المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (19) 2011
ص ص [233–248]

استخدام معلومات المجتمع في تقدير معالم أنموذج الانحدار المتعدد بالاعتماد على الانحدار التقسيمي مع التطبيق

محمود محمد طاهر يونس العبادي*

- -

الملخص

تم في هذا البحث استعراض طريقة المربعات الصغرى(Ordinary Least Squares Method) وإعطاء نبذه عن أنموذج الانحدار الخطي المتعدد والانحدار ألتقسيمي(Multiple Liner Regression Model& Regression Quantile) ومن ثم دراسة خصائص المجتمع واستخلاص المعلومات منهـا لإضـافتها إلـى معلومات البيانات للحصول على نموذج انحدار متعدد ذي اقل خطأ مـن النمـوذج الأصلي بعد إضافة معلومات المجتمع باستخدام الانحدار التقسيمي والمقارنة بـين النتائج باستخدام معيار متوسط مربعات الخطأ Mse.

Using Information of population in estimating parameters of multiple regression Models based on Quantile regression with Application

Abstract

Is in this research the ordinary least squares method is reviewed and a brief account on the multiple linear regression model and regression quintile is given and then study the characteristics of the society and extracting information from them to add to the information data to get the multiple regression model which has less error than original after the addition of information of population, using regression quantile and comparison between the results using criterion Mse.

* مدرس مساعد/ قسم الاحصاء والمعلوماتية/كلية علوم الحاسوب والرياضيات
Mahmood81_tahr@yahoo.com

تاريخ التسلم: 31/ 1/ 2011 ـــــ تاريخ القبول : 3/13 /2011

مقدمة

يعرف تحليل الانحدار (Regression Analysis) بشكل عام على انـه مقياس رياضي لمتوسط العلاقة بين متغيرين أو أكثر أحدهما المتغير التابع (متغير الاستجابة) Response variable ومتغير أو متغيرات أخرى تـسمى المتغيـرات التوضيحية explanatory Variables [**الراوي،(1987)]** بدلالة وحدات قيـاس المتغيرات التوضيحية في العلاقة وغالبا ما تسمى العلاقات من هذا النوع بنمـاذج الانحدار

وقد تم في هذا البحث إعادة التقدير لنموذج الانحدار الخطي المتعدد وفـق نظره جديدة تأخذ بنظر الاعتبار مواصفات المجتمع المأخوذة منه العينة بعد معرفة التوزيع للبيانات واستنقاء بعض المعلومات من هذا التوزيع بالاعتماد علـى الدالـة التقسيمية وإضافتها الى معلومات العينة والحصول على نموذج متعدد ذي أقل خطأ من النموذج الأولي المستخدم والذي يعتمد على الانحـدار ألتقـسيمي(**Quantile Regression)** .

وقد اتجه عدد من الباحثين في الآونة الأخيرة إلى استخدام الدالة التقـسيمية (وهـي الدالـة العكـسية للدالـة التراكميـة) وبـالأخص اسـتخدام الانحـدار التقسيمي(**Regression Quantile**) لما يوفره من إمكانية تقـدير قـيم المتغيـر المعتمد بالاعتماد على معلمة القياس(الانحراف المعياري للبيانات) وترتيـب قـيم الأخطاء عن طريق إعطاء رتبة لكل قيمة من قيم الخطاء والحصول على اقل قـيم للأخطاء.

1- الانحدار الخطي البسيط Simple Linear Regression

ينقسـم تحـليـل الانـحدار إلى قسميـن رئيسييـن همـا الانـحدار الخـطي والانـحدار اللاخطـي **(Linear and non-linear regression)** وفي هذا البحث سوف نأخذ القسم الأول (الانحدار الخطي).

