المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (20) 2011
عدد خاص بوقائع المؤتمر العلمي الرابع كلية علوم الحاسوب والرياضيات
ص ص [553– 569]

إيجاد امثل إستراتيجية للألعاب الساكنة باستخدام الخوارزمية الجينية

د.بان احمد حسن متراس* أسماء صلاح الدين سليمان**

المستخلص

تم في هذا البحث استخدام إحدى خوارزميات الذكاء الاصطناعي وهي الخوارزمية الجينية التي تعتمد على تطبيق المفاهيم التطورية من الانتقاء والتعابر والطفرة. إذ تم اقتراح خوارزمية جينية للألعاب الساكنة لإيجاد التوازن وتقدير مقدر المربعات الصغرى المحاذي وقد أدى تطبيق الخوارزمية الجينية إلى إيجاد عدد من الحلول بعدد مرات التوليد التي تمثل الحل الأمثل (امثل قيمة لإيجاد التوازن).

Finding Optimal Strategy for Static Games by Using Genetic Algorithm

Abstract

In this paper, one of the artificial intelligence algorithms was used, which is the genetic algorithm that is based on the application of innovative concepts including selection, crossover and mutation. A genetic algorithm was suggested for the static games to find the equilibrium and to estimate the asymptotic least squares was suggested, and we obtain good results in comparison with the ordinary algorithm. The application of the genetic algorithm on static games led to finding several solutions according to the times of simulations that represent the optimum solution (the optimum value of equilibrium).

Key word: game theory, genetic algorithm, optimal equilibrium strategy.

* أستاذ مساعد/كلية علوم الحاسوب والرياضيات/جامعة الموصل
** ماجستير/ كلية علوم الحاسوب والرياضيات/جامعة الموصل

تاريخ التسلم :2011/10/1 ـــــــــــ تاريخ القبول : 21 /12 /2011

1. مقدمة Introduction:

ظهرت البوادر الأولية لمفهوم نظرية الألعاب قبل الحرب العالمية الثانية بالتحديد عام 1921م حين استخدمت من قبل العالم الفرنسي (Emile Borel). وبعد ذلك تطورت النظرية تطورا سريعا بعد الحرب العالمية الثانية خصوصا بعد أن تم التوصل إلى مفهوم البرمجة الخطية من قبل العالم (Dantizig) [3].

وقد ساعدت على وجود نظرية الألعاب وتطورها، البحوث والتحليلات التي أجراها العالم (Von Neumann) في عام 1928 م. إذ برهن بموجب تلك التحليلات أسس نظرية الألعاب [2].

تم تطبيق نظرية الألعاب في المجالات العسكرية والمدنية التي تتطلب اتخاذ قرار معين. ففي كثير من الأحيان تكون الظروف المحيطة بالمشكلة غامضة وغير واضحة مما يؤدي إلى أن تكون عملية اتخاذ القرار صعبة فعلى سبيل المثال الحملات الإعلامية المتنافسة أو التخطيط لإستراتيجيات الحرب لمواجهة العدو أو ما شابه ذلك[3].

وقد استفادت المنشآت الصناعية فائدة كبيرة من تطور نظرية الألعاب إذ تحاول كل شركة زيادة حصتها من المنتجات في الأسواق بإتباع طرائق مناسبة للشركة سواء أكان بتحسين منتجاتها بالأسواق المحلية أم باستخدام أساليب دعائية مختلفة[1].

2. الخوارزمية الجينية (Genetic Algorithm GA):

تعد الخوارزمية الجينية أحد أساليب الذكاء الاصطناعي وهي من الأساليب الحديثة، كما إنها واحدة من خوارزميات البحث العامة المعتمدة على آلية الانتقاء الطبيعي ونظام الجينات الطبيعية، طورت على يد العالم جون هولاند (John Holland) عام 1970 في جامعة ميشيكان[4]، وفي عام 1975 قام بتطبيقها على مسائل الامثلية المركبة (Combination Optimization Problems) [5]، كذلك قام Goldberg بتطبيق الخوارزمية الجينية على بعض مسائل الامثلية في كتابه الذي نشر عام 1989 إذ تناول فيه هذه المسائل وكيفية حلها باستخدام هذه الخوارزمية.

إن فكرة العمل للخوارزمية الجينية تعتمد بشكل دقيق على أفكار الهندسة الوراثية والتي تتميز بالإنتاج المقصود للمجموعات الموروثة بهدف تكوين أفراد ذات صفات جيدة، وعلى هذا الأساس تقوم الخوارزمية الجينية بانتخاب الحلول الفضلى من بين عدد كبير من الحلول وإجراء بعض التداخلات والتبديلات بين هذه الحلول بهدف تكوين حلول فضلى [4].

3. إيجاد التوازن وتقدير المعلمات للألعاب الساكنة:

Finding an Equilibrium and Estimate Parameters for Static Games:

لوصف الألعاب الساكنة نحتاج إلى تحديد.

1. مجموعة من اللاعبين N إذ أن $N=\{1,2,....,n\}$.
2. مجموعة من التحركات التي يرمز لها بالرمز A_i لكل لاعب i $(i \in N)$ وان كل تحـرك يرمز له بالرمز a_i $(a_i \in A_i)$.
3. العوائد لكل لاعب i الناتجة من مجموعة التحركات المستخدمة من قبل جميع اللاعبين إذ يرمـــــــــز للعوائـــــــــــد بـــــــــالرمز $u_i(a_i, a_j)$ إذ أن $(i, j \in N)$ $(\forall\, a_i \in A_i \text{ and } a_j \in A_j)$[7].

