المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (16) 2009

ص ص [95– 114]

استعمال البعد الكسوري الاحتمالي لقرار فيما إذا كانت السلسلة الزمنية فوضوية

ميسون مال ا عزيز*

الملخص

تم في هذا البحث تناول عدة طرائق للتمييز بين السلاسل الزمنية المحددة (deterministic time series) والتشويش الأبيض العشوائي (stochastic white noise) باستخدام اختبار أسية الارتباط (correlation exponent test) واختبار BDS (Brock Deckert Scheinkman test) . اذ تم توليد بيانات بأعداد كافية لاختبار فعالية هذه الوسائل (الطرائق) على عدة نماذج مختلفة وحصلنا على أن اختبار أسية الارتباط يميز بين التشويش الأبيض والعمليات الفوضوية الممزوجة مع مقدار صغير من التشويش الأبيض . وعند وضع فرضية العدم على أن البيانات هي تشويش ابيض تبين أن اختبار BDS رفض فرضية العدم عندما كانت البيانات مولدة من فوضى محددة (deterministic chaos) كما رفض فرضية العدم عندما كانت البيانات مأخوذة من أصول عشوائية (stochastic source) .

Using The Probabilistic Fractal Dimension to Decide if a Time Series is Chaotic

ABSTRACT

In this paper, we use several ways to distinguish between the deterministic time series and stochastic white noise by using correlation exponent test and the BDS test (Brock Deckert

---

* استاذ مساعد/قسم الرياضيات/كلية علوم الحاسبات والرياضيات/جامعة الموصل

تاريخ التسلم :2008/12/3 ——————— تاريخ القبول : 17 /8 /2009

Scheinkman) ,through simulating a large number of data for testing the efficiency of these methods on several different models.
We found that the correlation exponent tests can distinguish white noise from chaos, however it can not distinguish a white noise from a chaotic process mixed with small a mount of white noise .
By putting a white noise as the null hypothesis the BDS test rejects the null hypothesis when the data came from from stochastic source.

1 – المقدمة Introduction

ان مسألة فحص السلاسل الزمنية الفوضوية شكلت قضية بحثية كبيرة للعقود الاخيرة وبالذات تعدد طرائق فحصها (Berliner. 1992) واختبارها لتطبيقات مختلفة سواء كانت متعلقة بقضايا الظواهر الفيزيائية الثابتة او الظواهر الصناعية وفعاليات الحياة الاخرى (Gulick. 1992) . ولان هذا البحث مخصص لاختبار السلاسل الزمنية الناتجة من بيانات مولدة من نماذج معرفة ، ولاغراض التوضيح نبين ان الشروط اللازمة للسلسلة الزمنية x_t هي أن تكون مستقلة ولها نفس التوزيع الاحتمالي (i.i.d) (identical independent distributed)

وأن يكون المعدل (mean) والتباين(variance) لـ x_t ثابتين والتغاير الذاتي (autocovariance) يساوي صفرا أي ان $\operatorname{cov}(x_t, x_{t-k}) = 0 \quad , k \neq 0$ ويطلق على السلسلة التي تمتلك الشروط أعلاه التشويش الأبيض لكن العكس ليس من الضروري ان يكون صحيحاً (Hesieh, 1991) .

بعض العمليات المحددة يمكن ان تمتلك خواص التشويش الأبيض .وغالبا ما تتصف العملية الفوضوية المحددة بمسارها اللادوري(on-periodic trajectory) بعض العمليات الفوضوية لها خواص العزم الأول والثاني (المعدلات ، التباينات ، والتغايرات) كما هي في العمليات العشوائية، إذا كانت هذه الخواص كما هي في

التشويش الأبيض ، فان العملية يطلق عليها الفوضى البيضاء (white chaos) كمثال لهذه العملية تطبيق الخيمة (Tent map) اذ x_t يمكن أن تولد من

$$x_t = \begin{bmatrix} a^{-1} x_t & if \ 0 \le x_t \le a \\ (1-a)^{-1}(1-x_{t-1}) & if \ a \le x_{t-1} \le 1 \end{bmatrix} \quad ...(1.1)$$

الارتباطات الذاتية (autocorrelation) للعملية أعلاه هي نفسها في عملية الانحدار الذاتي من الرتبة الأولى AR(1) (Autoregressive) خاصة عندما يكون الثابت a قريبا من 0.5 ، الارتباطات الذاتية لتطبيق الخيمة تكون مقاربة للعمليات التي تكون (i.i.d) (Brock & Baek, 1991). نلاحظ أن x_t تقترب من نقطة ثابتة عندما $x_\circ = a^k$ أو

$$x_\circ = 1 - \left[1 - a - (1-a)^2 + (1-a)^3 + ... + (-1)^k (1-a)^{k-1} + (-1)^{k+1} a(1-a^k\right] \quad , k \ge 0$$