يختص الانـحدار الخـطي بدراسة العلاقة بين المتغيـرات علـى هيئـة نموذج ، فقد يحتوي النموذج على متغير توضيحي واحد فيسمى في هـذه الحالـة

بنموذج الانحدار الخطـي البـسيط **(Simple Liner Regression Model)**
ويكتب بالصيغة الآتية:[**الراوي،(1987)]** و **[Samprit & Ali ,(2006)]**

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon_i \qquad ....(1)$$

حيث أن :

Y_i : المتغير التابع

X : المتغير التوضيحي

β_0 , β_1 : ثوابت وهي معلمات نموذج الانحدار

ε_i : الخطأ العشوائي

أما في حالة كون النموذج يحتوي على متغيرات توضيحية عدة فانه يسمى بنموذج الانحدار الخطي المتعـدد **(Multiple Liner Regression Model)** ويكتب بالصيغة ألرياضيه الاتية:**[David,(2009)]**

$$\underline{Y} = X\underline{\beta} + \underline{U} \qquad ....(2)$$

حيث أن

$\underline{Y}$: متجه متغير الاستجابة

X : مصفوفة المتغيرات التوضيحية

$\underline{\beta}$: متجه ثوابت وهي معلمات الانحدار

$\underline{U}$: متجه الخطأ العشوائي

ولإيجاد قيم $\hat{y}$ التقديرية نتبع الصيغة الاتي:**[David A,(2009)]**

$$\underline{\hat{y}} = x\underline{\hat{\beta}} \qquad ....(3)$$

2- طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية Ordinary Least Square Method (OLS)

إن طريقة المربعات الصغرى تتميز بأنها تختـار أحـسن نمـوذج مطـابق للبيانات بحيث تجعل مجموع مربعات الخطأ أقل ما يمكـن [**الـراوي،(1987)]** و**[كاظم،ومسلم،(2002)]** أي :

$$\min \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \qquad ....(4)$$

ولا يجاد تقدير معالم النموذج الخطي المشار إليه في المعادلة(2)باستخدام (OLS) نتبع ما ياتي [**الراوي،(1987)**] و[**Samprit & Ali ,(2006)**] :

$$\underline{Y} = X\underline{\beta} + \underline{U}$$

$$\underline{U} = \underline{Y} - X\underline{\beta}$$

$$\underline{U}'\underline{U} = (\underline{Y} - X\hat{\underline{\beta}})'(\underline{Y} - X\hat{\underline{\beta}})$$

$$\frac{\partial \underline{U}'\underline{U}}{\partial \underline{\beta}} = \frac{\partial}{\partial \underline{\beta}}[(\underline{Y} - X\hat{\underline{\beta}})'(\underline{Y} - X\hat{\underline{\beta}})] = 0 \qquad ....(5)$$

وبأخذ مشتقة معادلة(5) بالنسبة $\underline{\beta}$ ومساواتها بالصفر فإننا نحصل على

$$-2X'\underline{Y} + 2(X'X)\hat{\underline{\beta}} = 0$$

وبهذا فان معادلة المربعات الصغرى الاعتيادية لهذه الحالة تعطى بالشكل الأتي :

$$(X'X)\hat{\underline{\beta}} = (X'\underline{Y})$$

وبضرب كلا الطرفين في $(X'X)^{-1}$ فان مقدرات المربعات الصغرى الاعتيادية يعطى بالشكل الاتي:[**Sanford,(2005)**] و [**David et al,(2003)**]

$$\hat{\underline{\beta}}_{ols} = (X'X)^{-1} X'\underline{Y} \qquad ....(6)$$

حيث أن $(X'X)$ مصفوفة سعتها (m+1)(m+1) متماثلة ، عناصرها القطرية تمثل مجموع مربعات العناصر في أعمدة المصفوفة X ، بينما العناصر الأخرى تمثل مجموع حاصل الضرب المتعامدة.

3- الدالة التقسيمية والانحدار التقسيمي

The quantile function & quantile regression

إن الكثير من دارسي علم الإحصاء يمر بالاطلاع على مصطلح الدالة التقسيمية **The quantile function** اذ إنها لم تأخذ حقها حتى في البحوث الإحصائية لذا في هذا البحث تم استعراض مفهوم الدالة التقسيمية واصل هذه الدالة وبالأخص لمفهوم الانحدار التقسيمي **Quantile Regression** بعد تقدير قيم

المتغير المعتمد بالاعتماد على دالة الانحدار التقسيمي والحصول على أقـل قيمـة خطأ بالمقارنة مع الطريقة التقليدية المعتمدة فقط على طريقة المربعات الصغرى .