إذ أن مثل هذه الألعاب الكلاسيكية يمكن أن توسع لتتضمن نوعين من المتغيـرات همـا متغير الطلب العام أي المشاهد من قبل اللاعبين ومتغير الربح الخاص بكل لاعب. وان متغير الطلب يوضح فيما إذا كان الطلب على العرض الذي يقدمه اللاعب قليلاً أو متوسطاً أو عاليـاً إذ يرمز لمتغير الطلب بالرمز S وان $S\in\{b_1,b_2,b_3\}$ وليكن $b_1=1$ عندما يكون الطلب علـى العرض الذي يقدمه اللاعب قليلاً و$b_2=2$ عندما يكون الطلب على العـرض الـذي يقدمـه اللاعب متوسطاً و $b_3=3$ عندما يكون الطلب على العرض الذي يقدمه اللاعب عالياً. وفيمـا يأتي توضيح لخطوات الخوارزمية الاعتيادية لإيجاد التـوازن وتقـدير المعلمـات للألعـاب الساكنة:

سوف يتم القيام بمحاكاة لعبة مكونة من لاعبين وليكن اللاعبان عبارة عن شركتين وكـل شركة i $(i=1,2)$ أمامها تحركـان لبيـان فيمـا إذا كانـت فعالـة أم غيـر فعالـة أي أن $a_i \in \{active, not\ active\}$ ويتم اختيار هذه التحركات من قبل كل شركة. والخطوات هي كالآتي:

أولا: يتم فرض قيم لتمثل ربح كل شركة i عندما تكون فعالة (أي عندما تختـار الـشركة i التحرك active) وان هذه القيم تكون بشكل متجه صفي كالآتي:

$$\theta=\left[\theta_1^1, \theta_1^2, \theta_2^1, \theta_2^2\right] \quad (1)$$

إذ أن

θ_i^1: تمثل ربح الشركة i عندما تختار التحرك active في حين أن الشركة الثانية تختـار التحرك not active .

θ_i^2: تمثل ربح الشركة i عندما تختار التحرك active في حين أن الشركة الثانية تختار التحرك active أيضا بشرط أن تكون $\theta_i^1 > \theta_i^2$

ثانيـــــــــا: حساب قيمة العائد لكل شركة i $(i=1,2)$ الذي يعتمد بدوره علـى تحركات الشركتين وعلى متغير الطلب إذ يحسب على وفق المعادلة الآتية:

$$u_i\left(a_i , a_j , S\right)=\begin{cases}\theta_i^1 * S & if \quad a_i = active \quad a_j = not\,active\\ \theta_i^2 * S & if \quad a_i = active \quad a_j = active\\ \\ 0 & O.W.\end{cases} \qquad (2)$$

ثالثــــــــــــا: إيجاد العائد المتجمع الذي يُعد متغيراً خاصاً بكل شـركة والـذي يرمز له بالرمز ε_i ويتم إيجاده بتوليد قيم عشوائية من التوزيع الطبيعي القياسي (قيمة لكـل شركة) وبعد ذلك إيجاد دالة التوزيع التراكمية لهذه القيم. إذ أن هذا العائد يدخل فـي تكـوين العائد الكلي للشركة i عندما تختار التحرك active في حين انه لا يدخل في تكـوين العائـد الكلي للشركة i عندما تختار التحرك not active بغض النظر عن تحرك الـشركة الثانيـة. وذلك حسب المعادلتين الآتيتين:

$$u_i\left(\text{not active} , a_j , S\right)= 0 \qquad if\ a_i = not\,active \qquad (3)$$

المعادلة أعلاه تبين بان العائد المتجمع لم يدخل في تكوين العائد الكلي للشركة i أي يبقـى كما كان سابقا. أما المعادلة التي توضح بان العائد المتجمع يدخل في تكوين العائد الكلي فهـي كالآتي:

$$u_i\left(\text{active} , a_j , S\right)=\begin{cases}\left(\theta_i^1 * S\right)+\varepsilon_i \ \ if \ \ a_i = active; a_j = not\,active\\ \left(\theta_i^2 * S\right)+\varepsilon_i \ \ if \ a_i = active; a_j = active\end{cases} \qquad (4)$$

رابعــــــــــــا: إيجاد شروط التوازن والتي تتضمن إيجـاد نـوعين مـن الاحتمالات هما:

- احتمالات حول سلوك الخصم والتي يرمز لها بالرمز $q_i(S)$ المعتمدة على متغير الطلـب S إذ تمثل احتمالية الشركة i عندما تختار الـشركة j التحـرك active أي أن $1-q_i(S)$ تمثل احتمالية الشركة i عندما تختار الشركة j التحرك not active.

في حالة التوازن يجب أن يكون اختيار التحرك active هو أفضل استجابة بوجود العائـد المتجمع. ويتم حساب شرط أفضل استجابة باستخدام المعادلة الآتية:

$$\left[1-q_i\left(S\right)\right]* \theta_i^1 * S + q_i\left(S\right)* \theta_i^2 * S + \varepsilon_i \geq 0 \qquad (5)$$

بمعنى انه إذا تحقق الشرط (5) سوف تتحقق لدينا أفضل استجابة عند اختيـار التحـرك active من قبل الشركتين.

- حساب احتمالية اختيار الشركة i $(i=1,2)$ التحرك active في حالة الطلـب S والتـي يرمز لها بالرمز $P_i(S)$ على وفق المعادلة الآتية:

$$P_i\left(S\right)= 1-\Phi\left(\left[1-q_i\left(S\right)\right]* \theta_i^1 * S + q_i\left(S\right)* \theta_i^2 * S\right) \qquad (6)$$

لكل من $(i=1,2)$ و $S=\{1,2,3\}$

وهذه الاحتمالية بدورها تؤدي إلى نظام المعادلة الذي يحـدد الاختيـارات المثالـى بإعطـاء الاحتمالات $q = \left(q_i(S)_{i=1}^{2}\right)_{s=1}^{3}$. إذ يمكن كتابة المعادلة (6) على شكل متجه بالرموز الآتية:

$$\mathrm{P} = \Psi(q,\theta) \qquad (7)$$

إذ أن:

$$\mathrm{P} = \left(\mathrm{P}_i(S)_{i=1}^{2}\right)_{s=1}^{3} \qquad (7a)$$

$$\theta = \left[\theta_1^1, \theta_1^2, \theta_2^1, \theta_2^2\right] \qquad (7b)$$

(7a): تمثل متجه احتمالات اختيار الشركتين للتحرك active.

