المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (15) 2009
ص ص [63–76]

استخـدام الخـوارزمـية الجينـية في حل بعض نماذج الخزين

بان احمد متراس * همسة معن محمد ثابت**

الملخص

انصب اهتمام هذا البحث على تطبيق الخوارزمية الجينية التي هي طريقة بحث اصطناعي على بعض نماذج الخزين ، إذ تم اقتراح اكثر من خوارزمية أدى تطبيقها إلى إيجاد مجموعة من الحلول بعدد مرات توليد الخوارزمية من ضـمنها الحل الأمثل خلال فترة زمنية محدودة .

Using the Genetic Algorithm to solve some of the Inventory Models

Abstract

This research concentrates on the application of the Genetic Algorithm (GA) which is considered as an artificial search method on some of the Inventory Models. More than one which were suggested algorithm led to a number of solutions equal to the number of algorithm generation ,one of them was the optimal solution during a specified period of time .

Keywords :Genetic Algorithm;Optimization ;Inventory Model

1- المقدمة Introduction

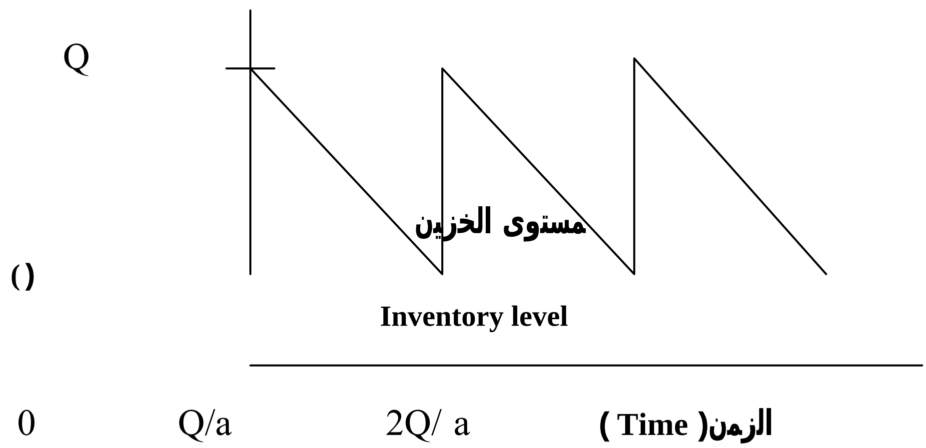
لقد كان لنماذج الخزين (Inventory Models) قيد واحد هو تعاملهـا مع منتج واحد فقط إلا أن المخزونات التي يتعامل معها العديد من الأشـخاص في الحياة العملية تتعامل مع موارد مختلفة ومتفاعلة إلى حـد يجعـل ادارتهـا

---

* أستاذ مساعد – جامعة الموصل – كلية علوم الحاسبات والرياضيات – قسم الإحصاء
** مدرس مساعد- كلية الآداب

تاريخ التسلم : 2008/7/2 ـــــــــــــــ تاريخ القبول : 2008/ 5/6

مسألة حقيقية وهذا أدى إلى تطور خاص بمعالجة المعطيـات سـمي بـالتحكم بالمخزون (Inventory Control) ، وكان التوجه إلى تنظيم السجلات أكثر من التوجه إلى البحث عن أداء أمثل ولقد كانت الإجراءات يدوية ولكن سرعان ما أصبحت حاسوبية عندما سمح تطور الأجهزة الالكترونية بذلك[1], ففي عام 1994 طور Hariga إيعازا لتحسين نموذج الخزين ولتحديـد وقـت الطلبيـة والنقص في الخزين , وتبنى Hariga و Benkherouf في العام ذاته إيعازا مشابها لتحسين النموذج وتحديد وقت الطلبية والاحتياطي من دون تحديد النقص في الخزين , بعد ذلك في عام 1995 قام Benkherouf بتحـديث النمـوذج الأخير ليتضمن النقص في الخزين أيضا ، بالرغم من إن هذا النموذج يحـسب النقص في الطلبية فقط لكنه قام بتعديل بسيط من خلال وضع جـدول لإيجـاد الزيادة في الطلبية , وهنالك آخرون قاموا بتطوير النمـوذج أيـضا وهـم : Wee عام 1995 , Hariga و Al-Alyan عام 1997 , Giri et al. عـام 2000 , Chu و.Chen عام 2002 . [11] والشكل (1) يبين نظام الخزين البسيط [8].



