المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (19) 2011
ص ص [21– 54]

التشخيص المتعاقب في النظم الحركية الخطية التصادفية :دراسة محاكاة

ظافر رمضان مطر* هيام عبد المجيد حياوي**

الملخص:

تم في هذا البحث التعامل مع مشكلة التشخيص المتعاقب للأنظمة الحركية الخطية التصادفية، أي التشخيص على الخط On-Line ، اذ تم عرض أهم الخوارزميات في مجال التشخيص للأنظمة التي تتغير ديناميكيتها مع الزمن، واستخدمت طريقة المربعات الصغرى التعاقبية مع منهجين شائعين في تقدير معلمات النماذج، هما أسلوب عامل التغاضي، وأسلوب مرشح كالمن بالتطبيق على النماذج الحركية الخطية بنوعيها:نماذج خطأ المعادلة، وهي نموذج الانحدار الذاتي مع مدخلات إضافية ARX، ونموذج الانحدار الذاتي و المتوسطات المتحركة مع مدخلات إضافية ARMAX، وقد طبقت نماذج خطأ المخرجات، وهي نموذج خطأ المخرجات OE ونموذج بوكس-جنكنز BJ التي تم الحصول عليها باستخدام الآلية المقترحة في التشخيص خارج الخط .لقد تم التطبيق من خلال نهج المحاكاة ودراسة حالة اذ تم الحصول على نماذج حركية خطية دقيقة تستقر معلماتها مع الزمن فضلا عن تحقق الشروط الإحصائية من حيث عشوائية الأخطاء وعدم وجود ارتباط تقاطعي معنوي بين المدخلات وبواقي المخرجات.

The Recursive Identification of Stochastic Linear Dynamical Systems Simulation Study

Thafer Ramathan Muttar Heyam Abed Al-mageed Hayawi

Abstract

This Paper deals with the recursive identification problem of stochastic linear dynamical systems , Important Algorithms are explained in the identification system domains that are time-varying, and using a recursive Least Square method with a famous approach to estimate the model parameter, that a forgetting factor, and a Kalman filter approach with different values for a best linear dynamic models, that are identified from

---

* أستاذ/قسم الإحصاء والمعلوماتية / كلية علوم الحاسوب والرياضيات /جامعة الموصل/ العراق
** مدرس/قسم الإحصاء والمعلوماتية / كلية علوم الحاسوب والرياضيات /جامعة الموصل/ العراق

تاريخ التسلم : 20 / 12 /2010 ـــــ تاريخ القبول : 14/ 3 /2011

the two type of stochastic linear dynamic systems: that the equation error models which contain ARX models and ARMAX models. Output error models which consist of OE and Box-Jenkins models, that are reached by using the suggested instrument in Off-Line Identification, where the exact Linear models reached their parameter stable with Time, Moreover, the Statistic terms are verified from a point of random errors and insignificant cross-correlation between inputs and outputs residual.

1 . مقدمه:- Introduction

في العديد من الحالات يكون من الضروري تقدير النموذج على الخـط on-line بنفس الوقت الذي يتم فيه استلام او استقبال بيانات المـدخلات-المخرجـات، حيث تكون هنالك حاجة للنموذج لاتخاذ بعض القرارات علـى الخـط كمـا فـي السيطرة المكيفة Adaptive Control أو الترشيح المكيف Adaptive Filtering أو التنبؤ المكيف Adaptive Prediction ،وانه من الضروري في بعض الأزمنة فحص الاختلاف في خصائص النظم (أو الإشارات) خلال جمـع البيانـات حيـث تستخدم تعابير مثل التـشخيص المتعاقـب Recursive Identification وتقـدير المعلمات المكيـف Adaptive Parameter Estimation والتقـدير المتتـالي Sequential Estimation وخوارزميات على الخـط On-Line Algorithms ،في طرق التشخيص المتعاقب (أو ما يعرف على الخـط) ويـتم حـساب تقـدير المعلمات تعاقبيا مع الزمن وهذا يعني أن مقدرات $\hat{\theta}(t-1)$ إذا وجِدت فإنها تعتمـد على البيانات لغاية الزمن (t-1) ، $\hat{\theta}(t)$ بإجراء بعض التعـديلات البـسيطة لـ ـ $\hat{\theta}(t-1)$ ،إن المقابل لطرائق على الخط هو خارج الخط أو مـا يـسمى بطرائـق المجموعة أو الدفعة Batch والتي تستخدم فيهـا كـل البيانـات المـسجلة آنيـا Simultaneously لتقـ ـ ـ دير المعلمـ ـ ـات (S derstr m& Stoica ,1989)،(Ljung,2002).

2. أهمية التشخيص المتعاقب: Importance of Recursive Identification

إن امتلاك نموذج على الخط في حالة عمل النظام يعتبر في العديد من الحالات أمرا ضروريا أو مفيدا ،و يجب أن يعتمد هذا النموذج عند ذلك على المشاهدات حتى الزمن الحالي ،وان الحاجة الى مثل هذا النموذج على الخط تنشأ مادام النموذج مطلوبا لاتخاذ عدد من القرارات حول النظام ، وهذا يمكن أن يتحقق من خلال :- (Ljung,1999).

1. أي يجب تطبيق المدخلات عند لحظة المعاينة القادمة.
2. كيف يمكن ضبط أو تعديل معلمات المرشح الملائم.
3. ما هي أفضل التنبؤات للمخرجات القليلة القادمة.
4. هل يمكن أن يحدث فشل وإذا حدث فمن أي نوع ؟

إن الحسابات على الخط للنموذج يجب أن تجرى بطريقة ما بحيث أن تقديم القياسات من عينة واحدة يكتمل من دون شك خلال فترة معاينة واحدة،وبخلاف ذلك فان بناء النموذج لن يجاري تدفق المعلومات.

إن أساليب التشخيص التي تستجيب لهذه المتطلبات يطلق عليها طرائق التشخيص المتعاقب Recursive Identification Methods وان قياسات بيانات المدخلات-المخرجات تقدم تعاقبيا كلما أصبح ذلك متاحا.إن التعبيرات الأخرى الشائعة لاستخدام مثل هذه الأساليب هي التشخيص على الخط أو تشخيص الزمن الحقيقي ،وتستخدم الطرائق التعاقبية في النظم المكيفة لسببين مهمين هما:-

أ) أن البيانات يمكن جمعها من النظام والتقدم حتى يتم الوصول إلى درجة كافية لدقة النموذج.

ب) إن خوارزميات التعاقب تصبح البديل المناسب تماما لتقدير المعلمات في حالات خارج الخط.

3. أساليب التشخيص على الخط (خوارزميات التعاقب):-

Approaches of On-Line Identification(Recursive Algorithms)

تعتمد خوارزميات تشخيص النظم الحركية الخطية على طريقة المربعات الصغرى أو المربعات الصغرى التكرارية ، حيث تعمل هذه الطرائق على مجموعة البيانات بأكملها وحساباتها تزداد تعقيداً بشكل خطي مع عدد بيانات العينات ، لذلك تكون غير مناسبة للتطبيق على الخط لان النموذج الجديد يعرفْ ضمن كل لحظة معاينة من خلال استغلال المعلومات المحتواة في عينة البيانات الجديدة ،بعبارة أخرى إن عينات البيانات الأخيرة تؤخذ في الحسبان لغرض التشخيص وهذا ضمان أن مقدر المربعات الصغرى ينفذ ضمن فترة معاينة واحدة .ويمكن ملاحظة انه إذا استخدمت كل البيانات للتشخيص فلا يمكن تطبيق واحدة من هذه الطرائق على الخط حيث انه عند بعض النقاط يتجاوز زمن الحساب زمن المعاينة.إن خوارزميات التعاقب تحسب المعلمات الجديدة عند الزمن k بالاعتماد على المعلمات عند لحظة أو فترة معاينة سابقة عند الزمن (k-1) والمعلومات الجديدة القادمة وكذلك تتطلب الحسابات ثابت يلاءم التشخيص على الخط، وفيما ياتي عرض موجز لبعض خوارزميات التعاقب:-(Nelles , 2001)

1. طريقـة المربعـات الـصغرى التعاقبيـة Recursive Least-Square Method (RLSM) عندما يكون المطلوب تنفيذ طريقة المربعات الصغرى على الخط في الزمن الحقيقي تظهر الحاجة إلى تطوير خوارزمية جديدة لها القدرة على التعمق في الحسابات مع عدد العينات التي يتم جمعها ، وهي صيغة التعاقـب لطريقة المربعات الصغرى والتي تعرف RLS ليتم من خلالها التحـديث الجديـد لمتجه المعلمات المقدرة $\hat{\theta}$ لكل زمن تأتي فيه بيانات جديدة وتتطلب هذه الطريقـة زمن حساب ثابت لكل معلمة محدثة لذلك فهي مناسبة للاستخدام في تطبيقات الزمن الحقيقي وتعرف خوارزمية المربعات الصغرى بخواصـها المثالـى، فعنـد تغيـر المعلمات مع الزمن من المفروض تعقب معلمات الزمن المتغير وقد عـرف هـذه الحالة (Ljung and Soderstrom).

إن الفكرة الأساسية لخوارزمية المربعات الصغرى التعاقبية هو حساب تقدير جديد للمعلمة $\hat{\theta}(t)$ عند لحظة زمنية t من خلال إضافة متجـه تـصحيح لتقـدير المعلمات السابقة $\hat{\theta}(t-1)$ عند اللحظة الزمنية $t-1$ ويعتمد متجه التصحيح علـى القياســات الجديــدة القادمــة مــن المــدخلات (المنحدرات)Regressor $\varphi(t)=(\varphi_1(t),\varphi_2(t),\cdots,\varphi_n(t))^T$ وعمليـة المخرجـات $y(t)$ (Nelles, 2001). وتكون خطوات تكوين خوارزمية المربعات الصغرى التعاقبية بالشكل الآتي:-(S derstr m and Stoica , 1989) و Xin Xn, et al., (2002)

من تعريف تقدير المعلمة لـ $\hat{\theta}$:-

$$\hat{\theta}(t)=\left[\sum_{k=1}^{t}\varphi(k)\,\varphi^T(k)\right]^{-1}\left[\sum_{k=1}^{t}\varphi(k)\,y(k)\right] \qquad \ldots(1)$$

نفرض أن مصفوفة التغاير P(t) تعرف بالصيغة الآتية:-

$$P(t)=\left[\sum_{k=1}^{t}\varphi(k)\,\varphi^T(k)\right]^{-1} \qquad \ldots (2)$$

عليه فان معكوس مصفوفة التغاير يصبح Hinchliffe (2001):-

$$\left.\begin{aligned} P^{-1}(t) &= \sum_{k=1}^{t}\varphi(k)\,\varphi^T(k) \\ &= \sum_{k=1}^{t-1}\varphi(k)\,\varphi^T(k)+\varphi(t)\,\varphi^T(t) \\ &= P^{-1}(t-1)+\varphi(t)\,\varphi^T(t) \end{aligned}\right\} \qquad \ldots (3)$$

