 x	751	783	799
48	10 x	271	286	294	98	20 x	1679	1691	1712
49	10 x	1244	1271	1291	99	20 x	453	471	465
50	10 x	184	194	191	100	20 x	159	168	173

### 6- الاستنتاجات:

- 1- إيجاد طريقة لجدولة عدد من الأعمال على عدد من الماكينات لتقليل وقت إنهاء العمل الكلي.
- 2- يمكن تطبيق هذه الطريقة على ثلاث مكائن فأكثر.
- 3- دقة النتائج الحاصل عليها باستخدام الطريقة المقترحة وذلك لاقتربها من قيمة الحد الأدنى (LB).
- 4- إن الطريقة المقترحة تكون ذات كفاءة عالية إذا كانت الأعمال تحدث بين فترات قصيرة.

### 7- المصادر:

- 1- Allahverdi, A. and Aldowaisan, T. (2002). "New heuristics to minimize total completion time in m-machine flowshops". International Journal of Production Economics, 77, pp. 71-83.
- 2- Baker, K.R. (1974). "Introduction to Sequencing and Scheduling". Wiley, New York.
- 3- Conway, R.W., Maxwell, W.L., and Miller, U.W. (1967). "Theory of Scheduling". Addison-Wesley, Reading, MA.
- 4- Framinan, J. M., Gupta, J. N. D., and Leisten, R. (2004). "A review and classification of heuristics for permutation flow-shop scheduling with makespan objective". Journal of the Operational Research Society, 55, pp. 1243-1255.

- 5- Framinan, J.M., Leisten, R., and Ruiz-Usano, R. (2005). "Comparison of heuristics for flow time minimization in permutation flow shop". *Computers and Operations Research*, 32, pp. 1237-1254.
- 6-Hejazi, S. R. and Saghafian, S. (2005). Flowshop-scheduling problems with makespan criterion: a review. *International Journal of Production Research*, 43(14), pp. 2895–2929.
- 7- Ho, J. C. and Chang, Y.-L. (1991). A new heuristic for the n-job, m-machine flow-shop problem. *European Journal of Operational Research*, 52, pp. 194–202.
- 8- Koulamas, C. (1998). "A new constructive heuristic for the flowshop scheduling problem". *European Journal of Operational Research*, 105, pp. 66–71.
- 9- Nawaz, M., Enscore, E.E., and Ham, I. (1983). "A heuristic algorithm for the m-machine, n-job flow shop sequencing problem". *OMEGA, International Journal of Management Science* 11/1
- 10- Sarin, S. and Lefoka, M. (1993). "Scheduling heuristic for the n-job m-machine flow shop". *OMEGA, The International Journal of Management Science*, 21(2), pp. 229–234.
- 11- Turner, S. and Booth, D. (1987). "Comparison of heuristics for flow shop sequencing". *OMEGA, The International Journal of Management Science*, 15(1), pp. 75–78.