الشكل (1) نظام الخزين البسيط

النموذج الرياضي لنظام الخزين (Mathematical Model for the Inventory System) :

هنالك العديد من الأسباب التي تدفع للاحتفاظ بمخزون منها أولا التوفير في الزمن وتجنب الكلفة والإزعاج الناجمين عن التعويض المستمر ، وثانيا التعويض غير المتواتر الذي يتطلب توافر مخزونات كبيرة ولذا هنالك ضرورة للتوفيق بين الأمرين [13].

في كل عملية تخزين هنالك تكاليف متعددة منها تكاليف ثابتة تعتمد على حجم البضاعة المخزونة ومنها تكاليف متغيرة تعتمد على حجم الطلبية يؤدي وجود التكاليف المختلفة خلال عملية التخزين بالقائمين على المخازن بدراسة المشكلة وإيجاد أفضل الأساليب الاقتصادية لعمليات التخزين [2].

تقسم التكاليف المتعلقة بعملية التخزين إلى ثلاثة أصناف رئيسية :

1. تكلفة إصدار الطلبية (Set-up Cost).
2. تكلفة الاحتفاظ بالخزين (Holding Cost).
3. تكلفة عدم توفر البضاعة (Shortages Cost) [12].

أما الكلفة الكلية فتمثل مجموع التكاليف الكلية المتعلقة بعملية الخزن الناشئة عن الطلبية الواحدة ، وان معدل التكلفة الكلية في وحدة الزمن يحسب كالأتي:

معدل التكلفة الكلية/ وحدة الزمن = معدل تكلفة إصدار الطلبية + معدل تكلفة الاحتفاظ بالخزين

- معدل تكلفة إصدار الطلبية = $d/Q * C1$ ....(1)
- معدل تكلفة الاحتفاظ بالخزين = $Q/2 * C2$ ....(2)

إذ أن :

تكلفة إصدار الطلبية الواحدة :C1

تكلفة الاحتفاظ بالخزين : C2

معدل الطلب خلال وحدة الزمن : d

حجم الطلبية : Q

بجمع المعادلتين (1) و(2) نحصل على الكلفة الكلية لعملية الخزين:

$$K(Q) = C1*d/Q + C2*Q/2 \text{ .... } (3)$$

نشتق المعادلة (3) :

$$d\,K(Q)/Q = (-C1*d/Q^2) + C2/2$$

$$d\,K(Q)/Q = 0$$

$$Q^* = \sqrt{((2*C1*d)/C2)} \text{ .... } (4)$$

$$K^*(Q) = \sqrt{(2*C1*C2)} \text{ .... } (5)$$ [2]

أما النماذج الإنتاجية (Production Models) فلها تطبيقات واسـعة على مستوى الشركات الصناعية والمعامل الإنتاجية وفيها يكون تدفق الوحدات الإنتاجية بصورة مستمرة خلال الزمن المحدد وبمعدل إنتـاجي (p) وحـدة خلال فترة الزمن ، ومعدل استهلاك أو طلـب(d) والـزمن الكلـي للـدورة الإنتاجية (T) وان الكمية المنتجة خلال الزمن (Q) وحدة ، إذ أن :

$$Q = d * T \text{ .... } (1)$$

وإذا كانت (C1) تمثل تكلفة توقيت الخط الإنتاجي فان معدل تكلفة التوقيت :