ومنها فان تقدير متجه المعلمات $\hat{\theta}(t)$ يصبح :-

$$\begin{aligned}\hat{\theta}(t) &= \mathrm{P}(t)\left[\sum_{k=1}^{t}\varphi(k)\,y(k)\right]\\ &= \mathrm{P}(t)\left[\sum_{k=1}^{t-1}\varphi(k)\,y(k)+\varphi(t)\,y(t)\right]\end{aligned} \quad \ldots \quad (4)$$

وعلى افتراض أن لدينا نموذج الانحدار الآتي:-

$$y(t)=\hat{\theta}(t)+e(t) \quad \ldots \quad (5)$$

وان مقدر المعلمة $\hat{\theta}$ (المتوسط) يعرف بالصيغة الآتية :-

$$\begin{aligned}\hat{\theta}(t) &= \frac{1}{t}\sum_{k=1}^{t}y(k)\\ &= \frac{1}{\mathrm{t}}\left[\sum_{k=1}^{t-1}y(k)+y(t)\right]\\ &= \frac{1}{\mathrm{t}}\left[(t-1)\hat{\theta}(t-1)+y(t)\right]\end{aligned} \quad \ldots \quad (6)$$

وبالرجوع إلى تقـدير المعلمة $\hat{\theta}(t)$ في المعادلة (4) وبالتشـبيه مع الـمعادلة (6) فان :-

$$\hat{\theta}(t)=\mathrm{P}(t)\left[\mathrm{P}^{-1}(t-1)\hat{\theta}(t-1)+\varphi(t)y(t)\right] \quad \ldots \quad (7)$$

وبنفس الوقت ومن معكوس مصفوفة التغاير في المعادلة (3) فان:-

$$\mathrm{P}^{-1}(t-1)=\mathrm{P}^{-1}(t)-\varphi(t)\,\varphi^{T}(t) \quad \ldots \quad (8)$$

عليه يصبح تقدير متجه المعلمة $\hat{\theta}$ في المعادلة (7) كالآتي :-

$$\hat{\theta}(t)=\mathrm{P}(t)\left[\left(\mathrm{P}^{-1}(t)-\varphi(t)\varphi^{T}(t)\right)\hat{\theta}(t-1)+\varphi(t)\,y(t)\right] \quad \ldots \quad (9)$$

وبالتبسيط نحصل على ما يأتي:-

$$\hat{\theta}(t)=\hat{\theta}(t-1)+\mathrm{P}(t)\,\varphi(t)\left[y(t)-\varphi^{T}(t)\,\hat{\theta}(t-1)\right] \qquad \ldots (10)$$

ويمكن وضع المعادلة (10) بالصيغة الآتية:-

$$\hat{\theta}(t)=\hat{\theta}(t-1)+\mathrm{k}(t)\,e(t) \qquad \ldots (11)$$

إذ أن:-

k(t) : هو حد الكسب Gain term ويمثل بالصيغة الآتية:-

$$\mathrm{k}(t)=\mathrm{P}(t)\varphi(t) \qquad \ldots (12)$$

أما خطأ التنبؤ الذي يمـثل الفرق بين القيم المـشاهدة والقـيم المرشـحة فيمثـل بالمعادلة الآتية:-

$$e(t)=y(t)-\varphi^{T}(t)\,\hat{\theta}(t-1) \qquad \ldots (13)$$

وباستخدام معكوس المصفوفة Matrix Inverse والمتمثل بالعلاقة الآتية:-
(Kanjilal, 1995) و (Astr m and Wittenmark ,1995)

$$(\mathrm{A}+\mathrm{BCD})^{-1}=\mathrm{A}^{-1}-\mathrm{A}^{-1}\mathrm{B}\left(\mathrm{C}^{-1}+\mathrm{DA}^{-1}\mathrm{B}\right)^{-1}\mathrm{DA}^{-1} \qquad \ldots (14)$$

ومن خلال المعادلة (3) والتي تمثل معكوس مصفوفة التغاير وبالتشبيه فان :-
$\mathrm{P}^{-1}(t)=\mathrm{A}$, $\mathbf{P}(t-1)=\mathrm{A}^{-1}$, $\varphi(t)=\mathrm{B}$, $\mathrm{I}=\mathrm{C}$, $\varphi^{T}(t)=\mathrm{D}$ عليـه تـصبح مصفوفة التغاير بالصيغة الآتية: -

$$\mathrm{P}(t)=\mathrm{P}(t-1)-\mathrm{P}(t-1)\,\varphi(t)\left[I+\varphi^{T}(t)\,\mathrm{P}(t-1)\,\varphi(t)\right]^{-1}\varphi^{T}(t)\,\mathrm{P}(t-1) \qquad \ldots. (15)$$

وبتعويض قيمة $\mathrm{P}(t)$ في حد الكسب نحصل على :-

$$\mathrm{k}(t)=\mathrm{P}(t-1)\,\varphi(t)\left[I+\varphi^{T}(t)\,\mathrm{P}(t-1)\,\varphi(t)\right]^{-1} \qquad \ldots (16)$$

مما سبق فان الشكل النهائي لطريقة المربعات الـصغرى التعاقبيـة يتمثـل بالمعادلات (11) و(13) فضلا عن حد الكسب k(t) المتمثل بالمعادلة (12) أو ما

يسمى بعامل الربحية وهو عبارة عـن عوامـل موزونـة Weighting Factors توضح مقدار القيمة التي يجب أن تعدل مختلف العناصر لمتجه المعلمات أي كيف يجب أن يجمع التصحيح والتقدير السابق ،أما مصفوفة التغاير P(t) فتفسر التغاير في متجه المعلمات وأنها تكون ذات حـساسية قويـة strong sensitive للخطـأ وتتمثل بالمعادلة الآتية :-

$$P(t) = \left[I - k(t)\varphi(t) \right] P(t-1) \qquad \dots (17)$$

إن خوارزمية المربعات الصغرى التعاقبيـة والمتكـونة مـن مجموعـة المعـادلات (11) ، (13) ، (16) و (17) تحتاج الى قيم أوليـة Initial values لكل من متجه المعلمات $\hat{\theta}(0) = \theta_0$ ومصفوفة التغاير $P(0) = rI$ اذ أن قيمـة θ_0 تكون صغيرة جداً في حين ان قيمة P(0) كبيرة لأنها تؤدي إلى متجهات تـصحيح عالية لذلك يجب أن تكون متقاربة بشكل أسرع علماً أن r تمثـل عـددا صـحيحا موجبا. (Nelles, 2001).

إن تشخيص الزمن الحقيقـي Real-Time Identification يتنـاول بعـض التعديلات في خوارزمية المربعات الصغرى التعاقبية والتي تفيد في تعقب المعلمات التي تتغير مع الزمن time-varying فضلا عن خواص العمليات التي ربما تتغير ببطء مع الزمن ، ويمكن أن تكون خوارزميات التعاقب قادرة على تعقب المعلمات المتغيرة مع الزمن لوصف العمليات من خلال خوارزميـة المربعـات الـصغرى بنهجين شـائعين لتعـديل هـذه الخوارزميـة فـي الـزمن الحقيقـي وهمـا :- (Astr m and Wittenmark, 1997) و (Ljung,1999)

النهج الأول:- عامل التغاضي First Approach: Forgetting Factor

يقصد بالتغاضي الاسي هو إعطاء أهمية نسبية للبيانات الحالية عن البيانات القديمة عند تعقب الاختلافات في ديناميكية العملية عند تقدير المعلمة من البيانـات وهذا يتحقق من خلال السيطرة المكيفة، (Kanjilal,1995) اذ يتم إسقاط البيانـات القديمة والاهتمام بالقياسات الجديدة من خلال تقليل دالة الكلفة وكما ياتي :-

$$\left.\begin{aligned} V_t(\theta) &= \sum_{k=1}^{t} \lambda^{t-k} e^2(k) \\ &= \sum_{k=1}^{t} \lambda^{t-k}\left(y(k)-\varphi^T(k)\theta\right)^2 \end{aligned}\right\} \quad \dots (18)$$

حيث أن λ تمثل عددا موجبا positive number قيمته بين $(0<\lambda<1)$ ويعرف بعامل التغاضي وهو عدد صغير إلى حد ما اقل من الواحد الصحيح أي يقع بين (0.95-0.99) ويوضح مقدار أوزان البيانات ،وعندما تكون قيمته اقل من الواحد أي أن $\lambda<1$ فهذا يعني أن البيانات الحالية لها وزن اكبر من البيانات القديمة (Kanjilal , 1995) تتضمن دالة الخسارة تقديم أوزان للبيانات التي تتغير مع الزمن ، حيث أن اغلب البيانات الحالية تعطي وزن واحد ، في حين أن البيانات القديمة توزن بـ n من الوحدات الزمنية من خلال عامل التغاضي λ^n لذلك يسمى هذا التعديل بخوارزمية المربعات الصغرى التعاقبية بالتغاضي الاسي Exponential Forgetting وبإعادة اشتقاق خوارزمية المربعات الصغرى التعاقبية لدالة الخسارة المقدمة في المعادلة (18) يصبح لدينا :- (Ljung , 1999)

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \mathrm{k}(t)\, e(t) \quad \dots (19a)$$

$$e(t) = y(t) - \varphi^T(t)\, \hat{\theta}(t-1) \quad \dots (19b)$$

$$\mathbf{k}(t) = \mathrm{P}(t-1)\,\varphi(t)\left[\lambda I + \varphi^T(t)\,\mathrm{P}(t-1)\,\varphi(t)\right]^{-1} \quad \dots (19c)$$

$$\mathbf{P}(t) = \left[I - \mathrm{k}(t)\,\varphi^T(t)\right]\mathrm{P}(t-1)/\lambda \quad \dots (19d)$$

يسمى هذا النهج بعامل التغاضي المكيف Forgetting Factor approach to

Adaptation وبزيادة قيمة(t) فان البيانات تخصم (Discounted) أي تهمل حتى إذا لم تكن هناك معلومات في البيانات الجديدة وعليه فان مصفوفة التغاير $P(t)$ تزداد أسيا مع قيمة λ .