3-1 دالة التوزيع المتجمع (التراكمي)

The cumulative distribution function (CDF)

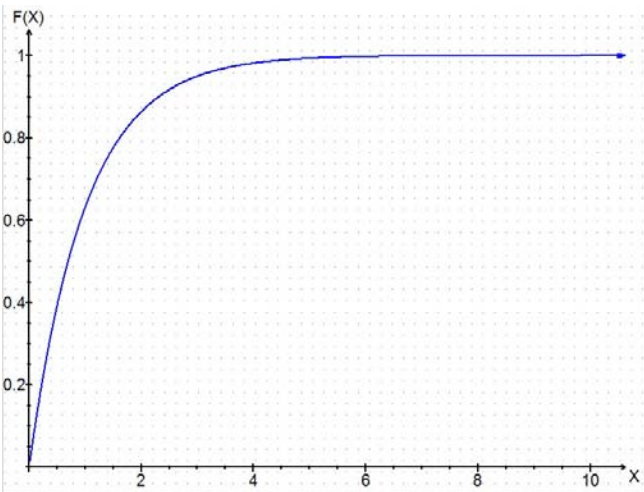
تعرف ***F(x)*** بأنها احتمال أن يكون المتغير x اقل من أو مساويا لقيمة معطاة x ونستعمل حرفا كبيرا بالانكليزية ليرمز للمتغير العشوائي و حرفا صغيرا للقيم المحددة وهكذا: **[Michael,(2005)]**

$$F(x) = p\ (X \leq x)$$

أي أن

$$F(x) = p$$

اذ تدل قيمة F(x) على الاحتمال المتراكم p والرسم الاتي يوضح شكل دالة التوزيع المتراكم للمجتمع: **[Jean & Subhabrata,(2003)]**



الشكل (1) دالة التوزيع المتجمع $F(x)$

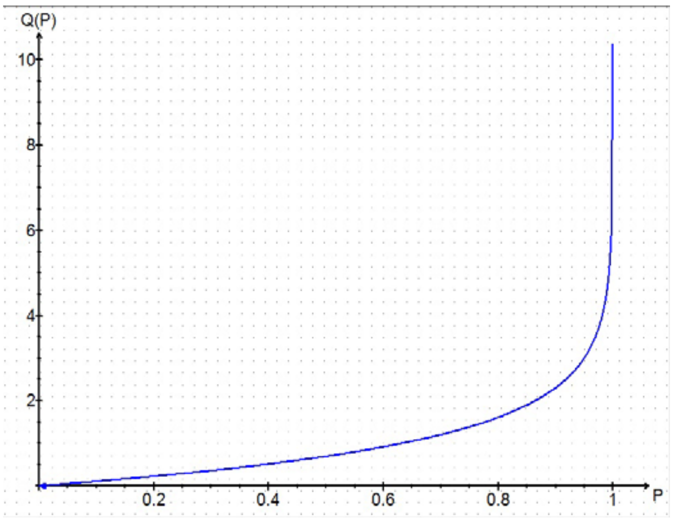
نرى في الشكل (1) شكلا نموذجيا لدالة من هذا النوع. يتوجب أن تبدأ الدالة باحتمال قيمته صفر عند النهاية اليسرى للمحور وان تنتهي لاحتمال قيمته واحد (مؤكد) إلى اليمين.

3-2 الدالة التقسيمية The quantile function (QF)

ويرمز إليها $Q(p)$ وهي إحدى الطرائق الحديثة المستخدمة في الإحصاء ولتعريف التوزيع اصطلاحيا لدينا:

$x_p=$ قيمة x عند احتمال $p=p(X\leq x_p)$

نسمي x_p (p-quantile) القيمة التقسيمية للاحتمال المتراكم للمجتمع. لدينا الدالة $x_p = Q(p)$ تبين أن p-quantile هي دالة لـ P ونطلق عليها الدالة التقسيمية. والشكل أدناه يوضح رسم الدالة الكمية:[Jean & Subhabrata ,(2003)]



الشكل (2) الدالة الكمية QF

لذلك فان هاتين الدالتين تعاكسان بعضهما البعض، بشرط أن تكونا كلتاهما دوال متزايدة متصلة, لهذا يمكن أن نقول:

$$Q(p) = F^{-1}(p) \quad \text{و} \quad F(x) = Q^{-1}(x)$$

3-3 الانحدار ألتقسيمي Quantile Regression

إن الصيغة (2) هي مثال بسيط على نموذج الانحدار الخطي المتعدد **(Multiple Linear Regression Model)** الذي تنحدر فيه قيمة y في مقابل قيم x .