$$C1 * d / Q \text{ .... } (2)$$

وان تكلفة الاحتفاظ بالوحدة الواحدة من الخزين لدورة إنتاجية كاملة :

$$C2 * 0.5 * (1 - d/p) * Q \text{ .... } (3)$$

فان مجموع التكاليف الكلية = تكلفة التوقيت + تكلفة الاحتفاظ بالخزين أي أن :

$$K = C1 * d/Q + C2 * Q * 0.5 * (1 - d/p) \text{ .... } (4)$$

نشتق المعادلة بالنسبة الى (Q) ونساويها بالصفر فتنتج قيمة Q*:

$$Q^* = \sqrt{(2*C1*d)/(1-d/p)*C2} \text{ .... } (5)$$. [2]

الخوارزمية الجينية (Genetic Algorithm):

وهي من أكثر خوارزميات الامثلية استخداما لتوفيرها احتمالات واسعة في التطبيق،ويمثل المجتمع (population) في الخوارزميـة الجينيـة (GA) بسلسلة من الكروموسومات (Chromosomes) :-

$P = \{ch1, ch2, ..., ch_n\}$

إذ يتم أولا توليد كروموسومات للمجتمع الابتدائي (P_0) والتي تولد عـادة عشوائيا ومن ثم تقدر دالة الجودة (Fitness Function) لجميع كروموسـومات المجتمع (ch_i) . إن المجتمع الجديد (P_{i+1}) يولد من المجتمـع الـسابق (P_i) باسـتخدام العمليـات الأساسـية للخوارزميـة الجينيـة (GA) وهـي الانتقـاء (Selection)،التداخل الابدالي (Crossover) وأخيرا الطفرة (Mutation)[9].

وكما هو موضح في المقطع البرمجي الاتي [10] :

```
Procedure GA
  generate_ initial _ population (p0)
  evaluate_fitness (p0)
  t <-- 0
  While t  < NumberOf Epochs  and  criteria_not_satisfied do
      new_empty_population (p0)
      While pt+1 .size < pt . size  do
     ch1 <---- selection (pt)
     ch2 <---- selection (pt)

     Probability <------ random
     if  Probability<(Pr Crossover + Pr Mutation) then
        ch3 , ch4 <-- mutation (ch1, ch2)
     else
       ch3 , ch4 <-- ch1, ch2
     end  if
     add (pt+1, ch3, ch4)
    end  while
 pt <-- pt+1
  t <-- t+1
  end  while
end   GA
```

مقطع برمجي يمثل إيعاز الخوارزمية الجينية

إن عملية الانتقاء (Selection) تمثل اختيار الآباء من المجتمـع لأجـل التزاوج وإنتاج جيل جديد وهنالك عدة أنواع من الانتقاء نذكر منها : انتقاء عجلـة الروليت ، انتقاء الأشكال المنتظمة ، وانتقاء الرتب وغيرها ، أما التداخل الابـدالي

(Crossover) فيتمثل بإجراء تبديل بين قيم متقابلة من مقطعي الأبوين المنتخبين لغرض تكوين المقطع الجديد ،وهناك عدة أنواع كالتـداخل الـشجري والتـداخل الحسابي والتداخل ذي نقطة القطع الواحدة [7] . المبين في الشكل (2)[9].

x_1	x_2	. . . . .	x_m	x_{m+1}	. . . . .	x_n

y_1	y_2	. . . . .	y_m	y_{m+1}	. . . . .	y_n

Crossover ↓

x_1	x_2	. . . . .	x_m	y_{m+1}	. . . . .	y_n

y_1	y_2	. . . . .	y_m	x_{m+1}	. . . . .	x_n

الشكل (2) يمثل التداخل الابدالي ذا نقطة القطع الواحدة على الكروموسومات

أما عملية الطفرة (Mutation) فإنها تجرى ضمن الكروموسوم الواحـد بتغيير او تبديل بين جينات محددة لتكوين كروموسومات تعطي حلولا جديدة إلـى الجيل اللاحق ، لم يسبق تكوينها في الأجيال السابقة ومن أنواع الطفـرة: العقديـة ،عكس قيم الجين ، الإضافة والطرح وغيرهما [7]. والشكل (3) يوضح احد هذه الأنواع [9].