(Soderstrom and Stoica , 1989) و (Astrom and Wittenmark , 1995)

النهج الثاني: مرشح كالمن Second Approach: Kalman Filter

مرشح كالمن هو تقدير لما يسمى بالمشكلة الخطية التربيعية وهو تقدير الحالة الخطية للنظام الحركي الخطي المشوش بالتشويش الأبيض،وتكون نتائج التقدير فيه إحصائيا أفضل بالمقارنة مع أية دالة من الدرجة الثانية لتقدير الخطـأ هـذا مـن الناحية النظرية،ومن الناحية العملية فان مرشح كالمن هو أحد الاكتشافات العظيمة لتاريخ التقدير الإحصائي ويعتبر من أعظم الاكتشافات في القرن العشرين والـذي مكن البشرية من عمل أشياء عديدة لا يمكن عملها من دونه والتـي أصـبحت لا يستغنى عنها كالسليكون في الأنظمة الكهربائية، واغلب تطبيقاتها المباشرة هي في السيطرة على الأنظمة الحركية المعقدة مثـل العمليـات الـصناعية المـستمرة، الطائرات ،السفن ومركبات الفضاء . يستخدم مرشح كالمن لتقدير مجموعـة مـن الأنظمة الحركية المستقبلية والتي لا يستطيع الإنسان السيطرة عليها مثـل تـدفق الأنهار خلال الفيضانات، حركة الكواكب الـسيارة وأسـعار الـسلع التجاريـة. (Grewal and Andrews, 2001).

يمكن استخدام مرشح كالمن لتطوير خوارزمية المربعات الصغرى التعاقبية كنهج مباشر لتقدير ومعالجة المعلمات التي تتغير مع الزمن ، حيث يعطي حلول مثلى تجعل الخوارزمية ذات قدرة عالية بتعاملها مع معلمات الانحراف البطيء ومع التغيرات المفاجئة من خلال فرض قيم صحيحة لمصفوفة التغاير $R_1(t)$ ومصفوفة التباين $R_2(t)$ ويرتبط مرشح كالمن مع خوارزمية المربعات الصغرى التعاقبية وكالآتي:(S derstr m and Stoica ,1989)،(Ljung ,1999)

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \mathsf{k}(t)\, e(t) \qquad \text{... (20a)}$$

$$e(t) = y(t) - \varphi^T(t)\, \hat{\theta}(t-1) \qquad \text{... (20b)}$$

$$\mathbf{k}(t) = \mathsf{P}(t-1)\, \varphi(t) | \left[\mathsf{R}_2(t) + \varphi^T(t)\, \mathsf{P}(t-1)\, \varphi(t) \right]^{-1} \qquad \text{... (20c)}$$

$$\mathbf{P}(t) = \mathsf{P}(t-1) - \frac{\mathsf{P}(t-1)\,\varphi(t)\,\varphi^T(t)\,\mathsf{P}(t-1)}{\mathsf{R}_2(t) + \varphi^T(t)\mathsf{P}(t-1)\varphi(t)} + \mathsf{R}_1(t) \qquad \text{... (20d)}$$

إن مرشح كالمن قريب جداً من خوارزمية المربعات الصغرى التعاقبية ويمكن توضيح ذلك من خلال معادلة الحالة State Equation ومعادلة المشاهدة Observation Equation الآتيتين :-(Nelles , 2001)

$$\theta(t+1) = \theta(t) + v(t) \qquad \text{... (21)}$$

$$\mathrm{y(t)} = \varphi^{\mathrm{T}}(t)\, \theta(t) + e(t) \qquad \text{... (22)}$$

حيث أن كلا من e و v متغيرات عشوائية مستقلة لها توزيع طبيعي بوسط حسابي صفر وتباين مختلف كالآتي:-

$$Ee_t e_t^T = \mathsf{R}_1(\Theta) \qquad \text{... (23a)}$$

$$Ev_t v_t^T = \mathsf{R}_2(\Theta) \qquad \text{... (23b)}$$

$$Ee_t v_t = \mathsf{R}_{12}(\Theta) \qquad \text{... (23c)}$$

ويمكن ملاحظة أن التعديل الذي حصل على خوارزمية المربعات الصغرى التعاقبية باستخدام عامل التغاضي ff ومرشح كالمن kf عِدّل بحيث أن مصفوفة التغاير P(t) يمكن أن تصل إلى الصفر وان الربحية k(t) تمنع الاقتراب من الصفر،ويتغير تقدير المعلمة باستمرار مع الزمن ،وتعتبر λ في خوارزمية عامل التغاضي متغيرا تصميميا يختاره المستخدم. وفي خوارزمية مرشح كالمن تؤدي المصفوفة R_1 دوراً مشابهاً لـ λ في خوارزمية عامل التغاضي وان استخدام خوارزمية المربعات الصغرى من خلال مرشح كالمن توفر مرونة أكثر من استخدام عامل التغاضي . (Soderstrom and Stoica, 1989)

2. طريقة خطأ التنبؤ التعاقبية Recursive Prediction Error Method (RPEM)

إن طريقة خطأ التنبؤ التعاقبية تسمى بطريقة التشخيص علـى الخـط لكـل تراكيب النموذج الخطي (Nelles , 2001) وتتضمن استخدام عامـل التغاضـي لصياغة المشكلة ومعالجة الحالة العامة للنماذج متعددة المتغيرات بشكل غير محدد وبملاءمة معيار دالة الخسارة الآتي :-(S derstr m and Stoica , 1989)

$$V_t(\theta)=\frac{1}{2}\lambda^{t-s} e^{T}(s,\theta)\ Q\ e(s,\theta) \qquad \ldots (24)$$

إذ أن:- Q : مصفوفة موجبة معرفة positive definite matrix .

s : عدد موجب بحيث أن $s \le t$، e : يمثل الخطأ

وأن :-

$$e(t,\theta) = y(t) - \hat{y}(t \mid t-1;\theta) \qquad \ldots (25)$$

علما أن $\hat{y}(t \mid t-1;\theta)$ تشير إلى التنبؤ للمخرجات $y(t)$ وابتداء مـن القـيم عنـد الزمن $(t-1)$ وما يليها لبناء متجه معلمات النموذج،عليه فان خوارزميـة خطـأ التنبؤ التعاقبية تصبح بالشكل الآتي :-

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + k(t)\, e(t) \qquad \ldots (26a)$$

$$k(t) = P(t)\,\varphi(t) Q \qquad \ldots (26b)$$

$$P(t) = \left\{ P(t-1) - P(t-1)\varphi(t)\left[\lambda Q^{-1} + \varphi^{T}(t)P(t-1)\varphi(t)\right]^{-1} \varphi^{T}(t)P(t-1) \right\} \mid \lambda \qquad \ldots (26c)$$

وهي مشابهة لخوارزمية المربعات الصغرى التعاقبية مـن حيـث أن عامـل الربحية k(t) يتم إيجاده بنفس الأسلوب السابق أي أن :-(Ljung , 1999)

$$\mathbf{k}(t) = P(t-1)\,\varphi(t) \mid \left[\lambda Q^{-1} + \varphi^{T}(t)\, P(t-1)\,\varphi(t)\right]^{-1} \qquad \ldots (26d)$$

هناك خوارزميات أخرى تستخدم للتـشخيص المتعاقـب منهـا خوارزميـة المتغيرات الآليـة التعاقبيـة Recursive Instrumental Variables Method ويرمز لها (RIV) وخوارزمية المربعات الصغرى الموسعة التعاقبية Recursive Extended Least Square ويرمز لها (RELS)، وتسمى أيضا بخوارزميـة الانحـدار الخطـي الزائـف التعاقبيـة Pseudo-Linear Recursive Regression ويرمز لها (RPLR). (Ljung , 1999).

4. نماذج النظم الحركية الخطية التصادفية :-

Models of Stochastic Linear Dynamic Systems

يتكون تركيب النموذج الخطي العام General Linear Model Structure الذي تشتق منه كل النماذج الخطية Linear Models والذي عادةً ما لا يطبق عملياً لأنه يمثل الهيكلية الموحدة للأنظمة الخطية كما لا يستخدم في الواقع وإنما يخدم كإطار عمل موحد حيث يمكن حساب مخرجات النظام الخطي المحدد Y_t عند الزمن t من خلال ترشيح المدخلات u_t وكما يأتي :-

$$y_t = G(q)u_t \quad \dots (27)$$

ويمثل $G(q)$ الجزء المحدد Deterministic part في النموذج الخطي العام ويسمى بدالة تحويل المدخلات Input Transfer Function الذي يربط المدخلات مع المخرجات ،ويمكن إعادة صياغة المعادلة (10) من خلال التعبير عن $G(q)$ بدلالة متعددتي الحدود $\tilde{A}(q)$ و $\tilde{B}(q)$ وهما تراكيب خطية Linear Combinations برتب nb,na على التوالي أي أن:-

$$y_t = \frac{\tilde{B}(q)}{\tilde{A}(q)} u_t \quad \dots (28)$$

حيث أن:

$$\tilde{A}(q) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \cdots + a_{na} q^{-na} \quad \dots (29a)$$

$$\tilde{B}(q) = b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \cdots + b_{nb} q^{-nb} \quad \dots (29b)$$

في حين يمكن نمذجة الجزء التصادفي Stochastic part بترشيح التشويش الأبيض v_t Filtering White Noise من خلال المرشح الخطي $H(q)$ وبذلك يمكن توليد إشارة التشويش المرشحة η_t كما يأتي :-

$$\eta_t = H(q)v_t \qquad \ldots (30)$$

$H(q)$: مرشح خطي يسمى بدالة تحويل التشويش Noise Transfer Function الذي يربط التشويش v_t مع المخرجات ويمكن التعبير عنه بدلالة متعددتي الحدود $C(q)$ و $D(q)$ وهما تراكيب خطية برتب nc, nd على التوالي ويمكن تعريفهما كما يأتي :-

$$C(q) = 1 + c_1 q^{-1} + c_2 q^{-2} + \cdots + c_{nc} q^{-nc} \qquad \ldots (31a)$$

$$D(q) = 1 + d_1 q^{-1} + d_2 q^{-2} + \cdots + d_{nd} q^{-nd} \qquad \ldots (31b)$$

عليه فان إشارة التشويش المرشحة يمكن التعبير عنها بالشكل الآتي:-

$$\eta_t = \frac{\tilde{C}(q)}{\tilde{D}(q)} v_t \qquad \ldots (32)$$

ويوصف النموذج الخطي العام من خلال الجزء المحدد والتصادفي وكما يأتي :-

$$y_t = G(q)u_t + H(q)v_t \qquad \ldots (33)$$

إن دوال التحويل $G(q)$ و $H(q)$ يمكن أن تنشق Split إلى متعددات حدود Polynomials للبسط ومتعددات حدود للمقام ،حيث تتألف دالة تحويل المدخلات من متعددة الحدود $B(q)$ في البسط ومتعددة الحدود $A(q)$ في المقام مضروبة بمتعددة الحدود $F(q)$ حيث أن $\tilde{A}(q) = F(q)A(q)$ وان $F(q)$ تركيب خطي يعرف بالشكل الآتي :-

$$F(q) = 1 + f_1 q^{-1} + f_2 q^{-2} + \cdots + f_{nf} q^{-nf} \qquad \ldots (34)$$

أما دالة تحويل التشويش فتتألف من متعددة الحدود $C(q)$ في البسط وكل من متعددة الحدود $D(q)$ و $A(q)$ في المقام إذ إن: $\tilde{D}(q) = A(q)D(q)$ ،ويمكن تمثيل النموذج الخطي العام كالآتي :-

$$y_t = \frac{B(q)}{F(q)A(q)} u_t + \frac{C(q)}{D(q)A(q)} v_t \qquad \dots (35)$$

تقسم نماذج النظم الحركية الخطية التصادفية على قسمين:-

1. نماذج خطأ المعادلة The Equation Error Models

وتشمل نماذج ARX وARMAX وتتميز بوجود المرشح الخطي الشائع 1/A(q) في كل من نموذج العمليات المحددة ونموذج العمليات التصادفية وبعبارة أخرى تشترك جميع نماذج ARX وARMAX بمتعدد الحدود $A(q)$ كمقام حركي لدالة تحويل المدخلات ودالة تحويل التشويش وهذا ينسجم مع حقيقة أن التشويش لا يؤثر مباشرة في مخرجات النموذج ولكن بدلا من ذلك يدخل النموذج قبل المرشح 1/A(q) (Ljung&Söderström,1983).

