المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (16) 2009
ص ص [29– 52]

الضبابية في البرمجة الخطية مع تطبيق

افتخار عبدالحميد النقاش* فاضلة علي جيجان**

الملخص

نظرا للصعوبة والدور الكبير المبذول في اي تطبيق عملي الغايـة منـه الوصول الى الحل الامثل في معالجة انظمة المنشأت او المعامل , عبر اتخاذ القرار المناسب او البديـ ـل الامثل من بين مجموعة البدائل او القرارات المتاحة, وبما ان المعلومات قد تكون غير دقيقة او مؤكدة , فقد تم في هذا البحث استخدام نوع مـن انواع دوال اللوجستك غير الخطية وهي داله انتماء منحني -S المعدلة في اختيار المزيج الانتاجي الافضل لحل مشاكل المنشأت الصناعية من خلال تطبيق اسلوب البرمجة الخطية المضببة . وتمتاز هذه الدالة بأحتوائها على عامل مهم وهو العامل المضبب الذي يقوم بتحديد شكل الدالة , وكذلك تمتاز بمرونتها فـي التعامـل مـع المعلمات المضببة , حيث تواجه وحدات الانتاج الصناعي مـشكلة الـضبابية فـي مختلف مجالاتها كأن تكون في المواد الخام , الموارد البشريه, ساعات العمـل .... الخ , وللتغلب على هذه المشكلة تم في هذا البحث تطبيق اسلوب البرمجة الخطيـة المضببة في الشركة العامة للزيوت النباتية وذلك لتحديد المزيج الافـضل وتحقيـق الهدف المطلوب من زيادة ارباح الشركه نسبة الى عاملين مهمين :

العامل الاول هو مستوى القبول وذلك بأخذ (21) مستوى من مـستويات القبـول الذي تتراوح قيمه بين (0.0010-0.999) بزياده مقدارها (0.0499)

العامل الثاني هو العامل المضبب الذي يتراوح بين (1-40) بزياده (2) الذي تـم تحديد قيم كل منهما من قبل الباحث , ولقد تم التوصل في هذا البحث الى ان القرار الامثل يعتمد على العامل المضبب في مشكلة تحديد المزيج الانتاجي في النمـوذج المضبب , فضلا عن هذا فان اعلى مستوى من وحدات الانتاج نحصل عليها عندما تكون الضبابية في النموذج قليلة.

---

* استاذ مساعد/كلية الادارة والاقتصاد/ جامعة المستنصرية
** مدرس مساعد/كلية الادارة والاقتصاد/ جامعة المستنصرية
تاريخ التسلم :2008/7/20 ـــــــــــــــــــــــ تاريخ القبول : 5 /10 /2009

Fuzziness in linear programming with application

ABSTRACT

With regard to the difficulty and the big role that is made to reach the optimal solution of the institutions and factories system processing through the perfect or alternative decision making among the abundant decisions or alternative groups, and since that the information could be inaccurate or uncertain , in this research one of the types of non–linear logistic functions has been used, that is the modified s- curve membership function in the selection of the best production mixture for solving the problems of industrial institutions through the application of fuzzy linear programming method.

This function is qualified by including an important factor(fuzzy factor) which could determine the shape of function as well as by its flexibility in dealing with fuzzy indications.

The industrial production units face the problem of being fuzzy in their various areas such as raw materials , human resources , work hours , …,etc. In order to solve this problem ,fuzzy programming method has been applied in this research in "the General Company for Vegetarian Oil " to determine the best mixture and to achieve the required object increasing the profitability according to two important factor . the first factor is the level of satisfaction by taking (21) level which ranged between (0.0010-0.999) with an excess (0.0499) . The second one is fuzzy factor that ranged between (1-40) with an excess (2) that each one of them has been determined by the researcher .

The research has concluded that the optimal decision depends on the fuzzy Factor in the problem of determining the production mixture in the fuzzy model , as well as that the highest level production units could be obtained when the fuzziness in the model is low

1 – المقدمة

ان دراسة المجموعات المضببة (Fuzzy Sets) استقطبت في السنوات الاخيرة اهتمام العديد من العلماء والباحثين في شتى المجالات التطبيقية والنظرية وفي مختلف المجالات الحياتية , اذ غالبا مايتعرض الانسان الى مشاكل معقدة تتطلب منه اتخاذ القرار المناسب بأعتماد الافتراضات والمحددات التي قد تكون في طبيعتها غامضة وغير مؤكدة (Uncertainty), اذا ان عدم التأكد له تأثير كبير في عمليه اتخاذ القرار المناسب لحل ايه مشكلة , اذ تم في هذه الدراسة توضيح اهم الجوانب النظرية لاسلوب البرمجة الخطية المضببة في حاله عدم التأكد من معاملات (ثوابت) النموذج الرياضي المقترح بأستخدام دالة انتماء منحني – S المعدلة لحل مشكلة تحديد المزيج الانتاجي الافضل للشركة العامه للزيوت النباتيه احدى الصناعات التحويلية (الغذائية) التي تاخذ بعدا استراتيجا ويقع انتاجها ضمن مفهوم توافر الامن الغذائي , هذا فضلا عن مساهمتها في تقليل الاعتماد على المستوردات وتشغيل الايدي العاملة الوطنية وزيادة الدخل القومي .

2- الجانب النظري

2-1 المجموعة المضببة

نشأ مفهوم المجموعة المضببة في عام 1965 على يد العالم الاذربيجاني Zadeh الذي قام بتعريف المجموعة المضببة $(\widetilde{A})$ على المجموعة الشاملة من العناصر X على انها مجموعة من العناصر مع درجة انتمائها $\left(M_{\widetilde{A}}(x)\right)$ التي تنحصر قيمتها بين $[1,0]$ الذي يمثل درجة انتماء القيمة (x) الى مجموعة $(\widetilde{A})$ التي تكون على شكل أزواج مرتبة :

$$\widetilde{A}=\left\{\left(M_{\widetilde{A}}(x_i), x_i \in X\right), i=1,2,....,n\right\} \qquad .....(1-2)$$
$$M_{\widetilde{A}}(x)\in[0,1]$$

فاذا كان عنصر ما غير موجود في المجموعة المضببة$\left(x \notin \widetilde{A}\right)$فان درجة انتمائـه تساوي صفرا اي$\left(M_{\widetilde{A}}(x)=0\right)$ اما اذا وجد عنصر ينتمي كليا الـى المجموعـة المضببة $\left(x \in \widetilde{A}\right)$ فان درجة انتمائه تساوي واحدا اي$\left(M_{\widetilde{A}}(x)=1\right)$ واذا وجـد عنصر ذو درجةانتماء(عضوية) عالية فان درجة انتمائه تكون (0.6) أو (0.7) أو (0.9) , أما اذا كان ذا درجة انتماء (عضوية) ضعيفة فان درجـة انتمائـه تكون (0.2) أو(0.3) أو (0.4) , واذا كان منتميا بشكل متوسط الى المجموعة المضببة فان درجة انتمائه تساوي (0.5) أي ان

نظرية المجاميع المضببة هي توسيع لنظرية المجاميع الاعتيادية, والأخيـرة هـي حالة خاصة من الأولى التي درجة انتماء عناصرها اما صفر أو واحد .