x_1	x_2	. . . . .	**x_m**	x_{m+1}	. . . . .	x_n

Mutation ↓

x_1	x_2	. . . . .	**y_m**	x_{m+1}	. . . . .	x_n

الشكل (3) يمثل الطفرة ذات النقطة الواحدة داخل الكروموسوم الواحد

إن الخوارزمية الجينية (GA) تتميز بعدة ميزات نذكر منها:

- تعمل الخوارزمية مع تشفير المعالم (Parameters) وليس مع المعالم نفسها .
- تبحث في مجموعة من النقاط وليس في نقطة واحدة .
- تستخدم الخوارزمية قواعد الاحتمالية ولا تستخدم قواعد محددة [9] .

طور المتخصصون في بحوث العمليات من انحاء العالم نحو (400) نموذج مختلف للخزين وذلك لتمثيل الاختلاف في إستراتيجيات الخزين كما قاموا بوصف هذه النماذج رياضيا .

استخدم بعض الباحثين المتخصصين الخوارزمية الجينية (GA) لحل مثل هذه النماذج ، حيث قام الباحث (K.Bona) الهنكاري عام 2004 باستخدام الخوارزمية مع محاكاة حاسوبية مساعدة لحل مسائل خزن مواد تعتمد على أمثلية الخزين (several stock keeping units-based inventory optimization) وهي مسائل معقدة لانها مسائل أمثلية متعددة المهام ونجح الباحث من خلال النتائج الدقيقة خلال وقت قصير من السيطرة على عمليات الخزن لهذا النوع من المسائل [4].

في عام 2005 قام الباحثان (Abdelmaguid.T) من مصر و(Dessouky.M) من امريكا باقتراح خوارزمية جينية جديدة لحل مسالة التوزيع الصحيح (التام) للخزين (Integrated inventory distribution problem (IIDP) حيث أن المطلوب من حل هذه المسائل تحقيق اقل كلفة للنقل والتخزين وباستخدام الخوارزمية الجديدة استطاع الباحثان تحقيق أفضل الحلول (اقل كلفة نقل وتخزين) [3].

في عام 2006 استخدم كل من الباحثين التايونيان (Chen.C, Lin.C,Ting.Y,Chen.L) الخوارزمية الجينية لحل مسالة حجم الطلبية الاقتصادي متعدد الوحدات في فترة زمنية واحدة (multi-item EOQ model) لتقليل الكلفة الكلية للخزين ، لم تعط الخوارزمية الحل الدقيق وتمثيل نموذج

الخزين (EOQ) متعدد المواد فقط بل جعلت من عمليات إيجـاد الحلـول اقـل صعوبة ايضا [5].

وأخيرا وفي عام 2008 قام البـاحثون (Omar.M, Hasnah.N,Yeo.I) مـن جامعة مالايا في ماليزيا بتطبيق الخوارزمية الجينية على نمـوذج حجـم الطلبيـة الاقتصادي (EOQ) الذي يفترض نسبة طلب كبيرة وثابتة وخطـة افقيـة غيـر منتهية وتقليل الكلفة الكلية للخـزين خـلال فتـرة الـزمن ، وجـد البـاحثون ان الخوارزمية الجينية افضل من ايعازات اخرى مساعدة حيث وجدوا الحل القريـب من المثالي لدى استخدامها [11].

قمنا من خلال هذا البحث باقتراح خوارزميتين جينيتن الأولى لإيجاد أقل كلفة ممكنة للخزين وكذلك تحديد حجم الطلبية الاقتصادي الذي حقق الكلفة الأقل ، والثانية لحساب الحجم الإنتاجي الامثل والتكلفة الكلية للإنتاج .