أ) نموذج الانحدار الذاتي مع مدخلات اضافية

Autoregressive with exogenous input model (ARX)

يعد نموذج ARX من النماذج ذات التطبيقات الواسعة للنموذج الحركي الخطي والذي يكون واقعياً وملائماً لعدد كبير من العمليات الحقيقية وذلك لسهولة تطبيقه في حساب المعلمات التي تقدر بأسلوب المربعات الصغرى ،ويمكن توضيحه من خلال المعادلة الآتية:-

$$y_t = \frac{B(q)}{A(q)} u_t + \frac{1}{A(q)} v_t \qquad \dots (36)$$

أو يمكن كتابته بالشكل الآتي:-

$$A(q) y_t = B(q) u_t + v_t \qquad \dots (37)$$

في هذا النموذج إن تعبير الانحدار الذاتي مرتبط بدالة التحويل من المدخلات u_t إلى المخرجات y_t وكذلك لدالة تحويل التشويش من v_t إلى y_t ،حيث يشترك الجزء التصادفي والمحدد بمقام ديناميكي متماثل.

وإن التطبيق الأكثر شيوعا للنموذج هو التكهن Forecasting بالسلوك المستقبلي للعملية ،حيث أن المتنبأ الأمثل Optimal Predictor يجب أن يجمع المدخلات مع مخرجات العملية السابقة بطريقة ما ،لذلك يمكن تعريف المتنبأ الخطي الأمثل بتوفيق خطي للمدخلات المرشحة والمخرجات المرشحة ،وهذا هو

اختلاف المحاكاة عن عملية التنبؤ ،اذ أن المعلومات في عملية التنبؤ حول مخرجات العملية السابقة تكون مقيدة وكما موضح بالمعادلة الآتية:- (Nelles ,2001)

$$\begin{aligned}\hat{y}(t \mid t-1) &= s_0 u_t + s_1 u_{t-1} + \cdots + s_{ns} u_{t-ns} + t_1 y_{t-1} + \cdots + t_{nt} y_{t-nt} \\ &= S(q) u_t + T(q) y_t\end{aligned} \quad \ldots (38)$$

حيث أن:

$$S(q) = s_0 + s_1 q^{-1} + \cdots + s_{ns} q^{-ns} \quad \ldots (39a)$$

$$T(q) = 1 + t_1 q^{-1} + \cdots + t_{nt} q^{-nt} \quad \ldots (39b)$$

وقد أشار (Ljung,1999) إلى المتنبأ الأمثل بالآتي:-

$$\hat{y}(t \mid t-1) = \frac{G(q)}{H(q)} u_t + \left(1 - \frac{1}{H(q)}\right) y_t \quad \ldots (40)$$

أي وجود معلومات من الجزء المحدد $G(q)$ الذي يمثل المرشح الخطي للمدخلات ومعلومات من الجزء التصادفي للمرشح الخطي $H(q)$ لنموذج التشويش، وبما أن الجزء المحدد $G(q) = B(q)/A(q)$ والجزء العشوائي $H(q) = 1/A(q)$ في نموذج ARX فان المتنبأ الأمثل لهذا النموذج يمثل من خلال:-

$$\begin{aligned}\hat{y}(t \mid t-1) &= \frac{B(q) \mid A(q)}{1 \mid A(q)} u_t + [1 - A(q)] y_t \\ &= B(q) u_t + (1 - A(q)) y_t\end{aligned} \quad \ldots (41)$$

إن متنبأ ARX يكون مستقراً ، على الرغم من عدم استقرار نموذج ARX نتيجة لعدم استقرار متعددة الحدود $A(q)$ وذلك لان النموذج لا يمتلك تغذية عكسية Feedback وهذه ميزة كل نماذج خطأ المعادلة لذلك يعبر عن خطأ التنبؤ لهذا النموذج من خلال :-

$$e_t = y_t - \hat{y}(t \mid t-1) = y_t - [B(q) u_t + (1 - A(q) y_t)] = A(q) y_t - B(q) u_t \quad \ldots (42)$$

ب) نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة مع مدخلات اضافية
Autoregressive Moving Average with Exogenous input model

يمثل نموذج ARMAX النموذج الخطي المبسط الثاني بعد نموذج ARX وينشأ من هذا النموذج بعض تصاميم المسيطر ذات اقل تباين من خلال استغلال المعلومات الموجودة في نموذج التشويش V_t مقارنة مع نموذج ARX ، من حيث انه نموذج قابل للتكييف ولأنه يمتلك نموذج تشويش موسع ، ويمكن توضيح هذا النموذج من خلال المعادلة الآتية:-

$$y_t = \frac{B(q)}{A(q)} u_t + \frac{C(q)}{A(q)} v_t \qquad \ldots (43)$$

إن المتنبأ الأمثل لهذا النموذج يصبح كالآتي :-

$$\hat{y}(t \mid t-1) = \frac{B(q)}{C(q)} u_t + \left(1 - \frac{A(q)}{C(q)}\right) y_t \qquad \ldots (44)$$

أما خطأ التنبؤ لهذا النموذج فهو:-

$$e_t = \frac{A(q)}{C(q)} y_t - \frac{B(q)}{C(q)} u_t \qquad \ldots (45)$$

ويمكن ملاحظة أن نموذج ARMAX هو نموذج موسع لنموذج ARX وذلك لان فيه المرشح الخطي $C(q)$ ، وإذا كان $C(q)=1$ فان نموذج ARMAX يتحول إلى نموذج ARX ، فضلاً عن أن نموذج التشويش يحوي المقام الحركي لمتعددة الحدود $A(q)$ وان نموذج ARMAX ينتمي إلى مجموعة نماذج خطأ المعادلة.

2. نماذج خطأ المخرجات The Output Error Models

وتشمل كلا من نموذج خطأ المخرجات Output Error ويرمز له OE ونموذج بوكس-جنكينز Box-Jenkins ويرمز له BJ ، ويمكن تمييز نماذج خطأ المخرجات من خلال نماذج التشويش التي لا تحتوي أو لا تضم عملية حركية (ديناميكية) وبذلك فان من المفترض أن يؤثر التشويش في مخرجات العملية مباشرةً وبعبارة أخرى أن نماذج خطأ المخرجات تتميز بان نموذج التشويش فيها يكون مستقلا عن نموذج العملية المحددة ومن هذه النماذج : (Nelles, 2001) و (Ljung and Söderström,1983)

أ) نموذج خطأ المخرجات The Output Error model(OE)

يعد نموذج خطأ المخرجات نموذجاً ذا تركيب واسع الاستخدام ومن الـسهولة تمثيله ضمن نماذج خطأ المخرجات التي غالباً ما تكـون أكثـر واقعيـة وأوسـع استخداماً بشكل أكثر من نماذج خطأ المعادلة ذلك لان نماذج التشويش لا تتـضمن المرشح 1/A(q) ،ويمكن وصف هذا النموذج من خلال :-

$$y_t = \frac{B(q)}{F(q)} u_t + v_t \quad \dots (46)$$

أما المتنبأ الأمثل لهذا النموذج فيصبح بالشكل الآتي:-

$$\hat{y}(t \mid t-1) = \frac{B(q)}{F(q)} u_t \quad \dots. (47)$$

في حين ان خطأ التنبؤ لهذا النموذج يمثل من خلال الفرق بين مخرجات العمليـات (الحقيقية) y_t والمخرجات المقدرة $\hat{y}_t$ وكما يأتي:- (Nelles, 2001)

$$e_t = y_t - \frac{B(q)}{F(q)} u_t \quad \dots (48)$$

ب) نموذج بوكس – جنكنز The Box-Jenkines Model

ينتمي نموذج بوكس –جنكنز إلى مجموعة نماذج خطأ المخرجات الذي عرف من قبل الباحثين Box and Jenkies عـام 1970، ويتميـز عـن نمـوذج OE بالمرونة من خلال ترشيح التشويش الأبيض بالمرشح ARMA ،ويمكن تمثيله من خلال المعادلة الآتية:-

$$y_t = \frac{B(q)}{F(q)} u_t + \frac{C(q)}{D(q)} v_t \quad \dots (49)$$

5 .التطبيق Application

ومن خلال ما تم الاطلاع عليه والمشاكل التي واجهت الباحثين في عملية التشخيص فقد تولدت القناعة بضرورة اعتماد آلية يمكن إن توصل الباحثة إلى اختيار النموذج المناسب أو أفضل ما يمكن باعتماد آلية للتراجع عن النموذج الذي يتم اختياره أولا وفقاً لحزمة من المعايير ومن ثم تكون عملية التراجع مقيدة بحزمة من المعايير الإحصائية والهندسية ومعايير المعلومات لتكون أساسا قويا عن النموذج المختار في الوصول أو الاقتراب من النموذج الأكثر ملاءمة. إن الاعتماد

على حزمة من المعايير كان الهدف منه تجاوز بعض السلبيات التي تعاني منها بعض المعايير ، لذلك يكون الاعتماد عليها مجتمعة مما يمكن من توفر فرصة كبيرة للنجاح في تشخيص النموذج الملائم.انظر (حياوي،2006) ويتم ذلك من خلال:

أ) تجارب المحاكاة :- Simulation Experiments

في التشخيص المتعاقب يكون من الضروري تحديث المعلمات مـع الـزمن ويبدأ من التشخيص خارج الخط لنماذج الأنظمة الحركيـة الخطيـة ،وباسـتخدام النماذج التي تم تشخيصها باستخدام آلية مقترحة لتشخيص العديـد مـن النمـاذج الحركية الخطية خارج الخط باستخدام نماذج خطأ المعادلة ونماذج خطأ المخرجات برتب مختلفة في المحاكاة وتم الحصول منها على أربعة نمـاذج تحقـق الـشروط الإحصائية والهندسية بعد عملية التراجع المقترحة من قبل (حياوي،2006) والتـي يمكن توضيحها بالآتي:

1.توليد المدخلات والمخرجات من إشارات طبيعية قياسية تصادفية random (rgs) Gaussian signals باستخدام المولد idinput وبعدد من المشاهدات(n=500) والمتمثلة بـ u_t ،في حين تم توليد التشويش من إشارات طبيعيـة بتبـاين مقـداره 0.04 ووسط حسابي صفر باسـتخدام المولـد randn ولـ n=500 مـشاهدة والمتمثلة بـ e_t ومن ثم يتم الحصول على المخرجات y_t من البيانات المولدة مـن أحد النماذج الحركية الخطية الأربعة وليكن على سبيل المثـال نمـوذج (ARX) وكما موضح في البرنامج الحاسوبي باستخدام نظام MATLAB .