بيانات السلسلة الزمنية المأخوذة من التطبيق اللوجستي(Logistic map) لها نفس الخواص . حيث أن الدالة اللوجستية معطاه بـ

$$x_t = 4\, x_{t-1}(1 - x_{t-1}) \quad ...(1.2)$$

بقيمة ابتدائية $x_\circ$ في الفترة (0,1) . تم حساب القيم المقدرة للارتباطات الذاتية (autocorrelation) والارتباطات الذاتية الجزئية (Partial autocorrelation) لتطبيق الخيمة

والتطبيق اللوجستي وكذلك حساب الإحصائيات أعلاه لـ x_t^2 كما هي مبينة في الجدول I اذ ان الارتباطات الذاتية لـ x_t كلها صغيرة جدا وقريبة من الصفر مما يشير إلى أن هذه السلاسل لها على الأقل جزء ديناميكي له خواص التشويش الأبيض وتبين أن لجميع قيم k عدا k=0 إن $corr\,(\,x_t, x_{t-k}) = 0$

مما تشير الى أن x_t هي فوضى بيضاء وكذلك $corr\,(\,x_t^2, x_{t-k}^2) = -0.22$ مما يشير إلى أن x_t^2 هي ليست تشويشاً ابيض وهذا يعني ان خاصية التشويش الأبيض فقدت عندما أخذنا دالة للسلسلة (تربيع السلسلة) .

لقد تم تناول موضوع اختبار السلاسل الزمنية بواسطة اختبار اسية الارتباط كما في المبحث الثاني اما اختبار BDS فقد تم تناوله في المبحث الثالث والاستنتاجات في المبحث الرابع وفي نهاية البحث تأشير المصادر وجداول النتائج الوارد ذكرها في متن البحث .

2 – أُسية الارتباط Correlation Exponent

ان احد الطرائق للتمييز بين السلسلة الزمنية المحددة وبين التشويش الأبيض العشوائي هو الإحصائي المعروف بـ أُسية الارتباط . لتكن x_t سلسلة زمنية ، $C(\varepsilon)$ يمثل تكامل الارتباط (correlation integral) حيث

$$C(\varepsilon) = \lim_{N\to\infty} N^{-2}\left\{\text{number of pairs (i, j) such that} \left|x_i - x_j\right| < \varepsilon \right\} \quad ...(2.1)$$

بشكل حدسي $C(\varepsilon)$ تقيس احتمالية وجود أي زوج قيمته متقاربة في السلسلة الزمنية . افرض أن لكل ε ، $C(\varepsilon)$ تنمو أُسياً في النسبة v :

$$C(\varepsilon) \approx \varepsilon^{V} \quad ...(2.2)$$

إن الرمز v هو أُسية الارتباط وأيضا يطلق عليه بعد الارتباط (correlation dimension) ويعرف بـ

$$V = \lim_{\varepsilon\to 0} \frac{dLogC(\varepsilon)}{dLog(\varepsilon)}$$

حيث ان V تمثل بعد المنظومة المحددة . لمعادلات التطور $x_{t+1} = F(x_t)$ إن أُسية الارتباط لا تستعمل فقط للتمييز بين الفوضى ذات البعد المنخفض والعمليات العشوائية ذوات البعد العالي (Grassberger & Procaccia, 1983) .

من التعميم يتم الحصول على مجموعة مقيدة من الإحصائيات افرض أن $x_{t,m}$ هو مجموعة الحدود المتتالية

$x_t, x_{t+1}, x_{t+2}, \ .... \ x_{t+m-1}$ ...(2.3) فان تكامل الارتباط

$$C_m(\varepsilon) = \lim_{N\to\infty} N^{-2} \begin{Bmatrix} \text{numberv of pairs (i, j) such that } \textit{corresponding} \\ \textit{components of } \chi_{i,m} \text{ and } \chi_{j,m} \text{ are less than } \varepsilon \end{Bmatrix}$$

الآن عرف $$V_m = \lim_{\varepsilon\to 0} \frac{dLogC_m(\varepsilon)}{dLog(\varepsilon)}$$

الطول m يطلق عليه البعد المغمور (embedding dimension) للعمليات الفوضوية البيضاء المحددة . (Grassberger & Procaccia, 1983) .

$$V_m = V \quad , \quad m>V$$

بينما للتشويش الأبيض العشوائي لجميع قيم m ، $V_m = m$. إذا كانت أُسية الارتباط كبيرة جدا نحصل على العملية الفوضوية ذات البعد العالي ، من الصعب تقدير أُسية الارتباط بدون الحصول على عدد كبير من البيانات ، السلسلة الزمنية يجب ان تكون طويلة بما فيه الكفاية وذلك لاختبار الجاذب بصورة معقولة لانه اذا كان الجاذب لم يختر بما فيه الكفاية ، فان كل النقاط في السلسلة الزمنية تكون مترابطة ديناميكياً ، ومن المحتمل ان اهمال هذا المتطلب هو السبب الاكثر شيوعاً لماذا وجد عدد من الباحثين الفوضى ذات البعد المنخفض Low – dimensional في الظواهر الحقيقية. ومن الصعب تمييز الفوضى ذات البعد العالي عن التشويش الأبيض العشوائي بواسطة النظر إلى مقدرات V_m . مولدات الأعداد العشوائية في الحاسبات هي عمليات فوضوية بيضاء ذات بعد عالٍ . يمكن أن نستنتج أن السلاسل الفوضوية يمكن تمييزها فقط إذا كان لها بعد ارتباط منخفض 5 أو اقل .