(7b): يمثل متجه معلمات الربح للشركتين.

Ψ : تمثل الدالة المتعددة التي تميز أفضل استجابة.

في حالة التوازن الاحتمالات تكون ثابتـة (متـساوية) أي أن $\mathrm{P}_i(S) = q_i(S)$ لكـل $(i = 1,2)$ و$S = \{1,2,3\}$ وهذا بدوره يحل مشكلة النقطة الثابتـة (الـصامدة) فـي حـدود احتمـالات الاختيار$\mathrm{P}_i(S)$ والتي تحدد بالمعادلة الآتية:

$$\mathrm{P} = \Psi(\mathrm{P},\theta) \qquad (8)$$

إذ أن المعادلة (8) تمثل نظام معادلات التوازن والتي تمثل أيـضا العلاقـة بين احتمالات الاختيار $\mathrm{P}_i(S)$ ومتجه معلمات النموذج θ. وان حسب اللعبة المدروسة التـي تتكون من شركتين وتحركين وثلاثة متغيرات للطلب فانه ينتج ست معـادلات التـي تمثـل معادلات أفضل استجابة من المعادلة (8).

خامسـ ـ ـ ـ ـ ـ ـا: في هذه الخطوة يتم استخدام مقدر المربعات الصغرى المحاذية لتقدير معلمات النموذج المتمثلة بـ(P,θ)وبما أن مقدر اللعبة الحركية هو مشابه تماما لمقدر اللعبة الساكنة بإضافة عامل الزمن. إذن يُعد توازن المحاذي هو تـوازن اللعبـة الـساكنة عنـدما $(t = 0)$. إذن أصبح المقدر تقريبياً عند دخول عامل الزمن ولهـذا سـمي (Asymptotic Least Square Estimator) هذا ما يخص احتمالات اختيار التوازن $\mathrm{P}_i(S)$ لـذلك فـان مقدر احتمالات اختيار التوازن $\mathrm{P}_i(S)$ هي نفسها وبناء على ذلك يتم تحويل كل P إلى $\hat{\mathrm{P}}$ في المعادلة (8) وكالاتي:

$$\hat{\mathrm{P}} - \Psi(\hat{\mathrm{P}},\theta) = 0 \qquad (9)$$

النظام المتمثل بالمعادلة(9) ينتج عدد من المعادلات التي تكون فيها قيم θ مجهولة ولغرض تقدير متجه المعلمات θ فان الطريقة المستخدمة لذلك موضحة فـي الخطوة الآتية.

سادسا: يتم استخدام طريقة المربعات الصغرى على نظام المعادلة (9) لتقدير متجه المعلمة θ وذلك باستخدام مصفوفة الوزن W ذات بعد (6×6). إذ أن صيغة مقدر المربعات الصغرى تعطى كالآتي:

$$\min_{\theta} \left[\hat{P} - \Psi\left(\hat{P},\theta\right)\right]' W \left[\hat{P} - \Psi\left(\hat{P},\theta\right)\right] \quad (10)$$

الحل يكون بإيجاد الـ min للمعادلة(10) بالنسبة لـ θ وباستخدام مصفوفة الوزن المختارة W [6].

4. استخدام الخوارزمية الجينية لإيجاد التوازن وتقدير المعلمات للألعاب الساكنة

Using Genetic Algorithm to Finding Equilibrium and Estimate Parameters for Static Games

يتم استخدام الخوارزمية الجينية لإيجاد التوازن وتقدير المعلمات للألعاب الساكنة على وفق الخطوات الآتية التي تمثل خطوات الخوارزمية الجينية المقترحة لحل الألعاب الساكنة.

الخوارزمية الجينية المقترحة لحل الألعاب الساكنة

(Proposed Genetic Algorithm to Solve Static Games)

وتتضمن:

الخطوة (1) البيانات الأولية (Initial Data): يتم قراءة قيم المتغيرات في الألعاب الساكنة والتي تشمل:

- التحركات: وتتضمن $a_i \in \{active, not\ active\}$ إذ أن $(i = 1,2)$
إذ يتم استخدام قيم التشفير الثنائي لتمثل التحركات والتي على أساسها يتم برمجة المسالة.
- θ_i: وتمثل الربح لكل شركة i عندما تكون فعالة (أي عندما تختار الشركة i التحرك active) ويتم قراءتها على شكل متجه صفي كالآتي:
$\theta = \left[\theta_1^1, \theta_1^2, \theta_2^1, \theta_2^2\right]$
بشرط أن تكون $\theta_i^1 > \theta_i^2$ لكل $(i = 1,2)$
- S : متغيرات الطلب على العرض الذي تقدمه الشركة وحسب اللعبة المدروسة فان $S \in \{b_1, b_2, b_3\}$ وليكن $b_1 = 1$ عندما يكون الطلب على العرض الذي تقدمه الشركة قليلاً و$b_2 = 2$ عندما يكون الطلب على العرض الذي تقدمه الشركة متوسطاً و $b_3 = 3$ عندما يكون الطلب على العرض الذي تقدمه الشركة عالياً.
- ε_i: العائد المتجمع الذي يتم توليده عشوائيا باستخدام الدالة التراكمية للتوزيع الطبيعي القياسي.