2. دمج متجهي المدخلات والمخرجات في كائن واحد والمتمثل بـ Z.

3.تقسيم الكائن إلى جزأين : الجزء الأول يستخدم لتقدير المعلمات ويعرف بكـائن التقدير Estimation Object والمتمثل بـ Ze ، والجزء الثاني يخصص لاختبار شرعية النموذج الملائم ويعرف بكائن الشرعية Validation Object والمتمثل بـ Zv.

4. تحويل كل من كائن التقدير وكائن الشرعية إلى كائن ذي وسط حسابي صـفر وذلك لتحويل القياسات الخام للمدخلات والمخرجات إلى قياسات متسقة .

5. تحديد زمن التأخير nk باستخدام أسلوبي الاستجابة النبضية ودالة الارتباط التقاطعي في تحديد زمن التأخير من المدخلات الى المخرجات.

6. تشخيص النماذج الأربعة بطريقة توافقية لكل رتبة معلمة من معلمات النموذج من خلال الصيغ العامة لهذه النماذج وباستخدام أسلوب المربعات الصغرى، ويتم تحديد النموذج الأفضل الذي يحقق الشروط الآتية :-

أ- التحقق من توفر الشروط الإحصائية من حيث عدم معنوية بواقي المخرجات فضلاً عن عدم وجود ارتباط معنوي بين المدخلات وبواقي المخرجات.

ب- اقل ما يمكن من معايير المعلومات ،معيار اكاكي AIC ،خطأ التنبؤ النهائي FPE ودالة الخسارة Loss Function.

ت- استقرارية النموذج وذلك بملاحظة مواقع الاصفار Zeros والأقطاب Poles في دائرة الوحدة Unit Circle ومن خلال دالة الاستجابة النبضية.

ث- مقارنة المخرجات المولدة $\hat{y}_i$ مع المخرجات المخزونة في كائن الشرعية من خلال حساب النسبة المئوية للمطابقة والملاءمة بينهما مـن خـلال المعادلة (41).

ج- تعاد الخطوات من (أ – ث) لكل رتبة نموذج إلى أن يتم الحصول علـى أفضل نموذج لكل من النماذج الأربعة بحيث يعطي استقرارية وملاءمة جيدة وقيم قليلة لمعايير المعلومات وتحقق للشروط الإحصائية.

7. اختيار أفضل نموذج من بين النماذج الأربعة التي تم تشخيصها في الخطـوة (6) اعتماداً على نفس المعايير.

8. بعد اختيار النموذج ومن اجل الوصول إلى النموذج الذي تم توليد البيانـات منه ،فقد تم اعتماد أسلوب التراجع عن النموذج الأفضل الذي تـم اختيـاره بالخطوة(7) في ضوء تحقق حزمة المعايير لنماذج ذات معلمات اقل وصولا إلى النموذج المطابق أو اقرب ما يمكن للنظام المراد تشخيصه .

9. تعاد الخطوات (1-8) لبقية النماذج الحركية الخطية وهي BJ, OE, ARMAX.

في هذا البحث سيتم تحديث معلمات أفضل النماذج التي تم الحصول عليها من التشخيص خارج الخط والمقارنة بين النماذج التي تم الحصول عليها قبل وبعد عملية التراجع باستثناء نموذج BJ من خلال نهجين هما:-

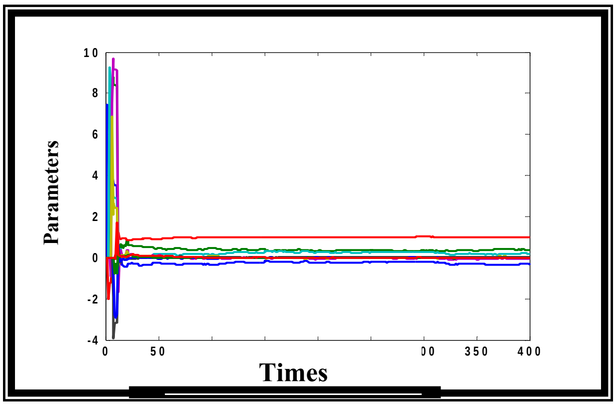
أولا:- باستخدام عامل التغاضي الذي تتراوح قيمته بين (0.95-0.99).

- نماذج خطأ المعادلة ويشمل النموذجين: 1) نموذج ARX

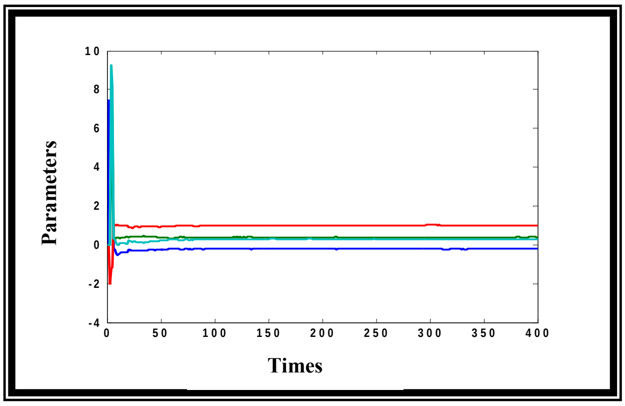
الجدول(1):يوضح معايير التشخيص on-line لنموذج ARX باستخدام عامل التغاضي

النموذج بعد التراجع			النموذج قبل التراجع			
ARX(2,2,2)			ARX(2,8,2)			
fitting	cross	resid	fitting	cross	resid	f.f.
79.75	مرتبطة	غير عشوائية	79.48	مرتبطة	عشوائية	0.95
79.92	مرتبطة	عشوائية	79.85	مرتبطة	عشوائية	0.96
80.10	مرتبطة	عشوائية	80.22	مرتبطة	عشوائية	0.97
80.26	غير مرتبطة	عشوائية	80.61	غير مرتبطة	عشوائية	0.98
80.46	غير مرتبطة	عشوائية	81.01	غير مرتبطة	عشوائية	0.99

نلاحظ من الجدول (1) أن نموذج خطأ المعادلة ARX تكون أخطاؤه عشوائية عندما تكون قيمة عامل التغاضي قريبة من الواحد لاسيما القيمتين (0.98 و0.99) فضلا عن عدم وجود ارتباط بين المدخلات u_t وبواقي المخرجات e_t ونسبة مطابقة جيدة وبما أن المعيار الأكثر تعويلا علية في التشخيص المتعاقب هو الرسم الزمني لمعلمات النموذج عليه فالشكل (1) يوضح الرسم الزمني لنموذج ARX قبل عملية التراجع وبعدها اذ يمكن ملاحظة ثبوت معلمات النموذج أي أنها تستقر مع الزمن بشكل مناسب مع رتب النموذج الذي تم اختياره بعد عملية التراجع أفضل مما هي عليه من رتب النموذج قبل عملية التراجع وعندما تكون قيمة عامل التغاضي 0.99 وكالآتي:-



أ- نموذج ARX(2,8,2) قبل عملية التراجع



b- نموذج ARX(2,2,2) بعد عملية التراجع

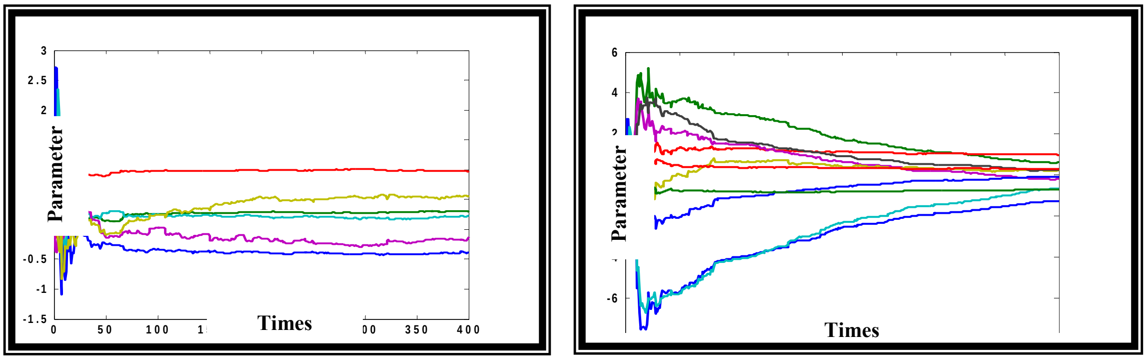
الشكل (1) : الرسم الزمني لمعلمات نموذج ARX بالتشخيص المتعاقب مع عامل التغاضي 0.99

الجدول(2):يوضح معايير التشخيص on-line لنموذج ARMAX باستخدام عامل التغاضي

النموذج بعد التراجع			النموذج قبل التراجع			
ARMAX(2,2,2,2)			ARMAX(2,6,2,2)			
Fitting	cross	resid	fitting	cross	resid	f.f.
78.06	مرتبطة	غير عشوائية	76.31	مرتبطة	غير عشوائية	0.95
78.28	مرتبطة	غير عشوائية	77.56	مرتبطة	غير عشوائية	0.96
78.49	مرتبطة	عشوائية	78.31	مرتبطة	غير عشوائية	0.97
78.74	غير مرتبطة	عشوائية	78.26	غير مرتبطة	غير عشوائية	0.98
79.13	غير مرتبطة	عشوائية	78.67	مرتبطة	غير عشوائية	0.99

نلاحظ من الجدول (2) ان اخطاء نموذج ARMAX الذي تم اختياره بعد عملية التراجع تكون عشوائية عندما تكون قيمة عامل التغاضي قريبة من الواحد أي عنـد القيمتين (0.98 و0.99) فضلا عن عدم وجود ارتباط بـين المـدخلات وبـواقي المخرجات ونسبة مطابقة جيدة في حين يفشل النمـوذج المستحـصل عليـه قبـل التراجع في تحقيق الشروط الإحصائية عند كل قيم عامل التغاضي وهـذه النتيجـة تشكل نجاحا لأسلوب آلية التراجع المقترحة من قبـل (حيـاوي،2006) كحجـر الأساس للتعامل مع التشخيص على الخط ،أما الرسم الزمني لمعلمات هذا النمـوذج