هناك عدة طرائق تجريبية لقياس أُسية ارتباط الانحدار الخطي الاعتيادي (ordinary linear regression) . (Scheinman & Lebron, 1989)، والمربعات الصغرى المعممة (Generalized least square) . (Ramsy & Yauan, 1990) (Cutler 1991)، معامل الانحدار العشوائي (random coefficient regression) . (Ramsy & Yauan, 1990) لاحظ ، لطريقة الانحدار مجموعة $Log(\varepsilon)$ و $LogC_m(\varepsilon)$ تم الحصول عليها من بيانات السلاسل بشكل صحيح ومن الواضح ان اختيار مدى ε اعتباطي جدا وشخصي (Brock & Baek, 1991) .

الطريقة الأخرى لتقدير أُسية الارتباط هي طريقة الانحدار الحر ، كأمثلة مثالية هو المقدر النقطي والمقدر ذو الحدين (Smith & Richard, 1991) ، (Smith & Richard, 1992) .

المقدر النقطي (Point Estimator) ، يعرف بـ

$$V_{m,j}=\frac{Log\ C_m(\varepsilon_j)-Log\ C_m(\varepsilon_{j+1})}{Log\ (\varepsilon_j)-Log\ (\varepsilon_{j+1})} \quad \text{.........} \ (2.4)$$

حيث ε_j ، ε_{j+1} ثوابت اكبر من الصفر واقل من واحد يعني $\varepsilon_j=\phi^j$ حيث $0<\phi<1$ ، $j\geq 1$ ، $C_m(\varepsilon_j)$ هي تكامل الارتباط معرفة بـ (2.3) .

في البحث اقل قيمة في العينة طرحت من كل مشاهدة وبعدها قسمنا على مدى العينة ، لذلك فان المشاهدات المحولة سوف تأخذ القيم بين الصفر والواحد ، هذا يؤكد أن المسافة بين أية نقطتين لـ $\{x_i\}$ هي اقل من واحد ، كذلك فان الثابت ε_j يقيّد بالفترة صفر وواحد . كما يبين في (2.5) و (2.6) ا أُسية الارتباط يمكن أن تلاحظ عندما تكون ε صغيرة جدا

نفرض $\varepsilon_j = \phi^j \quad , \; 0 < \phi < 1 \quad , \quad j \geq 1$

فان $V_{m,j}$ هي قيمة أُسية الارتباط لقيم j الكبيرة .

استعمل التقدير النقطي (Brock & Baek, 1991) . واشتقوا الخاصية الإحصائية لهذا المقدر تحت افتراض i.i.d لـ χ_t ولكن هذه الخاصية لا يمكن ان تطبق على الفوضى ذات البعد المنخفض ، كما ان اختبار الفرضيات الذي يعتمد على i.i.d لـ χ_t لا يمكن أن يستعمل لاختبار الفرق بين الفوضى والعملية العشوائية ، كما أن رفض فرضية العدم ربما بسبب كون χ_t معتمدة .

الجدول II يبين المقدرات النقطية لأسية الارتباط $V_{m,j}$ لـستة قيم للبعد المغمور m (embedding dimension) وثلاثين قيمة لـ ε باستعمال بيانات من التطبيق اللوجستي لعينات بحجم 500 و 5900 . البيانات فوضوية ولها بعد ارتباط بـ$m \geq 2$ و ε_j صغيرة (أو j كبيرة) ، عندما $\varepsilon_j = 0.9^j$ ، الأرقام في الجدول كلها مقاربة أو تساوي واحدا عندما يكون حجم العينة كبيرا بما فيه الكفاية .

الجدول III يبين النتائج لسلسلة التشويش الأبيض العشوائي لعينات حجمها 500 و5900 . نظريا يقترح أن المقدرات يجب أن تساوي m التي تأخذ القيم 1 ، 2 ، 3 ،4،5 ، 10 في الأعمدة حيث ان ε صغيرة جدا عندما $j > 25$. النتائج التي تم الحصول عليها في جداول أُسية الارتباط هي نفسها التي تم الحصول عليها بطريقة الانحدار من قبل (Denkar&Keller,1986) و (Ramsy&Yauan,1990)

يتبين من الجداول II و III إن اختبار ε مهم لان التمييز بين التشويش الأبيض العشوائي والفوضى البيضاء بالاعتماد على أُسية الارتباط صحيحة لقيم ε الصغيرة . من الواضح أن المقدرات في الجدول II تعتمد على قيم ε و حجم العينة والبعد المغمور وهذا يتفق مع (Ramsy & Yauan 1990) .