وهناك اسلوبان للتعبير عن دوال الانتماء للمجموعة المضببة :

1- الأسلوب العددي Numerical Approach

هو اسلوب يعبر عن درجة الانتماء الى المجموعة المضببة كمتجه مـن الاعـداد تعتمد أبعاده مستوى الانقطاع (Level of disgretization) بمعنى اخـر هو عدد من العناصر المتقطعة في المجموعة الشاملة.

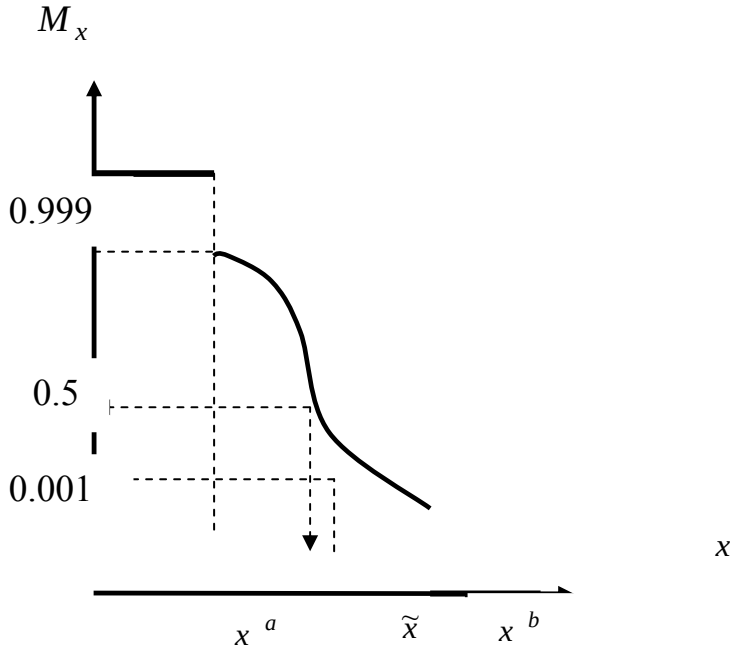
2- الأسلوب الدالي Functional Approach

هو أسلوب يقوم بتعريف دالة الانتماء للمجموعـة المـضببة بـشكل تحليـاتي (analytic) الذي يسمح بحساب درجة الانتماء لكل عنصر في المجموعة الشاملة.

2-2 دالة منحني - s المعدلة [1,4]

ان دالة انتماء منحني-S المعدلة هي حالة خاصة من دالة اللوجستك عند قيـم معينـة لـ (α, w, u) تتراوح قيمتها ($0.0010 \le M_x \le 0.999$) والسبب في ذلك هو ان طاقة العمل المطلوبة في نظام الانتاج لاتكون 100% دائما وفي الوقت نفسه لاتكون 0% ويمكن التعبيرعنها بالصيغة الاتية :

$$M_x = \begin{cases} 1 & x < x^a \\ 0.999 & x = x^a \\ \dfrac{w}{1 + u e^{\left[\frac{x - x^a}{x^b - x^a}\right]}} & x^b < x < x^a \\ 0.001 & x = x^b \\ 0 & x > x^b \end{cases} \quad \text{.....}(2-2)$$



الشكل (2-1)

دالة انتماء منحني S- المعدلة

3-2 نموذج البرمجة الخطية المضببة [5, 6]

البرمجة الخطية المضببة هي من مشاكل ألامثلية التي تعاني معاملاتهـا من عدم الدقة , بمعنى أدق قيم معاملات دالة الهدف والقيود والموارد المتاحـة لا تعرف تعريفا دقيقا , والشكل العام لمشكلة البرمجة الخطية المضببة هو:

$$\begin{aligned} &Maximize \quad \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j \\ &s.t \\ &\sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} \tilde{a}_{ij} x_j \le \tilde{b}_i \qquad \text{.....} \quad (3-2) \\ &x_j \ge 0 \end{aligned}$$

حيث

$\tilde{z}$ قيم دالة الهدف

x_j متجه متغيرات القرار

$\tilde{c}_j , \tilde{b}_i , \tilde{a}_{ij}$ فتمثل معاملات مضببة لنموذج مشكلة البرمجة الخطية المـضببة وعنـدما تاخـذ معلمـات النمـوذج المـضبب مجـالا معينا $\tilde{b}_i = [\underline{b_i}, \overline{b_i}]$, $\tilde{a}_{ij} = [\underline{a_{ij}}, \overline{a_{ij}}]$, $\tilde{c}_j = [\underline{c_j}, \overline{c_j}]$ يسمى النمـوذج عندئـذ بنمـوذج البرمجة الخطية المضببة ضمن فترة معينة (نموذج البرمجـة الخطيـة المـضببة الفتروية) وهي حالة خاصة من البرمجة الخطية المضببة والشكل العام لها :

$$\begin{aligned} &Maximize \ \tilde{c}_1 x_1 + \tilde{c}_2 x_2 + \text{.....} + \tilde{c}_n x_n \\ &s.t \\ &\tilde{a}_{i1} x_1 + \tilde{a}_{i2} x_2 + \text{.....} + \tilde{a}_{in} x_n \ \tilde{R} \ \tilde{b}_i \quad i \in M \\ &x_j \ge 0 \qquad\qquad\qquad\qquad j \in N \end{aligned}$$

حيـث تمثـل $\overline{c_j}, \underline{c_j}, \overline{a_{ij}}, \underline{a_{ij}}, \overline{b_i}, \underline{b_i}$ الحـدود العليـا والـدنيا للفترات $\tilde{b}_i, \tilde{a}_{ij}, \tilde{c}_j$

اما دوال انتمائها فتتمثل بـ

$$M_{[\underline{c_j},\overline{c_j}]}: R \to [0,1]$$
$$M_{[\underline{b_i},\overline{b_i}]}: R \to [0,1]$$
$$M_{[\underline{a_{ij}},\overline{a_{ij}}]}: R \to [0,1]$$