فنلاحظ ثبوتها أي أنها تستقر مع الزمن بشكل مناسب بعد عملية التراجع افـضل مما هي عليه قبل عملية التراجع وبشكل واضح ، والشكل (2) يبين ذلك:-



b- نموذج ARMAX(2,2,2,2) بعد عملية التراجع   **a- نموذج ARMAX(2,6,2,2) قبل عملية التراجع**

الشكل (2) :الرسم الزمني لمعلمات نموذج ARMAX بالتشخيص المتعاقب مع عامل التغاضي

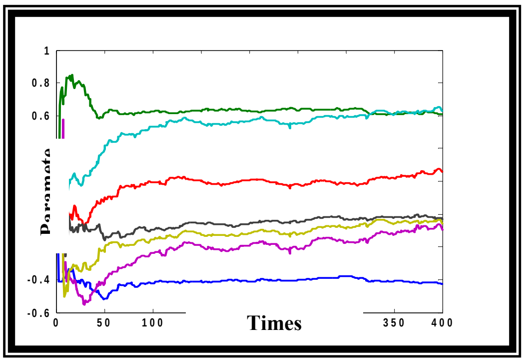
- نماذج خطأ المخرجات وتشمل النموذجين :

1) نموذج OE

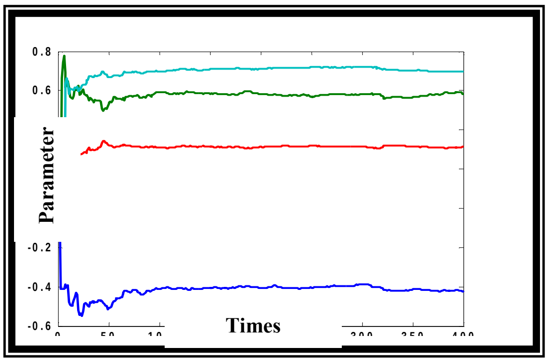
الجدول(3):يوضح معايير التشخيص on-line لنموذج OEباستخدام عامل التغاضي

	النموذج قبل التراجع			النموذج بعد التراجع		
	OE(2,5,2)			OE(2,2,2)		
f.f.	**resid**	**cross**	**fitting**	**resid**	**cross**	**fitting**
0.95	عشوائية	مرتبطة	**80.91**	عشوائية	مرتبطة	**80.75**
0.96	عشوائية	مرتبطة	**81.17**	عشوائية	غير مرتبطة	**81.13**
0.97	عشوائية	مرتبطة	**81.39**	عشوائية	غير مرتبطة	**81.31**
0.98	عشوائية	غيرمرتبطة	**81.61**	عشوائية	غير مرتبطة	**81.47**
0.99	عشوائية	غير مرتبطة	**81.94**	عشوائية	غير مرتبطة	**81.77**

من الجدول (3) نلاحظ ان اخطاء نموذج خطأ المخرجات OE تكون عـشوائية عندما تكون قيمة عامل التغاضي قريبة مـن الواحـد أي عنـد القيمتـين (0.98 و0.99) فضلا عن عدم وجود ارتباط بين المدخلات وبواقي المخرجـات ونـسبة مطابقة جيدة قبل عملية التراجع وبعدها، والـشكل (3) يوضـح الرسـم الزمنـي لمعلمات هذا النموذج فنلاحظ أنها تستقر مع الزمن وان معلمات النموذج الذي تـم اختياره بعد عملية التراجع أفضل مما هي عليه قبل عملية التراجع فضلا عن تميز النموذج بعد التراجع بالعدد القليل لعدد المعلمات قياسا للنموذج قبل التراجع وهـي ميزة تكررت مع كل النماذج التي تم اختيارها بعد عملية التراجع.



a- نموذج OE(2,5,2) قبل عملية التراجع



b - نموذج OE(2,2,2) بعد عملية التراجع

الشكل (3) : الرسم الزمني لمعلمات نموذج OE بالتشخيص المتعاقب مع عامل التغاضي

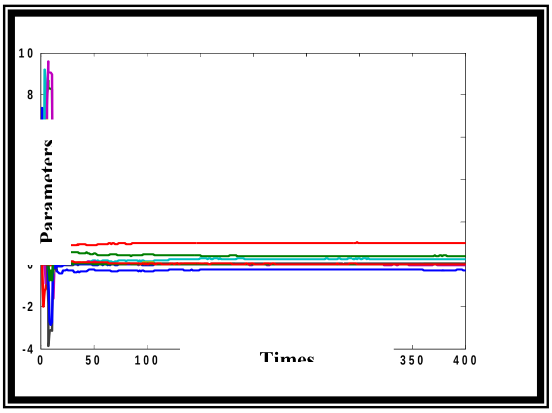
ثانياً :استخدام مرشح كالمن وقيم التغاير (0.0001,0.001,0.01)

- نماذج خطأ المعادلة :- 1) نموذج ARX

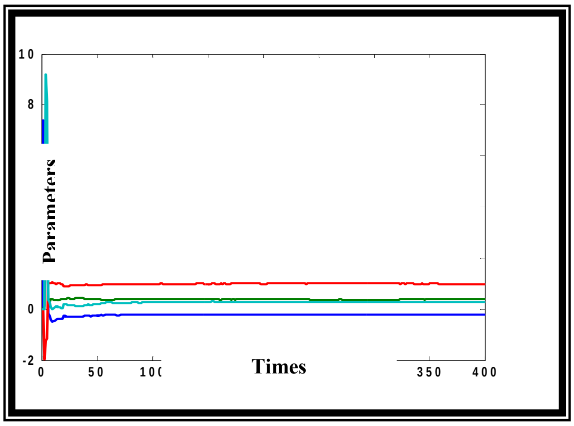
الجدول(4):يوضح معايير التشخيص on-line لنموذج ARX باستخدام مرشح كالمن

	النموذج قبل التراجع			النموذج بعد التراجع		
	ARX(2,8,2)			ARX(2,2,2)		
k.f.	**resid**	**cross**	**fitting**	**resid**	**cross**	**fitting**
0.01	غير عشوائية	مرتبطة	**77.03**	غير عشوائية	مرتبطة	**77.44**
0.001	عشوائية	مرتبطة	**79.92**	عشوائية	مرتبطة	**79.89**
0.0001	عشوائية	غير مرتبطة	**80.94**	عشوائية	غير مرتبطة	**80.4**

نلاحظ من الجدول (4) إن اخطاء نموذج ARX تكون عشوائية عندما تكون قيمـة التغاير (0.0001) فضلا عن عدم وجود ارتباط بين المدخلات وبواقي المخرجات ونسبة مطابقة جيدة ،وبما أن المعيار الأكثر تعويلاً علية في التـشخيص المتعاقـب هو الرسم الزمني لمعلمات النموذج ، عليه فالشكل (4) يوضـح الرسـم الزمنـي لمعلمات نموذج ARX التي تستقر مع الزمن بشكل ملائم قبـل عمليـة التراجـع وبعدها إلا أن النموذج بعد التراجع يتصف بقلة عدد معلماته قياسا للنمـوذج قبـل التراجع.



a- نموذج ARX(2,8,2) قبل عملية التراجع



b- نموذج ARX(2,2,2) بعد عملية التراجع

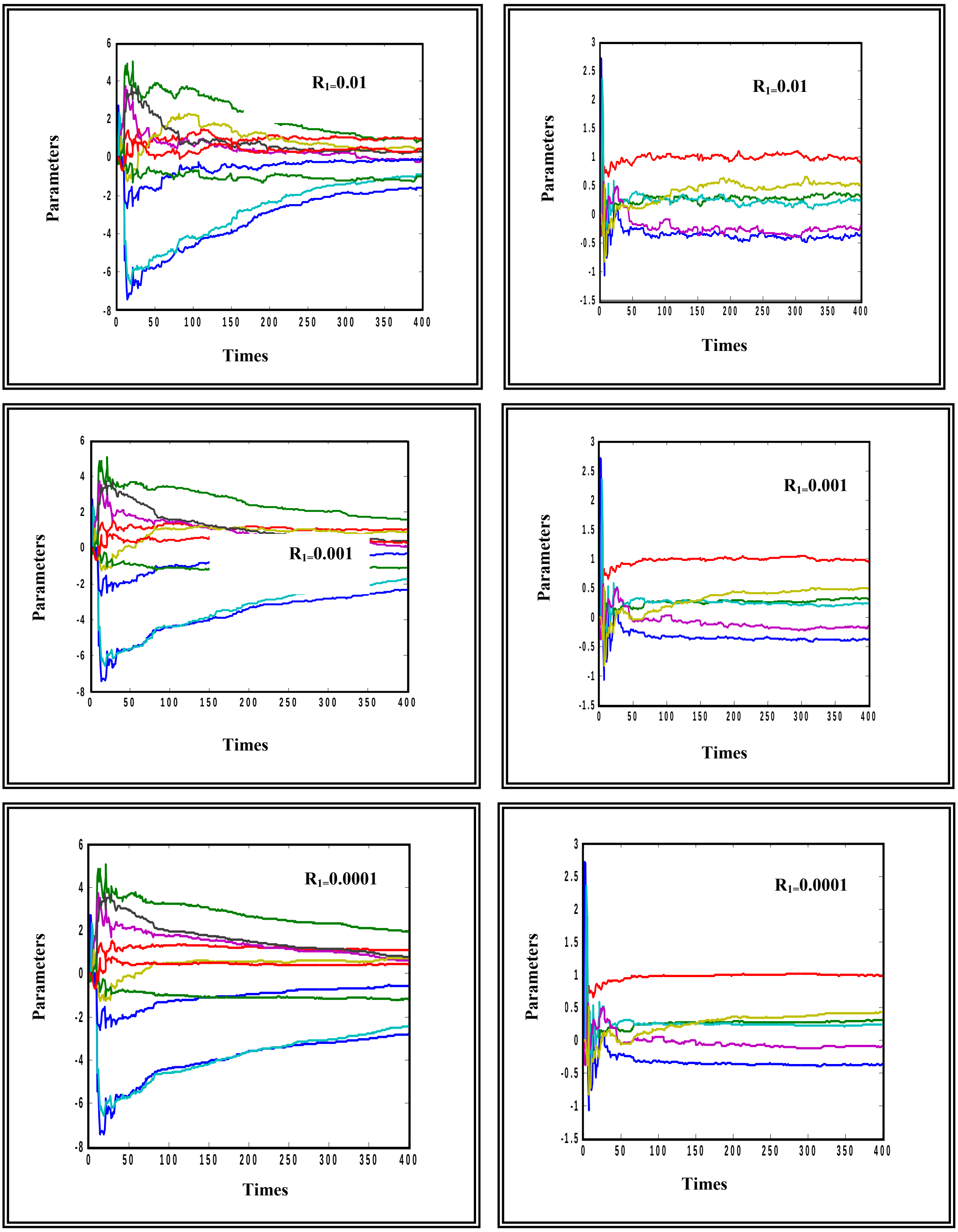
الشكل (4) :الرسم الزمني لمعلمات نموذج ARX بالتشخيص المتعاقب باستخدام مرشح كالمن مع