في الظواهر الطبيعية (الفيزيائية،البيولوجية،الاقتصادية،..الخ) نضيف خطأ مقاس مستقل للتغلب على بعض المصاعب (Independent measurement error) اذ ان البيانات تكون بالصيغة الاتية

$$z_t = x_t + \varepsilon_t \qquad \text{.......... (2.5)}$$

حيث ان x_t فوضى بيضاء تولد بالتطبيق اللوجستي كما في (1.2) ، ε_t يكون مستقلا ومطابقا لتوزيع التشويش الأبيض الكاوسي (Gaussian white chaos) والنتائج موضحة في الجدول IV .

في حالة وجود زوج من السلاسل الزمنية x_t ، y_t (ميسون ومنال ، 2005) فان الصيغة الثنائية لتكامل الارتباط تعرف بـ

$$C_m(x,y,\varepsilon) = \lim_{N\to\infty} N^{-2} \left\{ \begin{array}{l} number \text{ of pairs (i, j) such that} \\ \left|x_{\text{i+h}} - x_{j+h}\right| < \varepsilon \;\; , \left|y_{\text{i+h}} - y_{j+h}\right| < \varepsilon \;, \\ \text{h} \;= 0,1,2,....,m-1 \end{array} \right\} \quad ...(2.6)$$

حيث m هو البعد المغمور و ε ثابت

أُسية الارتباط تعرف بـ

$$V_m = \lim_{\varepsilon\to 0} \frac{d\ Log\left(C_m\left(x,y,\varepsilon\right)\right)}{d\ Log\left(\varepsilon^2\right)} \qquad \text{....... (2.7)}$$

ليكن $v_m(x,\varepsilon)$ و $v_m(y,\varepsilon)$ هما بعدي الارتباط للسلسلتين الزمنيتين x_t و y_t على التوالي فان :

(1) إذا كان $x_t = y_t$ أي أن السلسلتين متماثلتان فان

$$V_m^* = \frac{1}{2} v_m(x,\varepsilon)$$

(2) إذا كان x_t و y_t مختلفتان فان

$$V_m^* = \frac{1}{2}\left[v_m(x,\varepsilon) + v_m(y,\varepsilon)\right] \qquad \text{.......... (2.8)}$$

3 – اختبار BDS   The test of BDS

قدم Brock, Dechert, Schenman اختبار BDS في منتصف 1980 ، (Brock & Dechert, 1987) وقد ثبت استعماله في عدة دراسات للسلاسل اللاخطية (Brock & Dechert, 1996). ليكن $C_m(\varepsilon)$ يمثل تكامل الارتباط المعرف في (2.3) فان المختبر الإحصائي

$$s_m(m,\varepsilon) = C_m(\varepsilon) - [C_1(\varepsilon)]^m \quad \ldots\ldots\ldots (3.1)$$

لاختبار فرضية العدم

$$H_\circ : x_t \quad \text{is} \quad \text{iid} \quad \ldots\ldots\ldots (3.2)$$

لعينات كبيرة وتحت فرضية العدم فان

$$s_m(m,\varepsilon) \sim N(0.,q) \quad \ldots\ldots\ldots (3.3)$$

حيـث q تعتمد على m وحجم العينة

إذا كانت السلسلة خطية وكان لها ارتباط ذاتي ، فان الاختبار يرفض فرضية العدم، من الناحية العملية يمكن أن يطبق اختبار الإحصائي BDS على بواقي النماذج الخطية لبيان فيما إذا كانت بواقي النموذج مستقلة متطابقة التوزيع(i.i.d) .

بما أن اختبار BDS يستعمل كإختبار للعشوائية أو اللاخطية المحددة ، فانه من الضروري ، إزالة المكونات الخطية من السلسلة قبل تطبيق الاختبار ، لعمل هذا عمليا تم بناء نموذج انحدار ذاتي (Autoregressive) $AR(p)$ لـ x_t باستعمال بعض المعايير كمقياس معلوماتي أكاكي AIC (Akaikaikes Information Criterion) أو مقياس معلوماتي بيز BIC (Bayesian Information Criterion) لاختيار الرتبة (p) للنموذج (Tong, 1990) ، ثم طبق الاختبار على بواقي النموذج الخطي .

بالرغم من أن الاختبار مبني على استعمال أفكار من الفوضى المحددة فمن المهم أن نعرف إذا رفضت فرضية العدم لا يعني قبول بديل معين كالفوضى ، لان الاختبار قد يكون له قوة جيدة ضد البدائل الأخرى ، كالعمليات العشوائية اللاخطية على الرغم من ذلك إذا المركبات الخطية أزيلت بصورة صحيحة فان رفض فرضية العدم قد يكون تبعا لوجود اللاخطية في البيانات .

لاختبار فيما إذا كانت البواقي الملائمة مستقلة ومتطابقة التوزيع (i.i.d) ، الجدول V يبين حجم وقوة اختبار BDS على البواقي الملائمة وباستعمال مستوى معنوية 5% طبق الاختبار على بواقي نموذج الانحدار الذاتي AR برتبة 1 و 2 ونموذج الأوساط المتحركة MA (Moving Average) ،كما مبين من الجزء العلوي من جدول V والتي تشير أن الأرقام عشوائية ، كما طبق الاختبار على سلسلتين للفوضى البيضاء وست عمليات عشوائية لاخطية .