خطوات الخوارزمية الجينية المقترحة لإيجاد قيمة الكلفة الكلية الأقل للخزين خلال الزمن المحدد:

(The Steps of the Proposed GA for finding the value of Minimum Total cost of Inventory in a Period of Time)

استخدمنا معادلة الكلفة الكلية للخزين خلال فترة الـزمن فـي الخطـوات المقترحة للخوارزمية الجينية (GA) لإيجاد الكلفة الكلية الأقـل وحـددنا حجـم الطلبية الاقتصادي الذي حقق هذه الكلفة والخطوات أدناه توضح ذلك :

1. البيانات الأولية (Initial Data): وهـي قـراءة لمجموعـة المتغيرات في معادلة الكلفة الكلية للخزين :
   - C1 : التكلفة الكلية لإصدار الطلبية .
   - C2 : تكلفة الاحتفاظ بالوحدة الواحـدة خـلال الـزمن المحدد .
   - d : معدل الطلب خلال فترة الزمن .

2. دالة الجودة (Fitness Function) : تتمثل هـذه الدالـة فـي الخوارزمية بمعادلة الكلفة الكلية الأقل للخزين minimize K(Q) .

$$K(Q) =C1*d /Q + C2*Q /2$$

من خلال برنامج (MATLAB7) هناك ايعازات (ToolBox) عـن مجالات التطبيق المباشر التي تساعد في الحصول على النتائج بأقصر وقت واقـل جهد ، بعد ان برمجنـا (m-file) لدالـة الجـودة والبيانـات الاوليـة بلغـة (MATLAB) قمنا بإدخال اسم دالة الجـودة فـي(ToolBox) للخوارزميـة الجينية (GA) وتحديد عدد المتغيرات فـي الدالـة (Number of variables) واختيار عدد مرات توليد الأجيال (Generations) وكذلك اختيـار الأنـواع المناسبة من (Selection) ، (Crossover) و (Mutation) لتحقيق أفـضل النتائج ، اعتمدنا على التحديد المسبق لعدد الأجيال للوصول إلى الحـل الامثـل ، استطعنا أن نحقق من خلال هذه الخوارزمية الكلفة الكلية الأقل للخزين خلال فترة الزمن والجانب التطبيقي يوضح النتائج التي توصلنا إليها من خلال المسالة الاولى والثانية للخزين.

خطوات الخوارزمية الجينية المقترحة لإيجاد الحجم الاقتصادي الامثل والتكاليف الكلية للإنتاج :

(The Steps of the Proposed GA for finding the optimal production amount and the total cost of production)

لإيجاد الحجم الإنتاجي الامثل والتكاليف الكلية للإنتاج استخدمنا معادلة الكلفة الكلية في الخطوات المقترحة للخوارزمية الجينية (GA) لإيجاد الحجم الإنتاجي الامثل والكلفة الكلية والخطوات التالية توضح ذلك :

1- البيانات الأولية (Initial Data): وتضم قراءة للمتغيرات الموجودة في معادلة التكاليف الكلية للإنتاج :

- C1 : تكلفة توقيت الخط الإنتاجي .
- C2 : تكلفة الاحتفاظ بالوحدة الواحدة خلال فترة الزمن .
- d : معدل الاستهلاك أو الطلب خلال فترة الزمن .
- Q : الكمية المنتجة خلال فترة الزمن .
- p : معدل الإنتاج خلال فترة الزمن .