حيث $i \in N \ , \ j \in M$

4-2 حل نموذج البرمجة الخطية المضببة الفتروية (طريقة السمبلكس المضببة) Fuzzy Simplex Method

تعتمد هذه الطريقة على حساب دوال الانتماء للمعلمات المضببة ومن ثم حساب معلمات النموذج المضبب على اساس دوال الانتماء لكل معامل من معاملات النموذج وتتلخص خطوات هذه الطريقة بالاتي :

1- تشكيل دوال الانتماء (خطية او غير خطية) لمعاملات نموذج البرمجة المضببة ومن ثم حساب قيم المعاملات المضببة وسنتناول بالتفصيل اسلوب تشكيل احدى دوال انتماء اللوجستك في هذا البحث والمعروفة بدالة انتماء منحنى S- المعدلة التي تعتمد على عاملين مهمين:

العامل الاول هو مستوى القبول (Mu) الذي تتراوح قيمته بين (0.001-0.999) العامل الثاني فهو العامل المضبب (α) الذي تم تحديد قيمته بين (1-41) ومن ثم حساب معاملات نموذج البرمجة الخطية المضببة نسبة الى كل من (**Mu**) **و** (α) حيث تكون دالة انتماء معاملات دالة الهدف والقيود في مشكلة البرمجة الخطية المضببة كالاتي :

أ) $\widetilde{c}_j$ مضببة

$$\widetilde{c}_j = c_j{}^a + \left[\frac{c_j{}^b - c_j{}^a}{\alpha}\right] Ln \frac{1}{u}\left[\frac{w}{M_{c_j}} - 1\right] \quad \ldots\ldots\ldots (4-2)$$

ب) $\widetilde{b}_i$ مضببة

$$\widetilde{b}_i = b_i{}^a + \left[\frac{b_i{}^b - b_i{}^a}{\alpha}\right] Ln \frac{1}{u}\left[\frac{w}{M_{b_i}} - 1\right] \quad \ldots\ldots\ldots (5-2)$$

ج) $\widetilde{a}_{ij}$ مضببة

$$\widetilde{a}_{ij} = a_{ij}{}^{a} + \left[\frac{a_{ij}{}^{b} - a_{ij}{}^{a}}{\alpha}\right] Ln\,\frac{1}{u}\left[\frac{w}{M_{a_{ij}}} - 1\right] \ldots\ldots\ldots\ldots (6-2)$$

2- كتابة مشكلة البرمجة الخطية المضببة بالمعاملات التي تم الحصول عليها في الخطوة
السابقة .

$$Max \quad z = \widetilde{c}x$$
$$s.t \;\; \widetilde{A}x = \widetilde{b}$$

3- حساب قيمة Z^* , اذ أن النظام المضبب يكون بالشكل $\widetilde{A}\underline{x} = \widetilde{b}$
حيث أن

$$\text{Rank(A)} = m$$
$$\left[\widetilde{A}\right] = \left[\widetilde{a}_{ij}\right]_{m*n}$$

التي يمكن تجزئتها الى $[B \;\; N]$ اذ ان B مصفوفة مربعة غير صفرية درجتها m* m ومن الرتبة(m) لذا فان الحل الاساسي المقبول للنظام المضبب $\widetilde{A}x \le \widetilde{b}$ يكون بالشكل $\underline{x}$ الذي يمكن تجزئته الى $\underline{x} = \left(x_B^T \quad x_N^T\right)^T$ فيكون النموذج المضبب بالشكل الاتي:

$$Max \quad \widetilde{Z} = \widetilde{c}_B x_B + \widetilde{c}_N x_N$$
$$s.t \;\; \widetilde{B}x_B + \widetilde{N}x_N = \widetilde{b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7-2)$$
$$x_B, x_N \ge 0$$

حيث ان

$\widetilde{c}_B$ معاملات المتغيرات الاساسية في دالة الهدف

$\widetilde{c}_N$ معاملات المتغيرات غيرالاساسية في دالة الهدف

$\widetilde{B}$ معاملات المتغيرات الاساسية في القيود

$\widetilde{N}$ معاملات المتغيرات غير الاساسية في القيود

التي يمكن اعادة صياغتها بالشكل الاتي :

$$x_B + \widetilde{B}^{-1}\widetilde{N}x_N = \widetilde{B}^{-1}\widetilde{b}$$

$$x_B = \widetilde{B}^{-1}\widetilde{b} - \widetilde{B}^{-1}\widetilde{N}x_N$$

أما دالة الهدف فتكون بالشكل الاتي :

$$\widetilde{Z} + \left(\widetilde{c}_B\widetilde{B}^{-1}\widetilde{N} - \widetilde{c}_N\right)x_N = \widetilde{c}_B\widetilde{B}^{-1}\widetilde{b}$$

فاذا كانت قيمة $x_N = 0$, $x_B = \widetilde{B}^{-1}\widetilde{b}$ اذا تكون قيمة $\widetilde{Z} = \widetilde{c}_B\widetilde{B}^{-1}\widetilde{b}$

فاذا كان $x_B \geq 0$ فأن الحل الاساسي هو حل مقبول وأن قيمه Z المضببة ستكون $\widetilde{Z} = \widetilde{c}_B x_B$

عندما $\widetilde{c}_B = \left(c_{B_1}, ..., c_{B_m}\right)$

اما بالنسبة الى كل متغير غير اساسي $\left(x_j\right)$ حيث $i = 1,...,m$, $j \neq B_i$, $1 \leq j \leq n$

تعرف دالة الهدف بالشكل الاتي :

$$\widetilde{Z} = \widetilde{c}_B B^{-1} a_j$$

حيث يطلق على الحل الاساس المقبول بالحل غير المفكك عندما $x_B \geq 0$

حيث نفرض أن $\left(\widetilde{Z}_j - \widetilde{c}_j\right)_{j \neq B_i} = \left(\gamma_j\right)_{j \neq B_i}$ وبحسب شرط الامثلية فان الحل الامثل لهذه المشكلة يكون عندما ($\gamma_j \geq 0$) لكل $j \neq B_i$, من جانب اخر اذا ($\gamma_l < 0$) لكل $l \neq B_i$ نقوم باخراج x_{B_r} وادخال x_l حيث يصبح متغيرا اساسيا وأن (γ_{rl}) يمثل عنصرا محوريا حيث يتم تحوير القيم على مرحلتين , المرحلة الاولى : نقسم الصف المحوري r على γ_{rl} اما المرحلة الثانية : فنطرح حاصل ضرب (γ_{il}) الصف المحوري بعد اجراء الخطوة الاولى من الصف i حيث ($i \neq r$) وان i