تم استعمال بيانات مولدة التطبيق اللوجستي والتي هي بيانات فوضوية حيث ان اختبار BDS رفض فرضية العدم باحتمالية 1 لجميع قيم $j \geq 5$ ونفس النتائج التي تم الحصول عليها من البيانات الفوضوية المولدة من تطبيق الخيمة (Tent map) كما هومبين في وسط الجدول V .

تم إجراء اختبار BDS على عمليات عشوائية لاخطية والنتائج كانت بمجموعتين :

المجموعة الأولى : إن اختبار BDS له قوة جيدة حيث رفض فرضية العدم لـ i.i.d بـ 90% من الأجوبة لنموذج ثنائي الخطية BL (Bilinear model) ونموذج ثنائي الخطية للأوساط المتحركة BLMA (Bilinear Moving Average) المعرفان في (3.4) و (3.5) .

(BL) $$x_t = 0.7\, x_{t-1}\varepsilon_{t-2} + x_t \quad \text{.........} \; (3.4)$$

(BLMA) $$x_t = 0.4\, x_{t-1} - 0.3\, x_{t-2} + 0.5\, x_{t-1}\varepsilon_{t-1} + 0.8\,\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.5)$$

المجموعة الثانية : إن اختبار BDS له قوة ادق من 50% من الأجوبة لنموذجي الأوساط المتحركة اللاخطية (NLMA1, NLMA2) ،
(Non linear Moving Average) ونموذج العتبة للانحدار الذاتي (TAR)
(Threshold Autoregressive model) ونموذج الانحدار الذاتي اللاخطي
(NLAR) (Non linear Autoregressive))

حيث (3.6) .... $x_t = \varepsilon_t - 0.4\,\varepsilon_{t-1} + 0.3\,\varepsilon_{t-2} + 0.5\,\varepsilon_t\,\varepsilon_{t-1}$ (NLMA1)

(3.7)... $x_t = \varepsilon_t - 0.3\,\varepsilon_{t-1} + 0.2\,\varepsilon_{t-2} + 0.4\,\varepsilon_{t-1}\,\varepsilon_{t-2} - 0.25\,\varepsilon_{t-2}^{2}$ (NLMA2)

(TAR) $$x_t = \begin{bmatrix} 0.9\,x_{t-1} + \varepsilon_t & \text{if} & |x_{t-1}| \le 1 \\ 0.3\,x_{t-1} + \varepsilon_t & \text{if} & |x_{t-1}| > 1 \end{bmatrix} \quad .... (3.8)$$

(NLAR) $$x_t = \frac{0.7|x_{t-1}|}{2 + |x_{t-1}|} + \varepsilon_t \quad .... (3.9)$$

من اختبار BDS تبين ان البواقي مستقلة ومتطابقة التوزيع (i.i.d) في النماذج الأربعة أعلاه وان قوة الاختبار لهذه النماذج مبينة في الجزء السفلي من جدول V ، كما أن أعلى قوة للاختبار في نموذج(NLMA2) . من الحسابات الموضحة في الجداول يتبين ان قوة الاختبار تتغير بزيادة m و j ونقصان ε . اختبار قيمة ε تكون أهم من اختبار قيمة البعد المغمور للحصول على اختبار مقنع ، ويجب ان لا نغفل عن هذه الحقيقة عندما نطبق الإحصائيات المعتمدة على تكامل الارتباط لاختبار الفوضى .

4 – الاستنتاجات Conclusion

(1) بعض المنظومات المحددة تسلك سلوك التشويش الأبيض (جدول I) .

(2) تقنية أُسية الارتباط يمكن أن تستعمل للتمييز بين المنظومات المحددة (الجدول II) والتشويش الأبيض (الجدول II) والتشويش الأبيض العشوائي (الجدول III) .

(3) أُسية الارتباط لا تعمل جيدا في الكشف عن العملية المحددة ذات البعد المنخفض عندما يكون التشويش العشوائي موجود (الجدول IV) .

(4) اختبار BDS له قوة لرفض التشويش الأبيض كفرضية عدم إذا كانت البيانات مأخوذة من الثنائي الخطي (BL) والثنائي الخطي للأوساط المتحركة (BLMA) (الجدول V) .

(5) الاختبار له اقل قوة إذا كانت البيانات مأخوذة من نموذج العتبة للانحدار الذاتي (TAR) أونموذج الأوساط المتحركة اللاخطية (الجدول V) .

(6) الاختبار ليس له قوة إذا كانت البيانات مأخوذة من الانحدار الذاتي اللاخطي (NLAR)(الجدول V) .

(7) عند استعمال أُسية الارتباط يجب توخي الدقة في اختبار مدى قيم ε (الجدول II) .

المصادر

[1] . ميسون مال ا عزيز ، منال سالم حمدي ، " اختبار الفوضى والخصائص الكسورية لتطبيق الكدا " *المجلة العراقية للعلوم الإحصائية* ، (7) 2005 .