2- دالة الجودة (Fitness Function): وتتمثل في الخوارزمية بدالة التكاليف الكلية للإنتاج (K):

$$K = C1 * d / Q + C2 * Q * 0.5 * (1- d / p)$$

بعد برمجة (m-file) لدالة الجودة والبيانات الأولية بلغـة (MATLAB) قمنـا باستخدام الخوارزمية الجينية (GA) الجاهزة في برنامج (MATLAB7) لإيجاد الحلول المناسبة بعد تحديد عدد المتغيرات في الدالة (Number of variables) واختيار الأنواع المناسبة من (Selection) ، (Crossover) و (Mutation) لتحقيق أفضل النتائج ،وبعد توليد الخوارزمية عدة مرات تمكنا من إيجـاد الحجـم الإنتاجي الامثل والتكاليف الكلية للإنتاج والنتائج التي توصلنا إليها موضـحة فـي مسالة (الحجم الإنتاجي الامثل) من الجانب التطبيقي للبحث .

الجانب التطبيقي (Application Part) :

تم تنفيذ خطوات الخوارزميات الجينية المقترحة على مسألتين من مسائل الخزين ومسألة من مسائل الحجم الإنتاجي الامثل وكماهو موضح فيما يلي :

- **المسألة الأولى (الخزين):** [8]

احسب الكلفة الكلية الصغرى للخزين لوحدة معينة إذا علمت أن :

متوسط الطلب الأسبوعي = 1000 وحدة

تكلفة إصدار الطلبية الواحدة = 100 $

تكلفة الاحتفاظ بوحدة واحدة لمدة أسبوع = 0.4 $

باستخدام المعادلتين :

$Q^* = \sqrt{((2*C1*d)/C2)}$ و $K^*(Q) = \sqrt{(2*C1*C2)}$ كانت النتائج كالأتي:

الكلفة الكلية الصغرى = 282.84 $ في الأسبوع الواحد .

وحجم الطلبية الاقتصادي = 707.1 وحدة لكل طلبية .

بعد إدخال هذه البيانات في الخوارزمية الجينية المقترحة وتوليد (300) جيل وتحديد أنواع الايعازات الأساسية للخوارزمية الجينية :

Selection : Stochastic uniform
Mutation : Adaptive feasible
Crossover : Single point

كانت النتائج كالأتي :

الكلفة الكلية الصغرى للخزين = 282.842 $ في الأسبوع الواحد .

وحجم الطلبية الاقتصادي = 706.993 وحدة في الأسبوع .

- **المسألة الثانية (الخزين):**

أخذنا بيانات هذه المسألة من أحد أفـران الـصمون فـي المجموعـة الثقافيـة / الموصل،إذ كانت البيانات كالأتي :

معدل الطلب خلال أسبوع = 20 كيس طحين .

الكلفة الكلية لإصدار الطلبية الواحدة = 20 ألف دينار .

تكلفة الاحتفاظ بالوحدة الواحدة لمدة أسبوع = 2500 دينار.

وكانت نتائج الحل اليدوي باستخدام المعادلتين للكلفة والحجم الاقتصادي الامثل كالأتي :

الكلفة الكلية الصغرى = 44722 دينار في الأسبوع الواحد .

وحجم الطلبية الاقتصادي = 18 كيس طحين .

بعد إدخال هذه البيانات في الخوارزمية الجينية المقترحة وتوليد (1000) جيل وتحديد أنواع الايعازات الأساسية للخوارزمية الجينية :

Selection : Stochastic uniform
Mutation : Gaussian
Crossover : Single point

كانت النتائج كالأتي :

الكلفة الكلية الصغرى للخزين = 44721 دينار

وحجم الطلبية الاقتصادي = 17.873 كيس

وبهذا تكون الخوارزمية المقترحة قد حققت أقل كلفة كلية ممكنة لمسألتي الخزين وأعطت حجم الطلبية الاقتصادي الذي حقق الكلفة الأقل .

- **مسألة (الحجم الإنتاجي الامثل):** [2]

احسب الحجم الإنتاجي الامثل وتكاليف الإنتاج إذا علمت أن :

C1 = 16.59 دينار

C2 = 0.1659 دينار

P = 2200 وحدة

d = 647 وحدة

وكانت نتائج الحل اليدوي باستخدام المعادلتين

$$Q^* = \sqrt{(2*C1*d)/(1-d/p)*C2}$$

و

$$K = C1 * d / Q + C2 * Q * 0.5 * (1- d / p)$$

كالأتي :

الكلفة الكلية للإنتاج = 50.1419 دينار.