والهدف من نموذج الانحدار القائم على طريقة المربعات الصغرى هو إيجاد اقل قيمة لمربعات الأخطاء[(1998), Alexander and Christof] ،وفي أيامنا هذه تطورت رياضيات التفاضل والتكامل وأصبح من السهولة إيجاد

$$C = \min \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$$

ولإيجاد حل لمسألتنا أعلاه بعملية اشتقاق الدالة C بدلالة β ثم بمساواتها بالصفر وإيجاد تقديرات لمعالم النموذج الانحدار الخطي البسيط والمتعدد [Samprit and Ali ,(2006)]و[Warren ,(2000)] .

بدلا من نموذج الانحدار الوارد في (2) سوف نستخدم النموذج الاتي

$$\underline{Q}_y(p/x) = x\underline{\beta} + \eta\underline{S}(p) \qquad ....(7)$$

يمكن أن نطلق على النموذج الوارد في (7) تسمية الدالة الربيعية الانحدارية regression quantile function (دالة الانحدار الربيعي) لـ y على x وتسمى أحيانا الدالة الربيعية الشرطية.

نلاحظ أن الصيغة (7) تبين عنصري الأنموذج كلاهما المحدد x والخطأ $\underline{S}(p)$ مع معالمهما. حيث توفر لنا هذه الطريقة أمكانية أن نقدر معالم الانحدار فضلا عن المعالم التوزيعية في عملية واحدة فيصبح الأنموذج لدينا بالشكل الاتي[Warren ,(2000)]

$$\underline{Q}_y(p/x) = X\underline{\beta} + \sigma\underline{N}(p)$$

بالرجوع إلى الصيغة (3) نستطيع إيجاد القيم $\hat{y}$ التقديرية ومن ثم إيجاد قيمة الأخطاء عن طريق الصيغة الاتية:[David ,(2009)]

$$\underline{e} = \underline{y} - x\underline{\hat{\beta}}$$

$$\underline{e} = \underline{y} - \underline{\hat{y}} \qquad ....(8)$$

بعد ذلك نقوم بترتيب الأخطاء تنازليا باستخدام فكرة الرتبة rank وهو الرقم الذي يعطى لأي قيمة ضمن المجموعة المرتبة من الأصغر إلى الأكبر أو بالعكس[Warren ,(2000)] ،ثم إيجاد قيمة الاحتمال لكل رتبة باستخدام معكوس دالة بيتا بالشكل الاتي:

$$p^{*} = BETAINV(0.5, n+1-r_i, r_i) \quad ....(9)$$

ومن ثم نقوم بتحويل القيم الاحتمالية للأخطاء الواردة في(9) إلى دالة توزيع الطبيعي القياسي باستخدام الصيغة الاتية

$$N(p_i^{*}) = (p_i^{*}, 0, 1) \quad ....(10)$$

ويمكن الحصول على نتائج الصيغ (9)و(10) باستخدام برنامج Excel 2003،أخيرا نحصل على النموذج الاتي: **[Warren ,(2000)]**

$$\underline{\hat{y}}_{M_i} = x\underline{\hat{\beta}} + \hat{\sigma}\underline{N}(p_i^{*}) \quad ....(11)$$

حيث أن:

$\underline{\hat{y}}_{M_i}$:متجه القيمة المتوقعة الجديدة للمتغير المعتمد

$x\underline{\beta}$:حاصل ضرب مصفوفة المتغيرات المستقلة (مصفوفة المعلومات)في متجه المعلمات

$\hat{\sigma}$:يمثل الانحراف المعياري للبيانات الأصلية(معلمة القياس)

$\underline{N}(p_i^{*})$: يمثل متجه الدالة التقسيمية للتوزيع الطبيعي القياسي للأخطاء

بعد الحصول على المعادلة (11) نحسب قيم الأخطاء الجديدة بالاعتماد على المعادلة (8) ونرمز لها ب($\underline{e}^{*}$).