[2] . Berliner, L.M. (1992). " Statistic, Probability and Chaos". Statistical Science, Vol. 7, No. 1, PP 69-90.

[3] . Brock, W.A.,Dechert; W. D. And Schein; J. A. , (1987) , " Atest of Independence Based on the Correlation Dimension", SSRI. Department of Economics, University of Wisconsin- Madison.

[4] . Brock, A. and Baek, E. G. (1991), " Some theory of Statistical Inference for Nonlinear Science", *Review of Economic Studies*, Vol.58, PP 697-716.

[5] . Brock, W.A., Dechert; W. D. Scheinkman; J. A. And Lebaron , (1996), " A test for independence based on Correlation Dimension ", Econometric Reviews

[6] . Cutler, C. (1991). " Some Results on the Behaviour and Estimation of Fractal Dimensions of Distributions", *Journal of Statistical Physics*, Vol. 62, PP 651-708.

[7] . Denker, G. And Keller, G. (1986), " Regorous Statistical Procedures for Data from Dynamical Systems ", *Journal of Statistical Physics*, Vol. 44, PP 67-93.

[8] . Grassberge, P. And Procaccia, I. (1983), "Measuring the strangeness of strange Attractors", *Physica* qD, PP 198 – 208.

[9]. Gulick, D. (1992). " Encounters with Chaos" Mc Graw-Hill, Inc.

[10] . Hesieh, David, A. , (1991), " Chaos and Nonlinear Dynamics: Application to financial Markets", *Journal of Finance*, Vol.46, No.5, PP 1839- 1877.

[11] . Ramsy, J. and Yauan, H. (1990), " The Statistical Properties of Dimension Calculations Using Small Data Sets", Nonlinearity, Vol. 3, PP 155-176.

[12] . Scheinman, J. Lebron, B, (1989) " Nonlinear Dynamics and Stock Retums", *Journal of Business*, Vol.62, PP 311-337.

[13] . Smith, Richard, L.(1991), " Optimal Estimation of Fractal Dimension " *Nonlinear Modelling and Forecasting*", Vol. 12, PP 162-171.

[14] . Smith, Richard, L.(1992), " Estimating Dimension in Noisy Choatic time Seriers ", *Journal of Royal Statistical Society*, Vol. 54, PP 261-283.

[15] . Tong, H. (1990), Non-linear Time Series: A dynamical system Approach, Oxford, U.K .

الجدول I

دالة الارتباط الذاتي (ACF) ودالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF) لتطبيق الخيمة والتطبيق اللوجستي بـ 15 تأخر (Lag)

	السلاسل الاصلية χ_t				مربع مشاهدات السلاسل χ_t^2			
	تطبيق الخيمة		التطبيق اللوجستي		تطبيق الخيمة		التطبيق اللوجستي	
Lag	ACF	PACF	ACF	PACF	ACF	PACF	ACF	PACF
1	0.001	0.001	0.016	0.016	-0.215	-0.215	-0.221	-0.221
2	-0.006	-0.006	0.006	0.006	-0.058	-0.110	0.001	-0.050
3	-0.012	-0.012	0.004	0.004	-o.024	-0.066	0.001	-0.009
4	0.001	0.001	0.006	0.006	0.000	-0.030	0.005	0.004
5	0.004	0.003	-0.001	-0.001	0.005	-0.008	0.004	0.007
6	-0.008	0.008	-0.025	-0.025	-0.008	-0.013	-0.026	-0.025
7	-0.003	-0.003	0.003	0.004	-0.003	-0.009	0.010	0.000
8	0.006	0.006	-0.003	-0.002	0.009	0.004	-0.003	-0.002
9	-0.006	-0.007	-0.002	-0.002	-0.008	-0.007	-0.004	-0.005
10	0.003	0.003	0.012	0.012	0.006	0.004	0.014	0.012
11	-0.006	-0.006	-0.005	-0.006	-0.005	-0.004	-0.011	-0.006
12	-0.010	-0.010	0.013	0.013	-0.012	-0.014	0.018	0.015
13	0.016	0.016	-0.014	-0.015	0.021	0.015	-0.019	-0.013
14	-0.015	-0.015	0.007	0.007	-0.021	-0.016	0.009	0.003
15	0.009	0.009	0.005	0.004	0.006	0.000	0.004	0.006

الجدول II

أسس الارتباط للتطبيق اللوجستي

كل عمود يمثل قيما مختلفة للبعد المغمور m وكل صف يمثل قيما مختلفة لـ j بحيث $\varepsilon_j = (0.9)^j$. كل خلية تمثل التقدير النقطي لأسية الارتباط $v_{m,j}$ كما معرفة في (2.4)