- u_i: عائد الشركة i قبل دخول العائد المتجمع في تكوينه وكذلك قراءة قيم العائد u_i بعد دخول العائد المتجمع في تكوينه.
- $q_i(S)$: والتي تمثل الاحتمالات حول سلوك الخصم.
- شرط أفضل استجابة والموضح في المعادلة (5).
- احتمالات الشركة عندما تكون فعالة (أي عندما تختار التحرك active) والتي يرمز لها بالرمز $P_i(S)$.

الخطوة (2) إنشاء الجيل الابتدائي (Initial Generation): إذ يتكون الجيل من مجموعة كروموسومات التي تمثل عدد الشركات في اللعبة. وان كل كروموسوم يتكون من عدد من الجينات (عددها يساوي عدد القيم الموجودة في متجه المعلمة θ التي تعود لكل شركة حسب اللعبة المدروسة).

الخطوة (3) دالة الهدف (Objective Function): في هذه الخطوة يتم حساب دالة الهدف والتي تمثل المعادلة التي تستخدم لتقدير متجه المعلمات θ والمرقمة (10) وتحسب هذه المعادلة لكل مقطع من مقاطع الجيل. وان قيمة اللياقة هي دالة الهدف نفسها.

ثم بعد ذلك تطبق عناصر الخوارزمية الجينية عليها كالانتقاء من الأنواع (انتقاء المجموعات (Tournament), انتقاء عجلة الروليت (Roulette) والانتقاء المنتظم (Uniform)) والتعابر من الأنواع (التعابر الحدسي (Heuristic)، التعابر ذو نقطة القطع الواحدة (Single Point) والتعابر ذو نقطتي القطع (Two Point)) والطفرة من الأنواع (الطفرة المنتظمة (Uniform) والطفرة الاعتيادية (Gaussian)) وتسجل النتائج بعد كل توليد إلى أن يتم التوصل إلى نتائج مناسبة يتم التوقف عن التوليد والأخذ بالنتائج التي تم الحصول عليها.

5. محاكاة لإيجاد الحل للألعاب الساكنة باستخدام الخوارزميتين الاعتيادية و الجينية وحسب اللعبة المدروسة.

خُصص هذا الجزء من البحث لعمل محاكاة Simulation للعبة المدروسة بإعطاء قيم ابتدائية لمتجه المعلمات θ وعلى أساسها تم إيجاد بقية معطيات اللعبة وكالاتي:

5.1 استخدام الخوارزمية الاعتيادية لإيجاد الحل.

وتتضمن الخطوات الآتية:

أولا: تم إعطاء قيم لـ θ باعتماد الشرط $\theta_i^1 > \theta_i^2$ لكل $(i=1,2)$ وكالآتي:

$\theta_1^1 = 0.61$ و $\theta_1^2 = 0.19$ و $\theta_2^1 = 0.15$ و $\theta_2^2 = 0.07$

ثانيا: إيجاد العائد u_i لكل شركة i قبل دخول العائد المتجمع في تكوينها باعتماد المعادلة (2) ويتم إدخال هذه العوائد في مصفوفات تدعى مصفوفات الدفع وعدد هذه المصفوفات بعدد متغيرات الطلب S وحسب اللعبة المدروسة أصبح هناك ثلاث مصفوفات للدفع كالآتي:

الشركة 2

الشركة 1		active	not active
	active	0.19 , 0.07	0.61 , 0
	not active	0 , 0.15	0 , 0

S=1

الشركة 2

الشركة 1		active	not active
	active	0.38 , 0.14	1.22 , 0
	not active	0 , 0.30	0 , 0

S=2

الشركة 2

الشركة 1		active	not active
	active	0.57 , 0.21	1.83 , 0
	not active	0 , 0. 45	0 , 0

S=3

ثالثا: تم إيجاد العائد المتجمع ε_i بتوليد قيم عشوائية من التوزيع الطبيعي القياسي ولتكن هذه القيم هي 0.3188 للشركة الأولى و 2.2588- للشركة الثانية وبعد ذلك إيجاد دالة التراكمية لهذه القيم إذ تم إيجاد القيمتين الآتيتين:

$$\varepsilon_1 = 0.6251 \, , \varepsilon_2 = 0.0119$$

رابعا: إدخال العائد المتجمع ε_i في تكوين العائد الكلي على وفق المعادلتين (3) و (4) إذ أصبحت مصفوفات الدفع السابقة كالآتي:

الشركة 2

الشركة 1

	active	not active
active	0.8151 , 0.0819	1.2351 , 0
not active	0 , 0.1619	0 , 0

S=1

الشركة 2

الشركة 1

	active	not
active	1.0051, 0.1519	1.8451 , 0
not active	0 , 0.3119	0 , 0

S=2

الشركة 2

الشركة 1

	active	not active
active	1.1951, 0.2219	2.4551 , 0
not active	0 , 0.4619	0 , 0

S=3

خامسا: تم حساب الاحتمالات حول سلوك الخصم $q_i(S)$ باعتماد الخطوة الرابعة من الفقـرة (3) والتي يكون فيها التفسير حول سلوك الخصم إذ كانت الفرضية كالآتي:

$$q_1(1) = 0.50 \quad ; \quad 1 - q_1(1) = 0.50$$
$$q_1(2) = 0.50 \quad ; \quad 1 - q_1(2) = 0.50$$
$$q_1(3) = 0.50 \quad ; \quad 1 - q_1(3) = 0.50$$
$$q_2(1) = 0.60 \quad ; \quad 1 - q_2(1) = 0.40$$
$$q_2(2) = 0.60 \quad ; \quad 1 - q_2(2) = 0.40$$

$q_2(3) = 0.60 \quad ; \quad 1 - q_2(3) = 0.40$

سادسا: تم حساب شرط أفضل استجابة على وفق المعادلة (5) إذ كانت النتائج بالنسبة للشركتين كالآتي:

- بالنسبة للشركة الأولى فان شرط أفضل استجابة لها هو

$$[1 - q_1(1)] * \theta_1^1 * 1 + q_1(1) * \theta_1^2 * 1 + \varepsilon_1 = 1.0251 \geq 0$$

النتيجة السابقة تمثل شرط أفضل استجابة للشركة الأولى عندما S=1

$$[1 - q_1(2)] * \theta_1^1 * 2 + q_1(2) * \theta_1^2 * 2 + \varepsilon_1 = 1.4251 \geq 0$$

أما النتيجة أعلاه فهي تمثل شرط أفضل استجابة للشركة الأولى عندما S=2

$$[1 - q_1(3)] * \theta_1^1 * 3 + q_1(3) * \theta_1^2 * 3 + \varepsilon_1 = 1.8251 \geq 0$$

والنتيجة أعلاه تمثل شرط أفضل استجابة للشركة الأولى عندما S=3

- **أما بالنسبة للشركة الثانية فان شرط أفضل استجابة هو**

$$[1 - q_2(1)] * \theta_2^1 * 1 + q_2(1) * \theta_2^2 * 1 + \varepsilon_2 = 0.1139 \geq 0$$

النتيجة أعلاه تمثل شرط أفضل استجابة للشركة الثانية عندما S=1

$$[1 - q_2(2)] * \theta_2^1 * 2 + q_2(2) * \theta_2^2 * 2 + \varepsilon_2 = 0.2159 \geq 0$$

والنتيجة أعلاه تمثل شرط أفضل استجابة للشركة الثانية عندما S=2

$$[1 - q_2(3)] * \theta_2^1 * 3 + q_2(3) * \theta_2^2 * 3 + \varepsilon_2 = 0.3179 \geq 0$$

والنتيجة أعلاه تمثل شرط أفضل استجابة للشركة الثانية عندما S=3

جميع النتائج التي تم الحصول عليها قد حققت المعادلـة (5) (أي حققـت شـرط أفـضل استجابة).

سابعا: تم حساب احتمالات الشركة i عندما تختار التحرك active على وفـق المعادلـة (6) لكل $(i = 1,2)$ وكانت النتائج كالآتي:

$$P_1(1) = 1 - \Phi(0.50 * 0.61 * 1 + 0.50 * 0.19 * 1) = 1 - \Phi(0.4) = 0.3446$$

النتيجة أعلاه تمثل احتمالات الشركة الأولى عندما S=1

$$P_1(2) = 1 - \Phi(0.50 * 0.61 * 2 + 0.50 * 0.19 * 2) = 1 - \Phi(0.8) = 0.2119$$

والنتيجة أعلاه تمثل احتمالات الشركة الأولى عندما S=2

$$P_1(3) = 1 - \Phi(0.50 * 0.61 * 3 + 0.50 * 0.19 * 3) = 1 - \Phi(1.2) = 0.1151$$

والنتيجة أعلاه تمثل احتمالات الشركة الأولى عندما S=3

$$P_2(1) = 1 - \Phi(0.40 * 0.15 * 1 + 0.60 * 0.07 * 1) = 1 - \Phi(0.102) = 0.4594$$

أما النتيجة أعلاه فهي تمثل احتمالات الشركة الثانية عندما S=1

$$P_2(2) = 1 - \Phi(0.40 * 0.15 * 2 + 0.60 * 0.07 * 2) = 1 - \Phi(0.204) = 0.4192$$

و النتيجة أعلاه تمثل احتمالات الشركة الثانية عندما S=2

$$P_2(3) = 1 - \Phi(0.40 * 0.15 * 3 + 0.60 * 0.07 * 3) = 1 - \Phi(0.306) = 0.3798$$

والنتيجة أعلاه تمثل احتمالات الشركة الثانية عندما S=3

إذ أن Φ : تمثل دالة التراكمية للتوزيع الطبيعي القياسي تم إيجادها للقيم أعلاه على وفـق الإيعاز الآتي:

$$normcdf\,(X,0,1)$$

وان X : تمثل متجه القيم $X = [0.4 \quad 0.8 \quad 1.2 \quad 0.102 \quad 0.204 \quad 0.306]$. والمعادلـة (6) تؤدي إلى نظـام المعادلـة الـذي يميـز الاختيـارات المثلـى بإعطـاء الاحتمـالات $q = \left(q_i(S)_{i=1}^{2}\right)_{s=1}^{3}$ ويمكن كتابة المعادلة (6) على شكل متجهات كما في المعادلة (7)الآتية:

$$P = \Psi(q,\theta) \qquad (7)$$

إذ أن:

$$P = \left(P_i(S)_{i=1}^{2}\right)_{s=1}^{3}$$

وحسب شرط التوازن الذي تكون فيه قيمة $P_i(S) = q_i(S)$ لكـل $(i = 1,2)$; $(S = 1,2,3)$ إذن يمكن كتابة المعادلة (7) بالشكل الآتي:

$$P = \Psi(P,\theta) \qquad (8)$$

إذ أن المعادلة (8) تمثل شرط التوازن.

ثامنا: تقدير معلمات النموذج في المعادلة(8) وحسب الخطوة (5) من الفقرة (3) فقد تم عـد جميع قيم الاحتمالات P مقدرة لذلك تم تحويل قيم الـ P إلى $\hat{P}$ على وفق المعادلة الآتية:

$$\hat{P} - \Psi(\hat{P},\theta) = 0 \qquad (9)$$

والتي تشمل ست معادلات تكون فيها قيم الـ θ مجهولـة (لـم يـتم تقديرها) ولغرض تقديرها يتم الانتقال إلى الخطوة الآتية.