$$\underline{e}^{*} = \underline{y} - \underline{\hat{y}}_{M_i} \quad .... (12)$$

4 - قيمة متوسط مربع الخطأ: Mean Square Error

هو مقياس للدقة يحسب بتربيع الخطأ لكل مشاهدة في مجموعة البيانات ، ومن ثم إيجاد المعدل أو متوسط القيمة لمجموع هذه المربعات ، وهو يعطي وزناً كبيراً للأخطاء الكبيرة مقارنة بالأخطاء الصغيرة ، وذلك لان الأخطاء تربع قبل اخذ مجموعها ويمكن توضيح هذا المعيار كما يأتي **[David,(2009)]**

$$MSE = \hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} e^2{}_i}{n-p-1}$$

وباستخدام المصفوفات:**[Samprit and Ali,(2006)]**

$$MSE = \hat{\sigma}^2 = \frac{e'e}{n-m-1} \qquad ....(13)$$

$$e'e = y'y - \hat{\beta}x'y$$

$y'y$: يمثل حاصل ضرب متجه قيم المتغير التابع

$\hat{\beta}$:يمثل متجه معلمات الانحدار

$x'\ y$: يمثل حاصل ضرب مصفوفة قيم المتغيرات المستقلة في متجه قيم المتغير التابع

n : عدد المشاهدات

m :عدد المتغيرات المستقلة

4- الجانب التطبيقي

تناول الجانب التطبيقي تحليل التجربة باستخدام الانحدار الخطـي المتعـدد فضلا عن ذلك حلات التجربة باستخدام الانحدار الخطي المتعدد التقسيمي والمقارن بين نتائج التحليلين بالاعتماد على قيمـة Mse باسـتخدام برنـامج Excel 2007 وبرنامج Minitab15 وإضافة النتائج في ملحق نهاية البحث

مصادر البيانات

تم الحصول على بيانات التجربة من كلية الزراعـة والغابـات - جامعـة الموصل - قسم المحاصيل الحقلية ، حيث أقيمت التجربة في عـام 2008 وهـي عبارة عن دراسة تأثير أربعة عوامل في محصول زهرة عباد الـشمس والعوامـل مبينة بالشكل الاتي

العامل الأول:يمثل نسبة اللب في البذور

العامل الثاني:يمثل نسبة الإخصاب

العامل الثالث:وزن 100 بذرة

العامل الرابع:عدد البذور في القرص

وبيانات هذه التجربة مبينة في الجدول(1)

الجدول (1)

يمثل تأثير أربعة عوامل على حاصل زهرة عباد الشمس

Y_i	X_1	X_2	X_3	X_4
2.21	**58**	**85**	**59**	**891**
2.92	**56**	**88**	**71**	**1018**
2.8	**54**	**87**	**66**	**1042**
2.81	**60**	**87**	**63**	**918**
3.43	**59**	**87**	**84**	**983**
3.3	**57**	**88**	**78**	**998**
1.95	**57**	**82**	**61**	**845**
2.73	**55**	**84**	**70**	**914**
2.58	**52**	**85**	**70**	**937**

الجدول من أعداد الباحث

أ-تحليل التجربة بالاعتماد على الصيغ (6)

$$\underline{\hat{\beta}}_{ols} = (X'X)^{-1}X'\underline{Y}$$

$$\underline{\hat{\beta}} = \begin{bmatrix} 9 & 508 & 773 & 622 & 8546 \\ 508 & 28724 & 43639 & 35111 & 482076 \\ 773 & 43639 & 66425 & 53490 & 734895 \\ 622 & 35111 & 53490 & 62681 & 592984 \\ 8546 & 482076 & 734895 & 592984 & 8148376 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 24.73 \\ 1397.43 \\ 2130.21 \\ 1735.71 \\ 23664.37 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9.67 \\ 0.0161 \\ 0.101 \\ 0.0365 \\ 0.00032 \end{bmatrix}$$

نجد قيم $\hat{y}$ التقديرية بالاعتماد على الصيغة (3) وكما يلي

$$\underline{\hat{y}} = \begin{bmatrix} 2.28742 \\ 3.03686 \\ 2.72884 \\ 2.67626 \\ 3.44746 \\ 3.30206 \\ 2.0266 \\ 2.54698 \\ 2.60704 \end{bmatrix}$$