. قيم j الفردية محذوفة من الجدول

	حجم العينة 500						حجم العينة 5900					
	m						m					
j	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**10**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**10**
2	0.72	1.62	2.36	2.99	3.65	6.96	0.64	1.43	2.07	2.64	3.20	6.04
4	0.64	1.18	1.89	2.87	4.04	10.59	0.68	1.27	2.04	3.06	4.31	10.98
6	0.66	1.05	1.53	1.68	1.89	3.06	0.68	1.01	1.52	1.67	1.99	3.45
8	0.72	0.92	1.08	1.19	1.31	1.93	0.70	0.97	1.17	1.46	1.59	2.55
10	0.73	0.92	1.07	1.37	1.83	4.82	0.72	0.94	1.06	1.30	1.66	3.85
12	0.78	0.91	1.07	1.21	1.28	2.66	0.72	0.90	0.99	1.13	1.19	1.82
14	0.68	0.84	0.91	1.00	1.17	1.46	0.75	0.91	0.99	1.08	1.19	1.62
16	0.78	0.96	1.05	1.00	0.95	0.80	0.76	0.89	0.97	1.02	1.14	2.16
18	0.66	0.80	0.78	0.84	0.91	0.80	0.77	0.90	0.97	1.00	1.08	1.32
20	0.77	0.90	0.92	1.02	1.12	0.76	0.78	0.90	0.96	0.98	1.02	1.19
22	0.77	0.89	0.90	0.94	0.96	0.79	0.78	0.89	0.95	0.95	1.02	1.33
24	0.86	0.89	0.93	0.92	0.90	1.04	0.78	0.88	0.93	0.97	0.99	1.22
26	0.81	0.95	0.99	1.01	0.93	0.39	0.81	0.91	0.96	0.99	1.02	1.05
28	0.79	0.81	0.86	0.87	0.83	0.45	0.80	0.88	0.94	0.96	0.99	1.14
30	0.74	0.88	1.00	0.98	0.97	1.08	0.81	0.89	0.95	0.98	0.98	1.11

الجدول III

أسس الارتباط للتشويش الأبيض الكاوسي

كل عمود يمثل قيما مختلفة للبعد المغمور m وكل صف يمثل قيما مختلفة لـ j بحيث

$\varepsilon_j = (0.9)^j$. كل خلية تمثل التقدير النقطي لأسية الارتباط $v_{m,j}$ كما معرفة في (2.4)

. قيم j الفردية محذوفة من الجدول .

	حجم العينة 500						حجم العينة 5900					
	m						m					
j	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**10**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**10**
2	0.00	0.00	0.01	0.02	0.02	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4	0.03	0.06	0.09	0.12	0.15	0.30	0.00	0.00	0.01	0.01	0.01	0.02
6	0.11	0.22	0.33	0.44	0.55	1.13	0.02	0.04	0.06	0.08	0.09	0.19
8	0.26	0.51	0.76	1.01	1.26	2.58	0.08	0.16	0.24	0.32	0.40	0.80
10	0.40	0.81	1.22	1.63	2.04	4.20	0.20	0.41	0.61	0.82	1.02	2.04
12	0.57	1.16	1.74	2.32	2,89	5.83	0.36	0.73	1.09	1.45	1.82	3.64
14	0.72	1.46	2.20	2.94	3.69	7.59	0.52	1.04	1.57	2.09	2.62	5.24
16	0.78	1.56	2.34	3.13	3.91	7.49	0.66	1.32	1.97	2.63	3.30	6.61
18	0.88	1.80	2.76	3.74	4.73	9.79	0.76	1.52	2.28	3.04	3.81	7.61
20	0.88	1.75	2.62	3.46	4.39	9.70	0.84	1.68	2.52	3.35	4.20	8.43
22	0.95	1.86	2.87	3.87	5.17	3.85	0.89	1.78	2.67	3.55	4.43	8.46
24	0.96	1.90	2.90	3.64	4.33	3.85	0.93	1.86	2.79	3.73	4.69	9.24
26	0.99	2.01	2.81	4.19	5.22	3.85	0.95	1.90	2.85	3.79	4.75	7.14
28	0.99	1.89	2.64	3.56	2.99	3.85	0.97	1.94	2.91	3.85	4.86	8.84
30	0.99	2.05	3.08	5.06	8.52	3.85	0.97	1.95	2.93	3.93	4.94	11.89

الجدول IV

أسس الارتباط للتطبيق اللوجستي مضاف اليه التشويش الابيض ،

حجم العينة = 59000 ، تباين التطبيق اللوجستي= 0.12 ، V = تباين التشويش الابيض

S = (تباين التطبيق اللوجستي) / (تباين التشويش الابيض)