تاسعا: تطبيق المعادلة الآتية:

$$\min_{\theta}\ \left[\hat{P} - \Psi(\hat{P},\theta)\right]'\ W\ \left[\hat{P} - \Psi(\hat{P},\theta)\right] \qquad (10)$$

التي تدعى طريقة المربعات الصغرى الموزونة باستخدام مـصفوفة الـوزن W ذات بعـد (6×6) لتقدير متجه المعلمة θ كالآتي:

$$W_i = \frac{1}{n} = \frac{1}{2} \qquad ; i = 1,2,3,4,5,6$$

إذ أن n : تمثل عدد الشركات ولذلك

$$W=\begin{bmatrix} W_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & W_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & W_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & W_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & W_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

نقوم بحساب أول جزء من المعادلة (10) والمتمثلة بالآتي:

$$\hat{P}-\Psi\left(\hat{P},\theta\right)=0$$

أي أن:

$$\hat{P}_i(S)-\left[1-\Phi\left(\left(1-\hat{P}_i(S)\right)*\theta_i^1*S+\hat{P}_i(S)*\theta_i^2*S\right)\right]=0 \qquad (11)$$

تم حساب المعادلة (11) لكل $(i=1,2)$ و $S=\{1,2,3\}$ وكانت النتائج كالآتي:

$$\Phi\left(0.50*\theta_1^1+0.50*\theta_1^2\right)=0.6554 \qquad \cdots\cdots(12)$$

المعادلة (12) تمثل ناتج تطبيق المعادلة (11) بالنسبة للشركة الاولى عندما S=1

$$\Phi\left(\theta_1^1+\theta_1^2\right)=0.7881 \qquad \cdots\cdots(13)$$

المعادلة (13) تمثل ناتج تطبيق المعادلة (11) بالنسبة للشركة الاولى عندما S=2

$$\Phi\left(1.50*\theta_1^1+1.50*\theta_1^2\right)=0.8849 \qquad \cdots\cdots(14)$$

المعادلة (14) تمثل ناتج تطبيق المعادلة (11) بالنسبة للشركة الاولى عندما S=3

$$\Phi\left(0.40*\theta_2^1+0.60*\theta_2^2\right)=0.5406 \qquad \cdots\cdots(15)$$

المعادلة (15) تمثل ناتج تطبيق المعادلة (11) بالنسبة للشركة الثانية عندما S=1

$$\Phi\left(0.80*\theta_2^1+1.2*\theta_2^2\right)=0.5808 \qquad \cdots\cdots(16)$$

المعادلة (16) تمثل ناتج تطبيق المعادلة (11) بالنسبة للشركة الثانية عندما S=2

$$\Phi\left(1.2*\theta_2^1+1.8*\theta_2^2\right)=0.6202 \qquad \cdots\cdots(17)$$

المعادلة (17) تمثل ناتج تطبيق المعادلة (11) بالنسبة للشركة الثانية عندما S=3

بعد أن تم التعويض بأقل قيم لـ θ التي تحقق المعادلات المرقمة (11) تم تطبيـق المعادلـة (10) كالآتي:

$$\left[\hat{P}-\Psi\left(\hat{P},\theta\right)\right]' W \left[\hat{P}-\Psi\left(\hat{P},\theta\right)\right]=$$

$$\begin{bmatrix}0.6554 & 0.7881 & 0.8849 & 0.5406 & 0.5808 & 0.6202\end{bmatrix} * \begin{bmatrix}\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}\end{bmatrix} * \begin{bmatrix}0.6554\\ 0.7881\\ 0.8849\\ 0.5406\\ 0.5808\\ 0.6202\end{bmatrix} =$$

$$0.2477458+0.310550805+0.391524005+0.14612418+0.16866432+0.19232402$$
$$=1.4241$$

أي أن الـ min بالنسبة لـ θ للمعادلة (10) هو:

$$\min_{\theta} \left[\hat{P}-\Psi\left(\hat{P},\theta\right)\right]' W \left[\hat{P}-\Psi\left(\hat{P},\theta\right)\right]=1.4241$$

5.2 استخدام الخوارزمية الجينية لإيجاد التوازن:

Using Genetic Algorithm to find equilibrium:

تمت تطبيق الخوارزمية الجينية لإيجاد أقل قيمة لدالة الهدف لتقدير قيم الـ θ كالآتي:

- تم استخدام الترميز الثنائي للتحركات لكلا الشركتين إذ أن
-

active =1010 , not active =1100

- وتم تحويل الترميز الثنائي إلى العشري فأصبحت القيم أعلاه كالآتي:
-

active =10 , not active =12

وعلى هذا الأساس تم كتابة البرنامج الذي يقوم بإيجاد قيم كل من الاحتمالات حـول سـلوك الخصم المتمثلة بقيم الـ $q_i(S)$ وشرط أفضل استجابة واحتمالات الـشركة عنـدما تختـار

التحرك active المتمثلة بقيم الـ $P_i(S)$. ودالة الهدف التي تمثل معادلة تقدير قـيم الـ ـ θ المرقمة(10) وكانت النتائج مطابقة للحل في الفقرة (**5.1**) وكالاتي:

1. **البيانات الأولية (Initial Data)**:

والتي تمت فيها قراءة قيم جميع متغيرات مسألة اللعبة الساكنة التي تُعد معطيات المثـال المراد حله وذلك باستخدام القيم العشرية للترميز الثنائي لقيم التحركات إذ أن:

active =10 , not active =12

وكذلك قراءة قيم الـ $\theta=[\theta_1^1,\theta_1^2,\theta_2^1,\theta_2^2]$ ومتغيرات الطلب S والعائد المتجمع وعائد الشركة قبل دخول العائد المتجمع في تكوينها وبعد دخول العائد المتجمع في تكوينها.

والاحتمالات حول سلوك الخصم المتمثلة بقيم الـ $q_i(S)$ وشرط أفضل استجابة واحتمـالات الشركة عندما تختار التحرك active المتمثلة بقيم الـ $P_i(S)$.