متغير يمثل أي صف من صفوف النموذج أي $i = 1,...,m$

3- الجانب التطبيقي

لقد خصص موضوع الدراسة لبناء نموذج رياضـي لتحديـد المـزيج الانتاجي الافضل للشركة العامة للزيوت النباتية يهدف الى تعظيم ربح الشركة فـي ظل ظروف مضببة (قيم معلمات النموذج فترية) تحت قيود تـوفر مـستلزمات الانتاج من مواد اولية وموارد متاحة وقيود الطلب المتوقع على كـل منـتج مـن منتجات الشركة, اذ اختار الباحث الشركة العامة للزيوت النباتية مجالا لتطبيق ماتم عرضه من جوانب نظرية لاسلوب البرمجة الخطية المضببه انطلاقا من أهميتهـا كإحدى اكبر منشات القطاع الاشتراكي المطويـة تحـت لـواء وزارة الـصناعة والمعادن (الصناعات الغذائية) التي تعد منتجاتها من المواد الإستراتيجية ذوات المساس المباشر بحاجات المواطنين التي ينبغي توافرها دائما في الاسواق المحليـة وبالكميات المطلوبة .

ولغرض تحقيق الهدف اعلاه تم تشكيل دالة منحني S- المعدلة احـدى دوال انتماء اللوجستك غير الخطية لكل معامل من المعاملات المضببة لاستخدامها في حل نموذج البرمجة الخطية المضببة الذي تمت صياغته اعتمادا على البيانـات المتوافرة في الشركة العامة للزيوت النباتية بطريقة السمبلكس المضببة.

3-1 صياغة مشكلة البرمجة الخطية

ان صياغة اية مشكلة في نموذج رياضي يتطلب القيام بدراسـة المـشكلة والتعرف على عناصرها(فترة تكيف) لهذا الغرض قام الباحث بزيارات ميدانيـة الى مصانع (الرشيد , الامين , المأمون) التابعة للشركة العامة للزيوت النباتية بغية التعرف على عناصر مشكلة تحديد المزيج الانتاجي للشركة اذ ان البيانات التي تـم الحصول عليها من الشركة تمثل قيم الحدود العليا والـدنيا للفتـرات التـي يمكـن لمعلمات النموذج ان تقع ضمنها يتضح من هذا غياب صـفة التأكـد مـن جميـع معاملات النموذج والمتمثلة في الكميات المتاحة لـ (30) مادة اولية اساسية للشركة والطلب المتوقع على كل منتج من منتجاتها التي تمثل احدى المستلزمات الاساسية

للبرمجة الخطية الاعتيادية , لهذا سيتم بناء نموذج البرمجـة الخطيـة المـضببة لغرض تحديد المزيج الانتاجي الافضل للشركة العامة للزيوت النباتية وكالاتي :

نفرض ان متغيرات القرار للمشكلة المدروسة هي :

$\mathbf{X}_1$ عدد الاطنان المنتجة من الزيت السائل (نباتي)

$\mathbf{X}_2$ عدد الاطنان المنتجة من الدهن الصلب

$\mathbf{X}_3$ عدد الاطنان المنتجة من صابون التواليت

$\mathbf{X}_4$ عدد الاطنان المنتجة من المنظف السائل(زاهي)

$\mathbf{X}_5$ عدد الاطنان المنتجة من المنظف الصلب (سومر الاعتيادي)

$\mathbf{X}_6$ عدد الاطنان المنتجة من صابون الغار

$\mathbf{X}_7$ عدد الاطنان المنتجة من معاجين الأسنان

$\mathbf{X}_8$ عدد الاطنان المنتجة من منظف الغسالات

$\mathbf{X}_9$ عدد الاطنان المنتجة من شامبو ياسمين

$\mathbf{X}_{10}$ عدد الاطنان المنتجة من صابون الغسيل

اما معلمات النموذج فيعبر عنها كالاتي

c_j , $j = 1,...,10$ معاملات دالة الهدف

b_i , $i = 1,2,....,40$ الطرف الايمن للقيود

a_{ij} , $i = 1,2,...40$, $j = 1,...,10$ معاملات القيود

وعلى هذا الاساس سيمثل النموذج الرياضي للمشكلة المدروسـة بمنظومـة المعادلات (3-1) الاتية:

دالة الهدف المضببة :- بأستخدام القيم الفتروية لربح الطن الواحد من كـل منتوج حيث تكون دالة الهدف بالصيغة الاتية :-

$$\text{Max } Z = [170450,170600]\, x_1 + [50000,67000]\, x_2 + [30000,60000]\, x_3 + [70000,100000] x_4 + [30584,50250] x_5 + [70000,75000] x_6 + [50000,75000] x_7 + [35810,50500]\, x_8 + [16000,20000] x_9 + [25000,50000] x_{10}$$

تحت ضوابط :

القيود الهيكلية : باعتماد الحدود الدنيا والعليا للمواد الاوليـة المتاحـة للانتاج والقيم الفتروية لاستخدامات هذه المواد في الانتاج تكـون قيـود المـواد الاولية كالاتي :