بعد حساب قيم $\hat{y}$ التقديرية، نحسب قيمة متوسط مربع الخطأ Mean Square Error بالاعتماد على الصيغة الواردة في (13)

$$MSE = 0.02061$$

ب-نقوم بحساب قيم $\hat{y}$ التقديرية بالاعتماد على الانحدار التقسيمي

نحسب قيمة الخطأ بالاعتماد على المعادلة الواردة في (12)

$$\underline{e} = \begin{bmatrix} -0.07742 \\ -0.11686 \\ 0.07116 \\ 0.13374 \\ -0.01746 \\ -0.00206 \\ -0.0766 \\ 0.18302 \\ -0.02704 \end{bmatrix}$$

بعد ترتيب قيم الأخطاء نستخدم الصيغة الواردة في (9)لإيجاد p^*

$$p^* = \begin{bmatrix} 0.17961955 \\ 0.07412529 \\ 0.71376324 \\ 0.82038045 \\ 0.50000000 \\ 0.60691524 \\ 0.28623676 \\ 0.92587471 \\ 0.39308476 \end{bmatrix}$$

باستخدام الصيغة الواردة في (10) نجد قيم $N(P^*)$

$$N(P^*) = \begin{bmatrix} -0.91681583 \\ -1.445738733 \\ 0.564412252 \\ 0.91681583 \\ 5.47142E-10 \\ 0.271288163 \\ -0.564412252 \\ 1.445738733 \\ -0.271288163 \end{bmatrix}$$

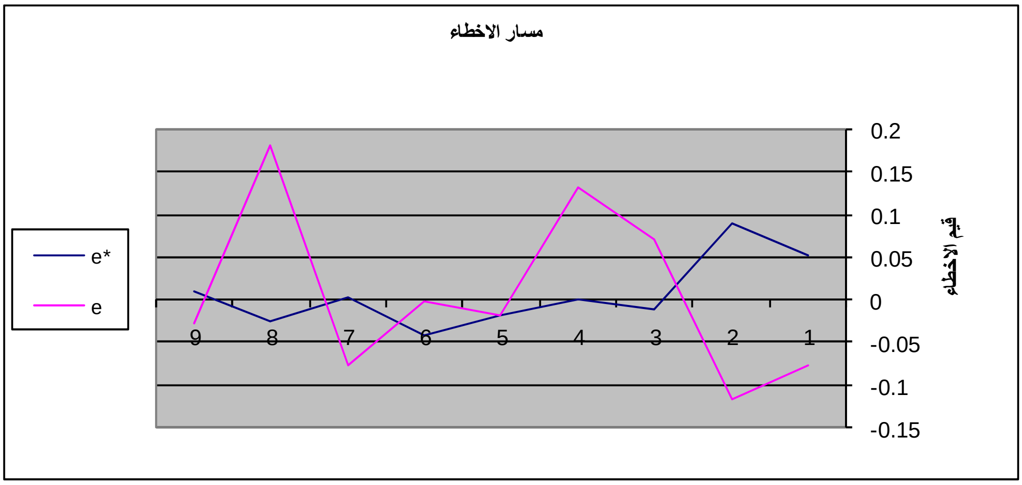
باستخدام الصيغة الواردة في (11) نقوم بحساب قيمة $\hat{y}$ الجديدة بالاعتمـاد علـى نموذج الانحدار التقسيمي

$$\underline{\hat{y}}_{M_I} = \begin{bmatrix} 2.28742 \\ 3.03686 \\ 2.72884 \\ 2.67626 \\ 3.44746 \\ 3.30206 \\ 2.0266 \\ 2.54698 \\ 2.60704 \end{bmatrix} + 0.1435618334 \begin{bmatrix} -0.916815934 \\ -1.445738435 \\ 0.564412365 \\ 0.916815934 \\ -1.39214E-16 \\ 0.271288008 \\ -0.564412365 \\ 1.445738435 \\ -0.271288008 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,155800224 \\ 2,82930714 \\ 2,809868074 \\ 2,807879776 \\ 3,44746 \\ 3,341006604 \\ 1,945571926 \\ 2,75453286 \\ 2,568093396 \end{bmatrix}$$