2. نموذج ARMAX

الجدول(5):يوضح معايير التشخيص on-line لنموذج ARMAX باستخدام مرشح كالمن

	النموذج قبل التراجع			النموذج بعد التراجع		
	ARMAX(2,6,2,2)			ARMAX(2,2,2,2)		
k.f.	**resid**	**cross**	**fitting**	**resid**	**cross**	**fitting**
0.01	غير عشوائية	مرتبطة	**70.03**	عشوائية	مرتبطة	**76.56**
0.001	غير عشوائية	مرتبطة	**78.19**	غير عشوائية	مرتبطة	**78.37**
0.0001	غير عشوائية	مرتبطة	**67.00**	غير عشوائية	غير مرتبطة	**79.13**

من الجدول (5) نلاحظ أن استخدام مرشح كالمن مع قيمة تغاير 0.0001 لا نحصل منه على نموذج يحقق الشروط الإحصائية من حيث عشوائية الأخطاء وعدم وجود ارتباط بين المدخلات وبواقي المخرجات لأفضل نموذج ،إلا أن الرسم الزمني لمعلمات النموذج بدأ يثبت مع الزمن للنموذج الذي تم اختياره بعد عملية التراجع أفضل مما هي عليه مع النموذج قبل عملية التراجع والشكل (5) يوضح النماذج قبل عملية التراجع وبعدها وحسب قيم التغاير (0.01, 0.001, 0.0001) اذ نلاحظ أن أفضل نموذج هو النموذج الخاص بعد عملية التراجع الذي تستقر فيه المعلمات مع الزمن عند قيمة التغاير 0.0001 بالرغم من أن أخطاء هذا النموذج غير عشوائية ولكن مع تحقق عدم وجود ارتباط بين المدخلات وبواقي المخرجات.



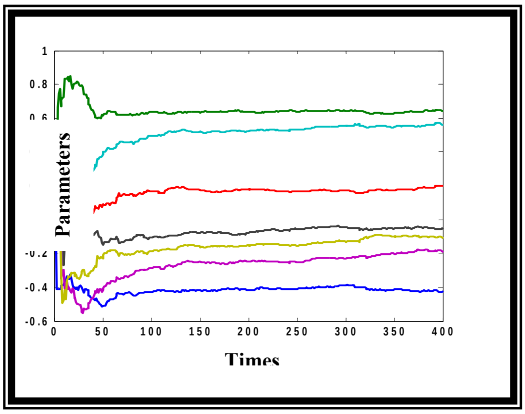
نموذج ARMAX (2,2,2,2) بعد التراجع موذ نموذج ARMAX (2,6,2,2) قبل التراجع

الشكل(5) :الرسم الزمني لمعلمات نموذج ARMAX باستخدام مرشح كالمن بقيم تغاير مختلفة هي (0.01, 0.001, 0.0001) قبل وبعد التراجع

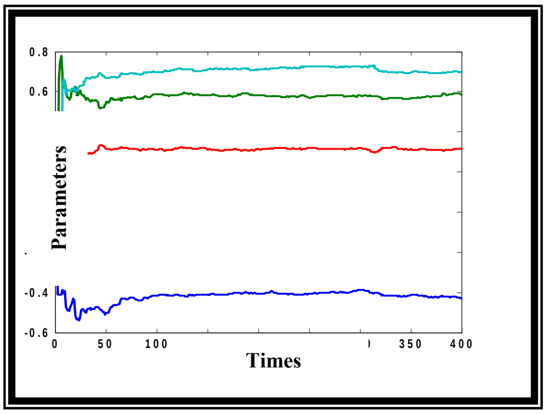
الجدول(6):يوضح معايير التشخيص on-line لنموذج OE باستخدام مرشح كالمن

النموذج بعد التراجع			النموذج قبل التراجع			
OE(2,2,2)			OE(2,5,2)			
fitting	cross	resid	fitting	cross	Resid	k.f.
76.16	مرتبطة	غير عشوائية	74.24	مرتبطة	غير عشوائية	0.01
79.77	مرتبطة	غير عشوائية	79.12	مرتبطة	غير عشوائية	0.001
81.63	غير مرتبطة	عشوائية	81.67	غير مرتبطة	عشوائية	0.0001

نلاحظ من الجدول (6) انه تم الحصول على نموذج OE يحقق الشروط الإحصائية مع تغاير 0.0001 في حالتي قبل التراجع وبعده ونلاحظ مـن الرسـم الزمنـي لمعلمات النموذج أن المعلمات تستقر مع الزمن للنموذج الذي حصلنا عليـه بعـد عملية التراجع أفضل من نموذج قبل التراجع كما في الشكل (6) .



a- نموذج OE(2,5,2) قبل عملية التراجع



b- نموذج OE(2,2) بعد عملية التراجع

الشكل (6) : الرسم الزمني لمعلمات نموذج OE بالتشخيص المتعاقب باستخدام مرشح كالمن مع تغاير

ب) دراسة حالة

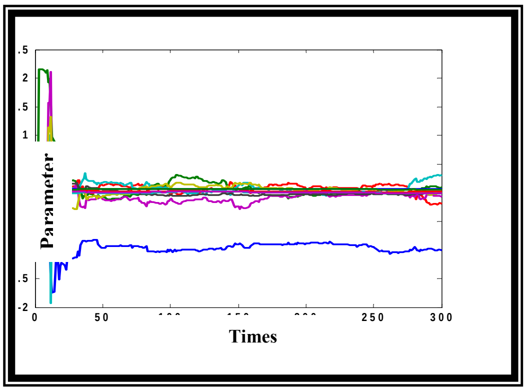
باستخدام البيانات المشخصة من قبل العالم (1999) Ljung يتم الآن تطبيـق التشخيص المتعاقب على أفضل نموذج تم الحصول عليـه وهـو نمـوذج ARX وباستخدام عامل التغاضي ومرشح كالمن اذ كانت النتائج كما ياتي:-

1- باستخدام عامل التغاضي

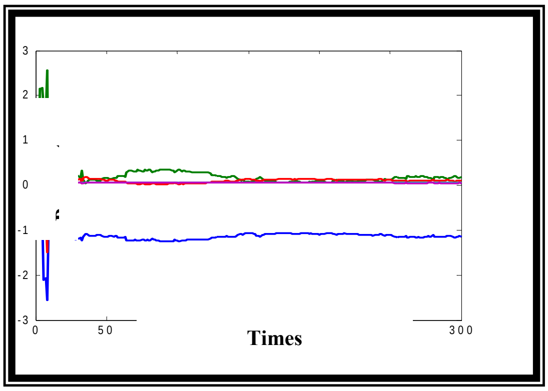
الجدول(7):يوضح معايير التشخيص on-line لنموذج ARX باستخدام عامل التغاضي لبيانات العالم Ljung (1999)

	النموذج قبل التراجع			النموذج بعد التراجع		
	ARX(7,5,3)			ARX(3,2,3)		
f.f.	resid	cross	fitting	resid	cross	fitting
0.95	غير عشوائية	مرتبطة	84.38	عشوائية	غير مرتبطة	88.67
0.96	غير عشوائية	مرتبطة	72.11	عشوائية	مرتبطة	88.86
0.97	غير عشوائية	غير مرتبطة	85.75	عشوائية	مرتبطة	88.68
0.98	غير عشوائية	غير مرتبطة	87.04	عشوائية	مرتبطة	88.44
0.99	عشوائية	غير مرتبطة	87.96	عشوائية	مرتبطة	88.52

من الجدول (7) نلاحظ أن أفضل أخطاء عشوائية للنموذج قبل عملية التراجع كان عند قيمة عامل التغاضي 0.99 في حين انه عند نفس قيمة عامل التغاضي كان هنالك ارتباط بين المدخلات وبواقي مخرجات النظام وعند التخلف الخامس تحديدا إلا أن المعيار الأكثر أهمية في التشخيص المتعاقب وهو الرسم الزمني لمعلمات النموذج النهائي وكما في الشكل (7) يوضح ثبات معلمات النموذج بعد عملية التراجع ARX(3,2,3) أفضل من نموذج قبل عملية التراجع ARX(7,5,3).



a - نموذج ARX(7,5,3) قبل عملية التراجع



b - نموذج ARX(3,2,3) بعد عملية التراجع

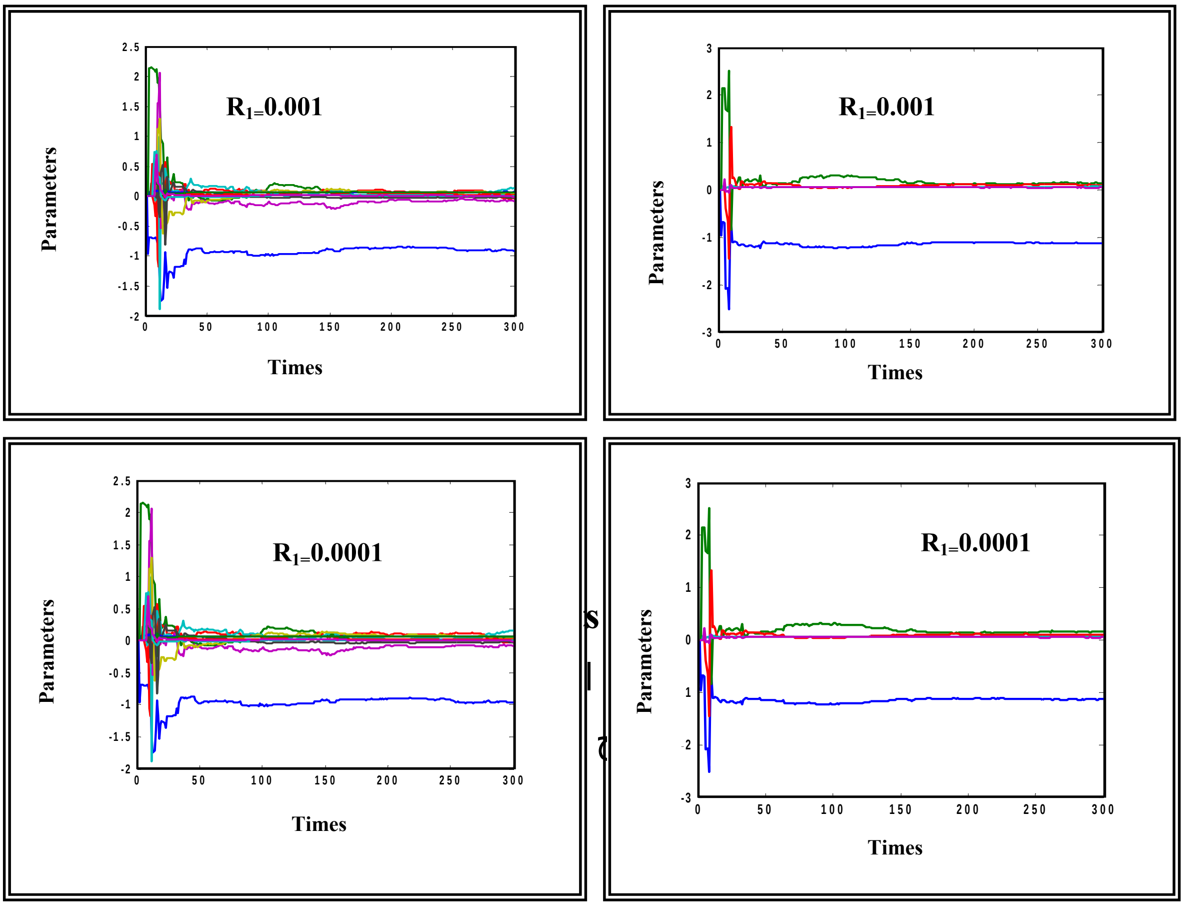
الشكل (7) :الرسم الزمني لمعلمات نموذج ARX بالتشخيص المتعاقب مع عامل التغاضي 0.99 لبيانات العالم