1) **قيد مادة بذور القطن**

2) $[1.02,1.04]\ X_1 \le [3356,4680]$

2) **قيد مادة تراب القاص**

$[0.024,0.026]X_1+[0.02,0.022]X_2 \le [778,999]$

3) قيد مادة مانع الأكسدة

$[0.0002,0.0004]X_1+[0.0003,0.0004]X_2 \le [15,19]$

4) قيد مادة زيت النخيل

$[1.05,1.056]X_2+[0.75,0.81]X_3+[0.61,0.70]X_6 \le [45962,52000]$

5) قيد مادة حامض الليمون

$[0.003,0.004]X_2+[0.004,0.005]X_4 \le [186,190]$

6) قيد مادة زيت نوى النخيل

$[0.25,0.32]X_3+[0.2,0.3]X_6 \le [2230,3980]$

7) قيد مادة ثاني اوكسيد التيتانيوم

$[0.00123,0.00125]X_3+[0.005,0.008]X_7+[0.0015,0.0019]X_{10} \le [6,8]$

8) قيد مادة صودا الكاوية

$0.008,0.012]X_3+[0.15,0.2]X_4+[0.035,0.040]X_5+[0.045,0.049]X_6$

$+[0.013,0.014]X_8+[0.039,0.041]\ X_{10} \le [1350,1460]+$

9) قيد مادة الملح

$\le[0.4,0.6]X_3+[0.4,0.6]X_6+[0.03,0.04]X_{10}\ [7888,8000$

10) قيد المادة الحافظة

$[3850,4038] \le [0.2,0.3]X_3+[0.2,0.3]X_6+[0.1,0.11]X_{10}$

11) قيد مادة الصبغة

$[2.3,3.75] \le [0.0002,0.0004]X_3+[0.002,0.005]X_{10}$

12) **قيد مادة حامض جوز الهند**

$[57,80] \le [0.016,0.02]X_3$

13) **قيد مادة عطر الصابون**

$$[76,86] \leq [0.0076,0.0079]X_3+[0.0056,0.0058]X_6+[0.0022,0.0023]X_{10}$$

14) **قيد مادة صوديوم لوريل للصابون**

$$[0.072,0.077]X_4+[0.02,0.06]X_7+[0.215,0.225]X_9 \leq [316,479]$$

15) قيد مادة كوكو

$$[0.015,0.017]X_4 \leq [75,79]$$

16) **قيد مادة صوديوم تولوين للصابون**

$$[0.03,0.035]X_4+[0.014,0.016]X_5+[0.02,0.022]X_8 \leq [210,211]$$

17) قيد مادة فورمالين

$$[0.0015,0.0019]X_4+[0.002,0.005]X_9 \leq [9,13]$$

18) قيد مادة عطر المساحيق

$$[0.001,0.002]X_4+[0.001,0.002]X_5 \leq [11,15]$$

19) قيد مادة البراقة

$$[0.001,0.003]X_5+[0.0020,0.0025]X_8 \leq [7.5,8]$$

20) قيد مادة الكيل بنزين

$$[0.131,0.132]X_4+[0.1825,0.192]X_5+[0.073,0.081]X_8 \leq [1000,1060]$$

21) قيد مادة الكبريت

$$[0.020,0.021]X_4+[0.0275,0.0282]X_5+[0.011,0.013]X_8 \leq [162,168]$$

22) **قيد مادة متعدد ثلاثي الفوسفات**

$$[0.33,0.35]X_5+[0.28,0.29]X_8 \leq [845,860]$$

23) قيد مادة كبريتات الصوديوم

$$[0.25,0.28]X_5+[0.22,0.23]X_8 \leq [683,688]$$

24) قيد مادة سيانيكات الصوديوم

$$[0.02,0.024]X_5+[0.02,0.024]X_8 \leq [85,90]$$

25) قيد مادة صوديوم الكاربوكسي

$$[0.015,0.02]X_5+[0.011,0.014]X_7+[0.01,0.06]X_8 \leq [50,70]$$

26) قيد مادة زيت الزيتون

$$[0.25,0.3]X_6 \leq [2500,2700]$$

27) قيد مادة سكرين

$$[0.326,0.333]X_7 \leq [54,68]$$

28) قيد مادة الفا

$$[0.58,0.60]X_7 \leq [98,123]$$

29) قيد مادة سوربيتول

$$[0.27,0.28]X_7 \leq [45,56]$$

30) قيد مادة بريبورات

$$[0.2,0.4]X_8 \leq [100,124]$$

31) قيد صبغة صفراء

$$[0.00011,0.00012]X_9 \leq [0.051,0.067]$$

32) قيد عطر شامبو

$$[0.00011,0.00012]X_9 \leq [0.051,0.067]$$

33) قيد مادة ايثر كلسيد

$$[0.005,0.006]X_9 \leq [2,3]$$

34) قيد مادة بقايا مواد حامضية

$$[0.00135,0.00138]X_{10} \leq [0.40,0.55]$$

35) قيد مادة زيت الستيارين

$$[0.90,0.93]X_{10} \leq [270,377]$$

حيث يعتبر القيد (27, 28) و (31 ,32) و (35) من القيود الفائضة لكـل مـن المنتج X_7, X_9, X_{10} على التوالي والتي ليس لها تأثير على الحل

وبأستخدام الحدود الدنيا والعليا للطلب على كل منتج من المنتجات تكون قيـود الطلب كالاتي :

36) الطلب المتوقع على الزيت السائل $X_1 \geq 3290, 4500]$

37) الطلب المتوقع على دهن الصاب $X_2 \geq [34929, 40000]$

38) الطلب المتوقع على صابون التواليت $X_3 \geq [3273,4000]$

39) الطلب المتوقع على منظف صاب $X_4 \geq [3000,4598]$

40) الطلب المتوقع على صابون غار $X_5 \geq [1670,2250]$

41) الطلب المتوقع على معجون اسنان $X_6 \geq [7054,9000]$

42) الطلب المتوقع على منظف غسالات $X_7 \geq [150, 200]$

43) الطلب المتوقع على شامبو $X_8 \geq [199,250]$

44) الطلب المتوقع على صابون غسيل $X_9 \geq [403,500]$

45) قيد مادة زيت الستيارين $X_{10} \geq [250,324]$

اما قيود عدم السالبية فهي

$$X_1 , X_2 , X_3 , X_4 , X_5 , X_6 , X_7 , X_8 , X_9 , X_{10} \geq 0$$

3-2 حل المشكلة

لغرض تحديد المزيج الانتاجي الافضل للشركة العامة للزيوت النباتيـة تم حل النموذج الرياضي الموضح بالمنظومة (3-1) بأستخدام مجموعـة بـرامج تمت كتابتها بنظام (MATLAB) لاستخراج قيم القرارات المتغيرة وقـيم دالـة الهدف :

الخطوة الاولى : تشكيل دوال انتماء للمعاملات المضببة في النموذج , فمن خـلال المقابلات الشخصية مع المسؤولين (صانعي القرار) في الشركة العامـة للزيـوت النباتية اتضح للباحث ان قيم معاملات النموذج (كميات المواد الاوليـة المتاحـة , اسعار بيع المنتجات , الكميات المستخدمة في النموذج , ...) تتغير بشكل غير منتظم وهناك عدم التأكد بدرجات مختلفة في القيم التي يمكن ان تأخذها المعلمـات ضمن المجالات المحددة لها خاصة في ظروف عدم الاستقرار الذي يعـاني منـه قطرنا وفي بحثنا هذا تم اختيار احدى دوال اللوجستك غير خطية المعروفـة بـ (دالة انتماء منحني –S المعدلة)الموضحة بالصيغ (2-2) لما تمتاز به هـذه الدوال من مرونه في وصف عدم التأكد في المعاملات المضببة لمشاكل البرمجـة

الخطية من خلال احتوائها العامل المضبب , اذ تم تشكيل دوال انتمـاء لمعـاملات دالة الهدف , دوال انتماء الطرف الايمن للقيود , دوال الانتماء لمعاملات القيـود بأعتماد قيم ثوابت دالة لوجستك لدالة انتماء منحني–S المعدلة التي حصلنا عليهـا سابقا

α=13.81350 w =1 u =0.001001001

الخطوة الثانية : حساب قيم المعاملات المضببة $\left(\widetilde{a}_{ij}, \widetilde{c}_j, \widetilde{b}_i\right)$ عند كل درجة مـن درجات القبول ولعامل المضبب لدالة منحني–S المعدلة α=13.81350

الخطوة الثالثة : كتابة نموذج البرمجة الخطية المضببة حـسب الـصيغة (3-2) بدلالة قيم المعاملات المضببة التي حصلنا عليهافي الخطوة السابقة .