بعد حساب قيم $\hat{y}$ الجديدة، نحسب قيمة متوسط مربـع الخطـأ Mean Square Errorبالاعتماد على الصيغة الواردة في (13) بعد تعويض قيم $\hat{y}$ الجديدة

$$MSE = 0.00308$$

والشكل أدناه يوضح مقارنة بين قيم الأخطاء في كلا الحالتين



الشكل (3) مسار قيم الأخطاء

نلاحظ من الشكل (3) أن قيم الأخطاء e^* المعتمدة في حـسابها علـى نمـوذج الانحدار التقسيمي قد قل بشكل كبير عن قـيم الأخطـاء e المحـسوبة بالطريقـة التقليدية،وان قيم e^* أخذت مابين 0.04-و 0.09 بينمـا قـيم e مـابين 0.11- و 0.18 اذ نلاحظ وجود فرق كبير مابين قيم الأخطاء وهذا ما أوضحناه من خـلال حساب قيمة أل MSe لكلا الحالتين.

5-الاستنتاجات والتوصيات

1-نلاحظ بان استخدام الانحدار التقسيمي أدى إلى تقليل متوسط مربعـات الخطـأ حيث كانت قيمة متوسط مربعات الخطأ باستخدام الطريقة التقليديـة يـساوي (0.02061) بينما باستخدام الانحدار التقسيمي كانت القيمة (0.00308)

2-إن استخدام الانحدار التقسمي أعطى قيم للمتغيـر المعتمـد اقـرب إلـى قـيم المشاهدات الأصلية

3-نوصي باستخدام الانحدار التقسيمي لما له من إمكانية تقليل الخطأ وإعطاء قـيم متوقعة اقرب إلى القيم المشاهدة

6-المصادر

1- الراوي ، خاشع محمود (1987) "المدخل إلى تحليـل الانحـدار " ، جامعـة الموصل
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي ، العراق .

2- كاظم، أموري هادي ومسلم، باسم شليبة (2002) "القياس الاقتصادي المتقدم النظرية والتطبيق"، مطبعة دنيا الأمل، بغداد، العراق.

1-Alexander von Eye & Christof Schuster,(1998), "Regression Analysis for Social Sciences ",Academic Press.

2- David A. Freedman,(2009)," Statistical Models Theory and Practice", Cambridge, New York.

3-David Ruppert &M. P. Wand & R. J. Carroll,(2003)," Semiparametric Regression ",Cambridge, New York.

4-Jean Dickinson Gibbons & Subhabrata Chakraborti, (2003), "Nonparametric Statistical Inference" Fourth Edition, Marcel Dekker, INC, New York.

5- Michael W. Trosset,(2005),"An Introduction to Statistical Inference and Its Applications ",Chapman & Hall/CRC Texts in Statistical Science.

6-Samprit Chatterjee & Ali S.Hadi,(2006)," Regression Analysis by Example ",Fourth Edition , John Wiley & Sons.

7- Sanford Weisberg,(2005)," Applied Linear Regression ",Third Edition, John Wiley & Sons.

8-Warren G,(2000),"Statistical Modelling with Quantile Functions",Chapman& Hall/CRT.

الملحق(2)

تحليل بيانات التجربة الأصلية باستخدام برنامج أل Minitab 15

Regression Analysis: Yi versus X1; X2; X3; X4

The regression equation is
Yi = - 9.67 + 0.0161 X1 + 0.101 X2 + 0.0365 X3 + 0.00032 X4

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	-9.670	3.142	-3.08	0.037
X1	0.01608	0.03100	0.52	0.631
X2	0.10114	0.06913	1.46	0.217
X3	0.036504	0.007781	4.69	0.009
X4	0.000317	0.002307	0.14	0.897

S = 0.143573   R-Sq = 95.3%   R-Sq(adj) = 90.6%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	4	1.67830	0.41958	20.35	0.006
Residual Error	4	0.08245	0.02061		
Total	8	1.76076			

Source	DF	Seq SS
X1	1	0.04839
X2	1	1.11256
X3	1	0.51696
X4	1	0.00039