2. باستخدام مرشح كالمن

الجدول(8):يوضح معايير التشخيص on-line لنموذج ARX باستخدام مرشح كالمن لبيانات العالم Ljung (1999)

النموذج بعد التراجع			النموذج قبل التراجع			
ARX(3,2,3)			ARX(7,5,3)			
fitting	cross	resid	fitting	cross	resid	k.f.
87.58	مرتبطة	غير عشوائية	85.84	مرتبطة	غير عشوائية	0.01
89.62	غير مرتبطة	عشوائية	87.19	غير مرتبطة	عشوائية	0.001
88.75	غير مرتبطة	عشوائية	87.5	غير مرتبطة	عشوائية	0.0001

نلاحظ من الجدول (8) أن قيمة التغاير التي تعطي نموذجا تكون أخطاؤه عشوائية وعدم وجود أي ارتباط تقاطعي بين المدخلات وبواقي المخرجات هي عند 0.001 $=R_1$ و$R_1=0.0001$ للنماذج قبل عملية التراجع وبعدها إلا أن نـسبة المطابقـة كانت للنموذج بعد عملية التراجع أفضل مما هي عليه قبل عملية التراجـع وعنـد قيمتي التغاير وأن أفضل مطابقة كانت عند التغاير 0.001 فضلا عن قلـة عـدد معلمات النموذج بعد عملية التراجع وبالرجوع إلى المعيار الأكثر تعويلاً عليه فـي التشخيص المتعاقب وهو الرسم الزمني لمعلمات النموذج المشخص يتبين من الشكل ثبات معلمات النموذج مع الزمن للنموذج الذي تم اختياره بعد عملية التراجع عـن ذاك الذي تم اختياره قبل عملية التراجع .



نموذج (3,2,3) ARX بعد التراجع

نموذج (7,5,3) ARX قبل التراجع

الشكل(8): الرسم الزمني لمعلمات نموذج ARX باستخدام مرشح كالمن بقيم تغاير مختلفة هي (0.001, 0.0001) قبل وبعد عملية التراجع لبيانات Ljung (1999)

1.إن الآلية التي سبق للباحث اقتراحها من خلال عملية التراجع في سبيل الوصول إلى أفضل نموذج مثلت الحجر الأساس في نجاح عملية التشخيص على الخط وذلك عند المقارنة بين النتائج للنماذج التي تم تحديدها قبـل عمليـة التراجـع وبعـدها (حياوي،2006).

أ) تجارب المحاكاة

1. حقق نموذج الانحدار الذاتي مع مدخلات إضافية ARX(2,2,2) بعد عملية التراجع نتائج ايجابية للشروط الإحصائية عند استخدام عامل التغاضي بقيمـة 0.99 من حيث عشوائية الأخطاء وعدم وجود ارتباط تقاطعي معنوي بـين المدخلات وبواقي المخرجات انظر الجدول (1) والـشكل (1) ،أمـا عنـد استخدام مرشح كالمن وبقيمة تغاير 0.0001 فقد حقق هذا النموذج الشروط الإحصائية أيضا وبنسبة مطابقة 80.4 واستقرارية للمعلمات بشكل متناسـب مع الزمن انظر الجدول (4) والشكل (4).

2. فيما يخص نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة مـع مـدخلات إضافية ARMAX فقد حقق هذا النمـوذج بالمعلمـات ARMAX(2,2,2,2) بعد عملية التراجع نتائج ايجابية للشروط الإحصائية أيضا عند استخدام عامل التغاضي وبقيمة 0.99 من حيث عشوائية الأخطاء وعـدم وجـود ارتبـاط تقاطعي معنوي بين المدخلات وبواقي المخرجات فـضلا عـن الاسـتقرار الزمني لمعلمات النموذج بعد التراجع كانت أفضل مما هي عليه قبل التراجع وبنسبة مطابقة 79.13 ،انظر الجدول (2) والشكل (2) ،أما عنـد اسـتخدام مرشح كالمن مع نموذج ARMAX فقد تبين عدم تحقق الشروط الإحـصائية وبقيم التغاير المختلفة من حيث عشوائية الأخطاء وعدم وجود ارتباط تقاطعي معنوي بين المدخلات وبواقي المخرجات،إلا أن الرسـم الزمنـي لمعلمـات النموذج عند قيمة التغاير 0.0001 كان أفضل بعد عملية التراجع ممـا هـو عليه قبل التراجع انظر الجدول (5) والشكل (5).

3. أما بالنسبة لنموذج خطأ المخرجات OE فقد حقق الشروط الإحصائية مـن حيث عشوائية الأخطاء وعدم وجود ارتباط تقاطعي معنوي بـين المـدخلات وبواقي المخرجات وباستقرار زمني ملائم لمعلمـات النمـوذج مـع عامـل التغاضي وبقيمة 0.99 ،انظر الجدول (3) والشكل (3) ،كمـا حقـق هـذا النموذج الشروط الإحصائية أيضا واستقرارية المعلمات مـع الـزمن عنـد

استخدام مرشح كالمن وبقيمة تغاير 0.0001 ،انظر الجـدول (6) والـشكل (6).

4. لوحظ من خلال إجراء العديد من تجارب المحاكاة بأنه كلما اقتربـت قـيم عامل التغاضي من الواحد كانت أفضل في إعطاء نماذج تحقق الاسـتقرارية لمعلمات النموذج مع الزمن بينما في حالة مرشح كالمن فإنه كلما قلت قيمـة التغاير بحيث تقترب من الصفر كانت استقرارية معلمات النموذج مع الـزمن أفضل في معظم النماذج.

ب) دراسة الحالة

1. باستخدام نموذج الانحدار الذاتي مع مدخلات إضافية ARX(3,2,3) الـذي تم تشخيصه بالآلية المقترحة على بيانات Ljung(1999) أي بعد عمليـة التراجع والذي حقق الشروط الإحصائية وبتطبيق التشخيص المتعاقب مـع عامل التغاضي فقد تم الحصول على نموذج بأخطـاء عـشوائية وبوجـود ارتباط تقاطعي معنوي بين المدخلات وبواقي المخرجـات عنـد التخلـف الخامس وهذا يمكن قبوله إحصائيا علما أن نسبة المطابقة كانت 88.52 إلا أن الرسم الزمني لاستقرارية المعلمات كان أفضل بعد استخدام آلية التراجع للنموذج مما كان عليه قبل التراجع ،انظر الجدول(7) والشكل (7).
2. عند استخدام مرشح كالمن وبقيمة تغاير 0.0001 مع النمـوذج الأفـضل الذي تم الحصول عليه بعد عملية التراجـع ARX(3,2,3) فقـد حقـق الشروط الإحصائية واستقرارية المعلمات مع الزمن وبشكل أفضل مما هي عليه قبل استخدام الآلية المقترحة،انظر الجدول (8) والشكل (8).
3. عند استخدام مرشح كالمن مع النموذج الأفضل ARX(3,2,3) الـذي تـم اختياره بعد عملية التراجع فان استقرارية المعلمات كانت أفضل مع عامـل التغاضي مما هي عليه مع مرشح كالمن لنفس النموذج.

المصادر:

1. حياوي،هيام عبد المجيد (2006):"تـشخيص الـنظم الحركيـة الخطيـة التصادفية من خلال علاقتهـا مـع الـزمن "أطروحـة دكتـوراه(غيـر منشورة)،كلية علوم الحاسبات والرياضيات،جامعة الموصل،العراق.

2. Aström, K.J., & Wittenmark, B.,(1995):"**Adaptive Control**",2nd -,ed. Addison Wesley Publishing Company U.S.A.
3. Aström, K.j., & Wittenmark, B.,(1997):"**Computer Controlled Systems Theory and Design** ",3rd ed. Prentice Hall Inc. London.
4. Grewal, M.S., & Andrews, A.P.,(2001):"**Kalman Filtering:Theory and Practice using MATLAB**",2nd ed. John Wiley & So-ns Inc. New York U.S.A.
5. Hinchliffe, M.,(2001):"**Dynamic Modeling using Genetic Pro-gramming**",Ph.D.Thesis Depts. of Chemical and Process Engineering Univ-ersity of Newcastle upon Tyne.
6. Kanjilal, P.P.,(1995):"**Adaptive Prediction and Predictive Control**", Peter Peregrines Ltd. London.
7. Ljung, L., & Söderström, T.,(1983):"**Theory and Practice of Recursive Identification**", IT Press Cambridge Massachusetts London England.
8. Ljung, L., (1999):"**System Identification Theory for user**",2nd ed. Prentice Hall Upper Saddle River N.J. London UK.
9. Ljung, L., (2002):"**System Identification Toolbox for use with MATLAB**", 5.0 Mathworks Inc.
10. Nelles, O., (2001):"**Nonlinear System Identification from Clas-sical Approach to Neural Network and Fuzzy Models**", Springer Verlag Belin Heidelberg Germany.
11. Söderström,T., & Stoica, P.,(1989):"**System Identification**", Pr-entice Hall International UK. Ltd.
12. XinXu, Han.gen,He, & Dewen,Hu.,(2002):"**Efficient Reinfor-cement Learning using Recursive Least-Square Metho-ds**",Journal of Artificial Intelligence Research 16 PP.(259-292).