الخطوة الرابعة : حساب قيم دالة الهدف المثلى(Z^*) لمختلف درجات القبـول وقيم القرارات المتغيرة $x's$ لمختلف درجات القبول($0.0010 \le Mu \le 0.999$) وذلك بزيادة مقدارها 0.05 وعند العامل المضبب لدالة منحني–S المعدلـة البـالغ α=13.81350 والنتائج التي حصلنا عليها موضحة في الجدول (3-1) والـشكل (3-1) . اذ يتضح:

1- ان قيم دالة الهدف Z^* تزداد بزيادة درجة القبول (Mu) , اذ ان اقـل قيمـة لدالة الهدف (Z^*=3439.1) تكون عند اصغر قيمة لدرجة القبول (0.001) وتزداد هذه القيمة الى ان تصل اعلى قيمة لدالة الهدف (Z^*=4394.1) عند اكبر قيمة لدرجة القبول 0.999 .

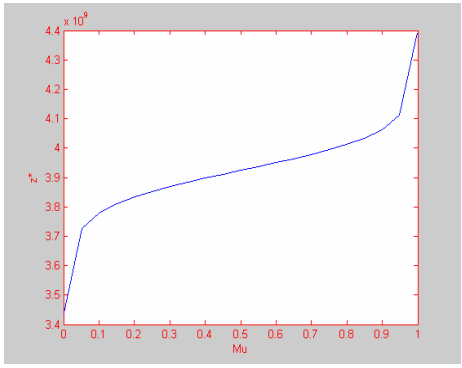
2- ان قيمة دالة الهدف المثلى تزداد بدرجة كبيرة عند درجات القبول المنخفضة ($Mu \le 0.3$) $\left(\Delta z^* = 283.6\right)$ عند درجة القبول(0.0010 -0.0509) وعند درجات القبول المرتفعـة ($Mu \ge 0.7$) $\left(\Delta z^* = 288.2\right)$ عنـد درجـة القبول (0.9491 -0.999) .

3- ان مقدار الفرق بين قيمة واخرى لدالة الهدف ينخفض عند درجات القبـول ($0.3 \le Mu \le 0.7$) الى ان تستقر عند نقطة يطلق عليهـا نقطـة الانقـلاب (Mu= 0.5000) حيـث $\left(\Delta z^* = 12.9\right)$عنـد درجـة القبـول (0.4501- 0.5000) $\left(\Delta z^* = 13\right)$ عند درجة القبول(0.5000 -0.5499) .

اما بالنسبة الى قيم القرارت المتغيرة التي تمثل الكميات المنتجة من كـل منتـوج (الزيت السائل والدهن الصلب وصابون تواليت ومنظف سـائل ومنظـف صـلب ومعاجين اسنان وشامبو وصابون غسيل) عندما تعاني جميع معاملات النموذج من المشكلة المضببة فتتناسب عكسيا مع درجة القبول اذ نلاحظ ان كلا مـن المنـتج (X_1 , X_2 , X_3 , X_4 , X_5 , X_7 , X_9 , X_{10}) حيث تقل كميتها بزيادة درجات القبول اما صابون غار ومنظف الغسالات (X_6 , X_8) فأن كمياتها تتزايد بزيادة درجات القبول , اذ ان مقدار الزيادة عند كل منتج يتناقص تدريجيا بزيـادة (Mu) وبعد ان تستقر عند نقطة الانقلاب (Mu=0.5000) تاخذ الفروق بالتزايـد تدريجيا بزيادة (Mu) .

الجدول(3-1): قيم دالة الهدف (بالملايين) مع قيم الكميات المنتجة بالطن من كل منتج من منتجات الشركة في حالة(جميع معاملات النموذج مضببة)

الكميات المثلى و Z * / Mu	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	Z *
0.0010	4500.0	40091	4000.0	4647.1	2195.2	2866.6	200.00	310.00	485.23	398.55	3439.1
0.0509	4134.5	38637	3885.8	4746.0	2060.2	3322.8	190.05	344.35	278.61	370.19	3722.7
0.1008	4066.3	38357	3863.0	4765.1	2033.7	3806.9	188.18	352.12	239.48	364.86	3771.9
0.1507	4023.8	38181	3848.5	4777.2	2016.9	4113.4	187.01	357.24	214.97	361.52	3799.9
0.2006	3991.7	38047	3837.5	4786.3	2004.2	4347.2	186.13	361.26	196.40	359.00	3821.3
0.2505	3965.1	37936	3828.2	4794.0	1993.5	4542.3	185.40	364.68	180.99	356.90	3839.2
0.3004	3941.8	37838	3820.0	4800.7	1984.1	4714.0	184.76	367.75	167.49	355.07	3855.0
0.3503	3920.7	37749	3812.6	4806.8	1975.5	4871.2	184.18	370.61	155.20	353.41	3869.5
0.4002	3900.9	37665	3805.5	4812.5	1967.4	5019.1	183.63	373.35	143.67	351.84	3883.1
0.4501	3881.8	37584	3798.7	4818.1	1959.6	5161.8	183.11	376.03	132.59	350.34	3896.3
0.5000	3863.2	37505	3792.0	4823.5	1951.9	5302.3	182.60	378.71	121.72	348.87	3909.2
0.5499	3844.6	37426	3785.2	4829.0	1944.2	5443.7	182.08	381.45	110.83	347.40	3922.2
0.5998	3825.6	37344	3778.3	4834.6	1936.3	5588.7	181.56	384.31	99.692	345.89	3935.6
0.6497	3805.7	37259	3771.0	4840.4	1927.9	5740.7	181.01	387.35	88.063	344.32	3949.6
0.6996	3784.5	37168	3763.1	4846.7	1919.0	5904.1	180.42	390.67	75.618	342.64	3964.6
0.7495	3761.2	37067	3754.4	4853.6	1909.1	6085.0	179.78	394.43	61.899	340.79	3981.3
0.7994	3734.5	36951	3744.4	4861.6	1897.6	6293.2	179.04	398.85	46.181	338.67	4000.5
0.8493	3702.2	36811	3732.1	4871.3	1883.7	6547.0	178.15	404.38	57.145	336.10	4023.8
0.8992	3659.6	36624	3715.7	4884.2	1865.0	6886.1	176.96	412.03	41.896	332.71	4055.1
0.9491	3591.5	36323	3689.0	4790.4	1791.6	7435.8	175.07	425.11	33.579	327.27	4105.9
0.9990	3290.2	34952	3662.0	4642.6	1736.4	10000	166.67	500.00	21.009	312.22	4394.1