	حجم العينة 500						حجم العينة 5900					
	m						*m*					
j	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**10**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**10**
	V = 0.01 , S = 12						**V=0.001 , S = 120**					
2	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	**0.32**	**0.66**	**1.00**	**1.35**	**1.69**	**2.04**
4	0.21	0.42	0.64	0.86	1.07	1.29	0.65	1.51	2.27	**2.94**	**3.59**	4.25
6	0.55	1.17	1.79	2.41	3.03	3.65	0.67	1.19	1.91	2.79	3.73	4.69
8	0.67	1.32	2.02	2.74	3.46	4.19	0.69	1.02	1.40	1.59	1.83	2.04
10	0.70	1.15	1.64	2.11	2.59	3.07	0.71	0.97	1.17	1.45	1.69	1.95
12	0.73	1.08	1.38	1.69	1.99	2.29	0.71	0.92	1.03	1.24	1.43	1.62
14	0.76	1.10	1.36	1.62	1.86	2.11	0.73	0.93	1.00	1.12	1.23	1.32
16	0.80	1.19	1.49	1.80	2.10	2.39	0.76	0.93	1.01	1.08	1.18	1.27
18	0.84	1.32	1.73	2.14	2.55	2.96	0.78	0.94	1.02	1.07	1.17	1.26
20	0.88	1.47	2.01	2.56	3.12	3.67	0.79	0.97	1.07	1.13	1.21	1.30
22	0.91	1.61	2.27	2.92	3.56	4.22	0.81	1.03	1.19	1.29	1.40	1.50
24	0.94	1.72	2.50	3.27	4.03	4.75	0.84	1.14	1.39	1.58	1.78	1.96
26	0.69	1.80	2.63	3.49	4.39	5.35	0.87	1.29	1.67	2.02	2.36	2.70
28	0.97	1.87	2.75	3.70	4.74	5.69	0.90	1.44	1.96	2.46	2.94	3.41
30	0.98	1.91	2.81	3.71	4.55	5.41	0.93	1.59	2.23	2.86	3.48	4.12

الجدول V

حجم وقوة الاختبار BDS للبواقي

بمستوى معنوية 5% تم تطبيق إحصائي الاختبار BDS ، $S(m,\varepsilon_j)$ على البواقي لعدة قيم للبعد المغمور m كأعمدة وقيم مختلفة لـ ε_j حيث $\varepsilon_j = (0.8)^j$ كصفوف ، الخلايا تمثل نسبة الرفض

	m			m			m		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
j	AR(1)			AR(2)			MA(2)		
1	0.931	0.885	0.885	0.916	0.892	0.877	0.909	0.860	0.864
2	0.350	0.413	0.439	0.338	0.405	0.442	0.344	0.436	0.448
3	0.140	0.161	0.164	0.136	0.173	0.183	0.150	0.201	0.200
4	0.086	0.092	0.099	0.098	0.106	0.107	0.100	0.126	0.130
5	0.065	0.066	0.068	0.065	0.083	0.082	0.089	0.102	0.100
6	0.061	0.058	0.057	0.061	0.068	0.079	0.073	0.094	0.89
7	0.062	0.068	0.059	0.059	0.064	0.079	0.087	0.091	0.100
8	0.070	0.064	0.078	0.063	0.079	0.100	0.092	0.095	0.116
9	0.082	0.082	0.117	0.073	0.094	0.119	0.104	0.130	0.157
10	0.107	0.124	0.157	0.102	0.124	0.155	0.132	0.158	0.226

تابع جدول V

	Logistic map			Tent map			BL			BLMA		
j	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1	1 . 0	0.985	0.887	0.776	0.872	0.847	0.969	0.907	0.911	0.975	0.931	0.934
2	0.955	0.961	0.978	0.999	0.802	0.592	0.546	0.584	0.579	0.393	0.391	0.400
3	0.946	0.504	0.456	0.463	0.499	0.462	0.638	0.688	0.677	0.352	0.388	0.395
4	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.985	0.978	0.920	0.917	0.675	0.725	0.717
5	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.970	0.988	0.989	0.897	0.932	0.927
6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.988	0.996	0.995	0.971	0.988	0.990
7	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.990	0.996	0.995	0.991	0.995	0.995
8	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.987	0.997	0.996	0.992	996	0.996
9	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.983	0.996	0.998	0.998	0.996	0.997
10	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.981	0.993	0.991	0.986	0.997	0.996
j	NLMA1			NLAR			TAR			NLMA2		
1	0.969	0.925	0.902	0.942	0.910	0.906	0.896	0.853	0.861	0.894	0.824	0.832
2	0.405	0.480	0.518	0.381	0.486	0.516	0.325	0.408	0.453	0.375	0.426	0.442
3	0.091	0.124	0.139	0.090	0.117	0.125	0.168	0.186	0.202	0.343	0.417	0.417
0.	0.080	0.120	0.150	0.082	0.100	0.103	0.187	0.185	0.182	0.371	0.464	0.455
5	0.084	0.142	0.172	0.089	0.123	0.143	0.196	0.190	0.181	0.356	0.451	0.457
6	0.081	0.165	0.194	0.126	0.171	0.209	0.145	0.134	0.132	0.328	0.435	0.436
7	0.075	0.171	0.208	0.182	0.254	0.347	0.102	0.094	0.098	0.303	0.418	0.429
8	0.075	0.170	0.234	0.242	0.372	0.489	0.195	0.168	0.168	0.285	0.402	0.414
9	0.073	0.174	0.242	0.336	0.511	0.718	0.334	0.314	0.298	0.282	0.394	0.413
10	0.065	0.182	0.245	0.417	0.711	0.914	0.464	0.443	0.391	0.273	0.400	0.420