والحجم الإنتاجي الامثل = 428.1657 وحدة .

بعد إدخال البيانات في الخوارزمية الجينية المقترحة وتوليد (1000) جيل وتحديد أنواع الايعازات الأساسية للخوارزمية الجينية :

Selection : Uniform
Mutation : Adaptive feasible
Crossover : Scattered

كانت النتائج كالأتي :

الكلفة الكلية للإنتاج = 50.14111 دينار في الأسبوع الواحد .

والحجم الإنتاجي الامثل = 425.891 وحدة .

وبهذا تكون الخوارزمية المقترحة قد حققت الحجم الإنتاجي الامثل وحددت الكلفة الكلية للإنتاج .

الاستنتاجات :

من خلال تطبيقنا للخوارزمية الجينية لاحظنا بأنها حققت نتائج أفضل من نتائج الحل اليدوي أو قريبا منه حيث حققت الكلفة الكلية الأقل للخزين خلال فترة الزمن وحددت كذلك حجم الطلبية الاقتصادي الذي سيحقق هذه الكلفة ، وكذلك وجدت الحجم الإنتاجي الامثل وحددت الكلفة الكلية للإنتاج .وبذلك أوجدنا خوارزمية جينية يمكن استخدامها في حل بعض مسائل الخزين لتحقق افضل النتائج بوقت قصير جدا وجهد أقل .

المصادر : References

أ. المصادر العربية :

1. بقجة جي ، صباح الدين , معلا، وائل , نايفة ، محمد , مراد ، حسام و العوا , محمد نوار . (1998): "بحوث العمليات"، المركز العربي للتعريب والترجمة والتأليف والنشر، دمشق.
2. جزاع، عبد ذياب. (1986): "بحوث العمليات"، الطبعة الثانية، جامعة بغداد، وزارة التعليم العالي والبحث العلمي.

ب. المصادر الأجنبية:

3 - Abdelmaguid,T.and Dessouky,M.(2005) : "Agenetic algorithm approach to the integrated inventory -distribution problem ",USC Research Computing Facility.
4 - Boa,K.(2005) : "Optimisation of inventory control systems with genetic algorithms", Periodica Polytechnica ser.TRANSP.ENG.VOL.33.
5 - Chen,C.,Lin,C.,Ting,Y.and Chen,L. (2006) :" Analternative approach for solving the multi-item single period EOQ inventory system " , the National Science Council of the Republic of China, Taiwan .
6 - Etiler,O., Tokln, B., Atak, M. and Wilson, J. (2004) : " A genetic Aalgorithm for flow shop scheduling problems ", journal of the Operational Research Society Ltd .
7 - GEN, M. (2000) : "Genetic Algorithms and Engineering Optimization, John Wiley and Sons, Inc.
8 - Jensen,P.and Bard, J.(2003): "Operations Research Models and Methods" , John Wiley and Sons, Inc.
9- Kvasnicka,V.(2003) : "Genetic Programming in Data Mining : Cellular Approach ", Physicsand Informatics Comenius University, Bratislava , Slovakia
10- Mitchell, M. (1998) : "An Introduction to Genetic Algorithms", MIT Press London.
11-Omar, M.,Hasnah,N.,and Yeo,I.(2008) : " An Inventory Replenishment Model for Deteriorating Items with Time – varying Demand and shortages Genetic Algorithm", International Journal of The Computer , the Internet and Management .
12-Taha, H.(2003) : " Operations Research An Introduction", Pearson Education , Inc.
13 - Winston ,W. (1994) : " Operations Research Applications and Algorithms " , Wads Worth , Inc.