الشكل (3-1)
Z* مع درجات القبول Mu عندما(جميع معاملات النموذج مضببة)

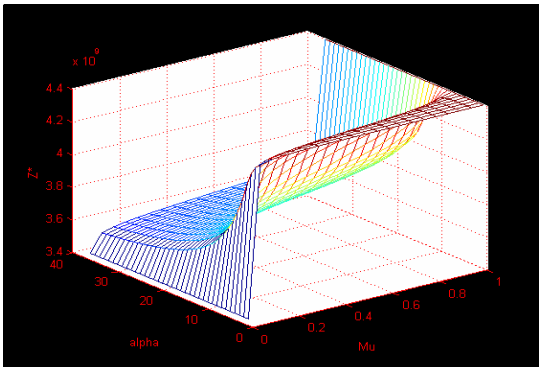
ولدراسة تأثير العامل المضبب $(0 \prec \alpha \prec \infty)$ في قيم دالة الهدف المثلى Z* ومن ثم في قيم القرارات المتغيرة $x's$ (الكميات المنتجة من كل منتوج بـالطن) في مشكلة تحديد المزيج الانتاجي للشركة العامة للزيوت النباتية عنـد درجـات مختلفة **مـن** العامل المضبب (α) تـم اولا فـي هـذا البحـث تحديـد قيمـة ($1 \le \alpha \le 40$) لاستقرارية قـيم Z* وقـيم القـرارات المتغيـرة $x's$ عنـدما $\alpha \ge 40$, ولابراز التغيرفي قيم Z* عند تغير الدرجات المضببه تم عـرض (20) قيـمة بزيـادة مقـدارها (2) عنـد مختلـف درجـات القبـول ($0.0010 \le Mu \le 0.999$) بزيادة مقدارها(0.0490) والنتائج التـي حـصلنا عليها موضحة في الجدول والشكل (3-2) ومن الجدول نلاحظ ما يأتي :-

1- تساوي قيم دالة الهدف المثلى (Z*=3439.1) عند الحد الادنى لـ درجات القبول (Mu=0.0010) , (Z*=4394.1) عند الحد الاعلى لدرجات القبـول (Mu=0.999) عند كل مستويات العامل المـضبب المدروسـة ($2 \le \alpha \le 40$) بزيادة مقدارها (2).

2- تناقص قيم دالة الهدف المثلى *Z بزيادة العامـل المـضبب ($2 \le \alpha \le 40$) وهذا مؤشر على وجود علاقة عكسية بين (α , *Z) عند كل درجـة مـن درجات القبول ($0.0010 \le Mu \le 0.999$) .

3-ان مقدار التناقص في قيم *Z يكون كبيرا عند درجـات القبـول المنخفـضة ويتناقص بزيادة العامل المضبب بينما نجد ان التناقص في قيم *Z يكون قليلا عند درجات القبول المرتفعة (0.9491 -0.999) ويتزايد بزيادة العامل المضبب .

4- ان قيم دالة الهدف *Z عند كل مستوى مـن مـستويات العامـل المـضبب ($2 \le \alpha \le 40$) تزداد بزيادة درجة القبول وان مقدار الزيادة يتنـاقص تـدريجيا بزيادة العامل المضبب عند درجة القبول المنخفضة اذ نلاحظ في الجدول ادنـاه ان قيمة *Z عند العامل المضبب ($\alpha = 2$) تتزايـد تزايـدا كبيـرا جـدا فقيمـة (Z* = 3439.1) تصبح (Z* = 4333.7) اي $\left(\Delta z^* = 894.6\right)$ عند تغيـر درجة القبول من (0.001 الى0.0509) وتستمر قيم *Z بالتزايد بزيـادة درجـة القبول ولكن مقدار الزيادة بين قيمة واخرى يتناقص عند درجات القبـول العاليـة (Mu>0.5000) , وهـذا الـسلوك لقـيم دالـة الهـدف ينطبـق علـى جميـع قـيم العامـل المضبب ($2 \le \alpha \le 40$) ولكن مقدار الزيادة في قيم *Z يختلف عند كل عامـل مضبب , وهذا ما نشاهده في الشكل (3 -2) حيث العلاقة بـين Mu, α , *Z وهو مهم جدا بالنسبة الى صانع القرار لايجاد قيم الربح عند اية قيمة من قيم العامل المضبب ودرجات القبول , نلاحظ ان قيم *Z المثلى لاتعتمـد عامـل المـضبب ودرجة القبول بشكل خطي بمعنى اخر ان العلاقة بين الـربح والعامـل المـضبب ودرجات القبول هي علاقة غير خطية .



الشكل (3-2)
قيم*Z بالملايين مع درجات القبول وعامل المضبب المختلفة عندما(جميع معاملات النموذج مضببة)

4 - الاستنتاجات

1- اظهرت الدراسة النظرية لاشكال دوال الانتماء (الخطية وغير الخطية) تميز دالة انتماء منحني- S المعدلة بأستخدام العامل المضبب (α) في بناء او تشكيل دوال الانتماء للمعاملات المضببة عند حل نماذج البرمجة الخطية نظرا لما تمتاز به هذه الدالة من مرونة عالية في وصف عدم التأكد في المعاملات المضببة لمشكلة تحديد المزيج الانتاجي الافضل , حيث تعطي هذه الدالة لصانعي القرار مجموعة افضل القيم لدالة الهدف (عدد القرارات الممكن اتخاذها) مساوية الى عدد قيم العامل المضبب مضروبة في عدد مستويات درجة القبول وعلى هذا الاساس هناك فرصة لصانعي القرارات واتخاذ قراراتهم على اساس الدرجة المضببة في معاملات النموذج المدروس ومستوى القبول .