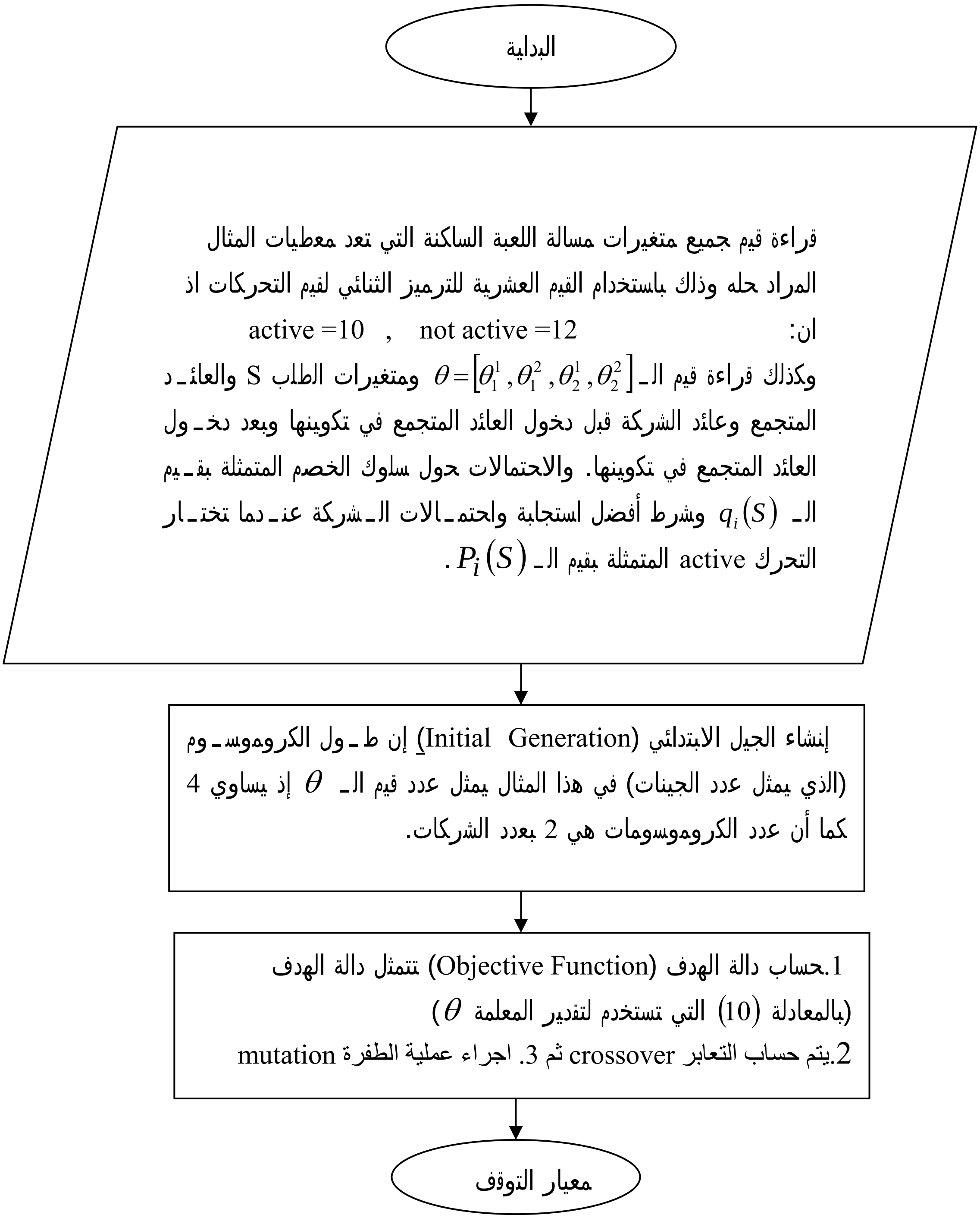
2. **إنشاء الجيل الابتدائي (Initial Generation)**:

إن طول الكروموسوم (الذي يمثل عدد الجينات) في هذا المثال يمثل عدد قيم الـ ـ θ إذ يساوي 4 كما أن عدد الكروموسومات هي 2 بعدد الشركات.

3. **دالة الهدف (Objective Function)**:

تتمثل دالة الهدف (بالمعادلة (10) التي تستخدم لتقدير المعلمة θ) والتي تـم برمجتهـا باستخدام برنامج (Matlab 7.0) بعدها تم تنفيذ جميع خطوات الخوارزمية الجينية باسـتخدام الـ Interface للخوارزمية الجينية بجعل قيم الـ θ مجهولة وتحديد أنواع كل من (الانتقاء, التعابر, الطفرة وعدد مرات التوليد)

والشكل (1) يمثل المخطط الانسيابي للخوارزمية الجينية المقترحة


البداية
قراءة قيم جميع متغيرات مسالة اللعبة الساكنة التي تعد معطيات المثال المراد حله وذلك باستخدام القيم العشرية للترميز الثنائي لقيم التحركات اذ ان: active =10 , not active =12
وكذلك قراءة قيم الـ $\theta = [\theta_1^1, \theta_1^2, \theta_2^1, \theta_2^2]$ ومتغيرات الطاب S والعائـد المتجمع وعائد الشركة قبل دخول العائد المتجمع في تكوينها وبعد دخـول العائد المتجمع في تكوينها. والاحتمالات حول سلوك الخصم المتمثلة بقـيم الـ $q_i(S)$ وشرط أفضل استجابة واحتمـالات الـشركة عنـدما تختـار التحرك active المتمثلة بقيم الـ $P_i(S)$.
إنشاء الجيل الابتدائي (Initial Generation) إن طـول الكروموسـوم (الذي يمثل عدد الجينات) في هذا المثال يمثل عدد قيم الـ θ إذ يساوي 4 كما أن عدد الكروموسومات هي 2 بعدد الشركات.
1.حساب دالة الهدف (Objective Function) تتمثل دالة الهدف (بالمعادلة (10) التي تستخدم لتقدير المعلمة θ)
2.يتم حساب التعابر crossover ثم 3. اجراء عملية الطفرة mutation
معيار التوقف