2- عدم وضوح ملامح قيمة العامل المضبب في معاملات نموذج البرمجة الخطية لتحديد المزيج الانتاجي الافضل في الشركة العامة للزيوت النباتية من قبل صانعي القرار والمتمثلة بما ياتي :

أ – كمية المواد الاولية التي يمكن الحصول عليها لعدم قيام المجهزين بأيصال المواد الاولية نظرا لحوادث الطرق الحدودية (العامل المضبب للموارد المتاحة) .

ب – اسعار بيع منتجات الشركة لارتفاع كلفة المواد الاولية خصوصا المستوردة بسبب ارتفاع اسعار النفط عالميا (العامل المضبب لمعاملات دالة الهدف)

ج – الكميات المستخدمة من الموارد المتاحة في انتاج كل منتوج لتحسين نوعية المنتوج في ظل ظروف المنافسة الشديدة من قبل المنتجات المستوردة (العامل المضبب لمعاملات القيود) .

3- من جدول (3-1) نستنتج ما ياتي :

أ - وجود علاقة طردية بين درجة القبول (Mu) وقيم دالة الهدف المثلى(Z^*) حيث تزداد قيمة Z^* تدريجياعند زيادة درجة القبول ($0.0010 \leq Mu \leq 0.9999$) بزيادة مقدارها (0.049) الى ان تصل الى اعلى قيمة لدالة الهدف (اعلى ربح تحققه الشركة) عند اعلى درجة قبول لدالة الانتماء (4394.1) .

ب – استقرار قيم القرارات المتغيرة (الكميات المنتجة من كل منتوج بالطن) وقيمة دالة الهدف (الربح المتحقق للشركة) عند نقطة الانقلاب (0.5) بينما تزداد قيم دالة الهدف بمقدار كبير عند درجات القبول اقل من(0.3) واكبر من (0.7) .

4- من الجدول (3-2) نستنتج مايلي :

أ – ان هناك (840) قرارا يمكن لصانعي القرار اختيار اي منها للتنفيذ عند استخدام اسلوب البرمجة الخطية المضببة بدالة انتماء منحني – s المعدلة لحل نموذج البرمجة الخطية المضببة لتحديد المزيج الانتاجي الافضل للشركة العامة للزيوت النباتية عند مختلف درجات القبول ($0.0010 \leq Mu \leq 0.9999$) ولكل مستوى من العامل المضبب($1 \leq \alpha \leq 40$) حيث تعطي جميعها افضل القيم لدالة الهدف (افضل ربح يمكن للشركة الحصول عليه) عند مستوى معين للعامل المضبب وبدرجة قبول معينة ((تم عرض (420) قرارا للاختصار فقط وتم اختيار $2 \leq \alpha \leq 40$ بزيادة مقدارها 2)).

ب – وجود علاقة عكسية بين العامل المضبب وقيمة دالة الهدف حيث تقل قيمة دالة الهدف بنسب معينة عند كل درجة من درجات القبول ($0.0010 \leq Mu \leq 0.9999$) اذ نلاحظ ان اقل قيمة لدالة الهدف تكون عند اعلى مستوى للعامل المضبب($\alpha = 40$) واكبر قيمة لدالة الهدف تكون عند ادنى مستوى للعامل المضبب($\alpha = 2$).

5 – أستخدام النموذج المضبب يكون ذا فعالية اكبر لمتخذ القرار في تحديد الكميات المثلى من استخدام نموذج محدد اذ يؤدي صانع القرار دورا مهما في اتخاذ القرار في ظل ظروف مضببة حيث يقوم بوصف المشكلة المضببة للمحلل واعتمادا على البيانات المزودة من قبل صانع القرار يقوم المحلل بتشكيل دوال الانتماء وحل المشاكل المضببة ومن ثم تزويدها لصانع القرار الذي يقوم بدوره بتزويدها الى المنفذ للتنفيذ حيث توسم العلاقة بالعلاقة الثلاثية بين المحلل وصانع القرار والمنفذ

5 - التوصيات

1 – يوصي الباحث بتحديد العامل المضبب لكل معلمة من معلمات النموذج تحديدا دقيقا اذ يؤدي العامل المضبب دورا كبيرا في عملية صنع القرار .

2- في هذا البحث تم استخدام دالة هدف واحدة الا انه يمكن تطبيق اسلوب البرمجة الخطية المضببة بداله انتماء منحني –S المعدلة في المشاكل التي لها اكثر من هدف واحد .

3- لما تمتاز به دالة انتماء منحني – S المعدلة من مرونة في تعاملها مع المعلمات المضببة يمكن استخدامها في مجالات اخرى من الهندسة الصناعية.

4- ان اسلوب البرمجة الخطية المضببة من الاساليب التي يمكن استخدامها بنجاح في حل مشاكل عدم التأكد لذا يوصي الباحث بضرورة تطبيقها بوصفها اداة تخطيطية كما تساعد على استغلال الموارد المتاحة بشكل كفوء.

5- يمكن تطبيق اسلوب البرمجة الخطية المضببة بدوال انتماء اخرى كدالة انتماء الخطية لنفس المشكلة واجراء مقارنة نتائجها مع نتائج التي تم الحصول عليها من استخدام البرمجة الخطية المضببة بدالة انتماء غير خطية .

المصادر

1- الطائي, فاضلة علي جيجان " **الضبابية في البرمجة الخطية مع تطبيق عملي** ", رسالة ماجستير, كلية الادارة والاقتصاد , جامعةالمستنصرية للعام 2007 .

2 - Nasseri, S.H& Amiri, N.,(2005)**'' Duality in Fuzzy Variable Linear programming''**, Transaction on Engineering, Computing and Technology, V. 6 , PP. 1305-5313 .

3 - Pedrycz, W & Gomide, F.,(1998)**'' An Introduction to Fuzzy Sets-Analysis and Design''**, Prentice-Hall International, New York .

4 - Vasant, p.,(2005)**'' Fuzzy production Planning and it Application to decision making ''**, Journal of Intelligent Manufacturing ,V. 17, PP. 5-21.

5 - Zadeh, L.A; Fu, K.S; Tanaka, K & Shimura, M.,(1975) **'' Fuzzy Sets and Applications to Cognitive & Decision Processes''**, Academic Press, New York

6 - Zimmerman, H.J.,(1985)**'' Fuzzy Set Theory and Its Applications''**, Kluwer -Nijhoff Publishing ,Boston .