الشكل (1) يمثل المخطط الانسيابي للخوارزمية الجينية المقترحة لحل الألعاب الساكنة وكانت النتائج موضحة على وفق الجدول (1) كالأتي:

الانتقاء	التعابر	الطفرة	معيار التوقف	الجيل الحالي	قيمة دالة اللياقة	θ_1^1	θ_1^2	θ_2^1	θ_2^2
Uniform	Single point	Gaussian	25	25	0.01935957891258552	-1.54738	-0.62312	8-0.13681	-1.72597
Roulette	Single point	Gaussian	75	1	1.062107952664177	-0.25053	-1.17738	0.27453	0.65425
Tournament	Single point	Gaussian	90	8	0.001391029305279852	-1.53138	-2.73611	-0.29094	-2.54556
Uniform	Single point	Uniform	100	1	1.348552819660772	0.03534	0.47838	0.17079	0.19112
Roulette	Single point	Uniform	150	55	1.0367810580013397	0.0746	0.28413	0.02936	0.04173
Tournament	**Single point**	**Uniform**	**200**	**7**	**1.073277128992256**	**0.14442**	**0.08878**	**0.26317**	**0.04098**
Uniform	Two point	Gaussian	250	6	0.16724822461275612	-1.72051	0.81344	1.54911	-1.67087
Roulette	Two point	Gaussian	300	6	0.20304599983498772	-0.02843	-0.99219	-1.13261	0.30534
Tournament	Two point	Gaussian	350	1	1.1922382358210823	1.42783	-0.23046	-1.28499	0.10395
Uniform	Two point	Uniform	400	3	1.3846012226482225	0.1192	0.57157	0.0745	0.16138
Roulette	Two point	Uniform	450	7	1.2279650476521449	0.22453	0.11604	0.16025	0.20179
Tournament	Two point	Uniform	500	9	1.0773441993624406	0.09016	0.22595	0.00766	0.14585
Uniform	Heuristic	Gaussian	600	1	1.3432766182335067	-0.02614	-1.24416	0.82302	0.98994
Roulette	Heuristic	Gaussian	700	1	0.5848570837713382	-0.58708	-0.26409	0.304	0.14608
Tournament	Heuristic	Gaussian	800	1	1.0897801232803452	0.02555	0.43452	0.02555	0.01828
Uniform	Heuristic	Uniform	900	1	1.3479276010541847	0.14745	0.22144	0.3333	0.2027
Roulette	Heuristic	Uniform	1000	1	1.1779979064006525	-0.02288	-0.02218	0.49308	0.22341
Tournament	Heuristic	Uniform	1500	1	1.0690809822238339	0.03714	0.13967	0.00747	0.25223

الجدول (1) يمثل نتائج تطبيق الخوارزمية الجينية لإيجاد مقدرات المربعات الصغرى المحاذية للألعاب الساكنة

6. تفسير النتائج:

تم تفسير النتائج المتوصل إليها في الجدول (1) لكلا الشركتين وكالاتي:

اقل قيمة للشكل التربيعي الآتي:

$$\left[\hat{P}-\Psi\left(\hat{P},\theta\right)\right]'\ W\ \left[\hat{P}-\Psi\left(\hat{P},\theta\right)\right]$$

تساوي (1.073277128992256) والتي كانت عند قيم المتجه θ الذي يساوي $\theta=[0.14442 \quad 0.08878 \quad 0.26317 \quad 0.04098]$ بموجب الشرط $\forall(i=1,2)\ ;\ \theta_i^1>\theta_i^2$

إذ كانت هذه النتيجة عند الأنواع الآتية:

الانتقاء من نوع انتقاء المجموعات (Tournament).

الطفرة من نوع المنتظم (Uniform).
التعابر من نوع ذي نقطة القطع الواحدة (Single Point).
معيار التوقف: 200
الجيل الحالي: 7

7. الاستنتاجات Conclusions:

عند استخدام الخوارزمية الجينية استنتجنا أن الحل الأمثل للشكل التربيعي حصلنا عليه من الخوارزمية الجينية والذي كان أفضل من الحل الاعتيادي كما حصلنا على القـيم المثلـى لمتغيرات الشكل التربيعي للألعاب الساكنة

8. المصادر References:

1. جابر، عدنان شمخي وحسن، ضوية سلمان. (1988), "مقدمة في بحوث العمليـات"، بيت الحكمة، جامعة بغداد، وزارة التعليم العالي والبحث العلمي.
2. جزاع، عبد ذياب. (1986), "بحـوث العمليـات"، الطبعة الثانيـة، جامعـة بغـداد، وزارة التعليم العالي والبحث العلمي.
3. صالح، هلال هادي وعبو، خالد جرجيس وصادق, ثنـاء رشـيد. (1987), "بحـوث العمليـات وتطبيـقاتـها"، الجامعة التكنولوجية، اللجنة الجامعية للـشؤون العلميـة , وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
4. Goldberg, D.E. ,(1989), "Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning", Addison-Wesley.
5. Mitchell, M. ,(1998), "An Introduction to Genetic Algorithms", MIT Press, London.
6. Pesendorfer, M. and Dengler, P. S., (2008), "Asymptotic Least Squares Estimators for Dynamic Games", J. Review of Economic Studies, vol. 75, Issue3, pp.901-928, July.
7. Webb, J. N. , (2007), "Game Theory Decisions, Interaction and Evolution", Springer Science and Business Media, Springer.com