المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (20) 2011
عدد خاص بوقائع المؤتمر العلمي الرابع كلية علوم الحاسوب والرياضيات
ص ص [542– 552]

نمـوذج خـزين حركي متعـدد الفترات
Multi-Periods Dynamic Inventory Model

د.احمد محمود السبعاوي* غالية توفيق بشير**

المستخلص:

في هذا البحث تم تحليل نموذج خزين حركي متعدد الفترات Multi-Periods لعنصر وحيدٍ Single-item , إذ تتم مراجعة الخزين بشكل دوري Periodic Review لـ N مـن الفترات الزمنية , و الطلب في كل فترة يكون معلوماً لكنه متغير من فترة إلى أخرى, ولإيجاد حجم الطلبية المثالي والكلفة الكلية الصغرى للفترات قيد الدراسة فقد استخدم أسلوب البرمجـة الحركية لمعالجة النموذج. إذ بينت النتائج أن عدد الإدخالات باستخدام الخوارزمية كان أقل على افتراض ان مستوى الخزين يبدأ من الصفر.

Abstract

This paper derives the multi-periods dynamic inventory model for single-item in which the demand in each period is known but it varies from time to time. To find the ideal size of the order and the minimum total cost for the periods under study, the dynamic programming method for treating the model has been used. The results showed that the number of inputs by using the algorithm was less.

1- المقدمة:

يُعد أسلوب البرمجة الحركية واحداً من الأساليب المهمة في مجال الـسيطرة علـى الخـزين واتخاذ القرار حول حجم الطلبية الأمثل ومستوى الخزين الأمثل الواجب توافره, عندما يكـون الطلب متغيراً من فترة إلى أخرى (أي إن الطلب شاذٌ). إن أول من استخدم أسلوب البرمجـة الحركية في تحليل نماذج الخزين هما العالمان Wagner H.M. & Whitin T.M. (1958) إذ قاما ببناء نموذج خزين حركي بدون عجز لمادة واحدة Single-Item وافترضا أن مستوى الخزين في بداية أفق التخطيط يبدأ من الصفر إذ أظهرت الخوارزمية المقترحة كفاءتهـا فـي

* استاذ مساعد/ علوم الحاسوب والرياضيات/ جامعة الموصل
** طالبة ماجستير/ كلية علوم الحاسوب والرياضيات/ جامعة الموصل

تاريخ التسلم :2011/10/1 ـــــــــ تاريخ القبول : 21 /12 /2011

التوصل إلى السياسة المثلى. إذ تم نشر هذا البحث مرة ثانية في عـام (2004) بالمحتويـات والمضمون أنفسهما. وقد أعد Ehrhardt R. (1984) بحثاً تناول فيه بنـاء نمـوذج خـزين حركي بفترة توريد عشوائية وافترض أن توزيع فترة توريد الطلبية يكون مستقلاً عـن عـدد الطلبيات المنفذة وحجمها, إذ ناقش النموذج بحالتين الأولى عندما يكون أفق التخطيط محـدداً أما الحالة الثانية عندما يكون أفق التخطيط غير محدد. كما ناقش أفق التخطيط غير المحدد مع فترة التوريد الثابتة. وفي عام (1997) ناقش Potamianos J. وآخرون نمذجة نظام سيطرة حركي على الإنتاج والخزين باستخدام أسلوب البرمجة الديناميكية. وتم تحقيق ذلك باسـتخدام صيغة معدلة من خوارزمية Wagner-Whitin وصـورة تفاعليـة مـن طريقـة الخـزين الاحتياطي Safety Stock Method . وتم اختبار النموذج وأظهر صفات مفيدة عملياً ونتج عن هذه الصفات ادخارات وزيادة في خدمات الزبائن. كما قامت الباحثـة الـسعدي (1999) بتطبيق أسلوب البرمجة الحركية التفاضلية المنفصلة المحددة على شركة بغـداد للمـشروبات الغازية للحصول على أفضل خطة تشغيل فصلية لمخزن المواد الأولية والتكميلية الداخلة فـي عملية الإنتاج في الشركة. واستخدمت نتائج تطبيق هذا الأسلوب في تحليل الانحدار الخطـي المتعدد لتعريف مجموعة من قواعد الطلبية المفيدة في التشغيل الفعلي لنظام هذا المخزن. وقام الباحثان Tarim S.A. and Kingsman B.G. (2004) بدراسة نموذج خزين حركي متعدد الفترات واعتبرا أن الطلب متغير عشوائي بدالة كثافة احتمالية معلومة ومتغير من فترة إلـى أخرى أيضاً إذ تمت الاستعاضة عن حد العجز بقيد مستوى الخدمة. وفي عام (2009) اقترح ŞENYİĞİT E. ثلاث خوارزميات حدسية Heuristic algorithms لحل نمـوذج خـزين حركي متعدد الفترات على اعتبار ان كلفة الشراء لها توزيع منتظم.

2- فرضيات النموذج Assumptions of the Model

إن فرضيات النموذج التي تم بناؤها في هذا البحث تكون موضحة على النحو الآتي:

1. الطلب (Demand) معلوم لكنه متغير من فترة إلى أخرى.
2. كلفة الوحدة الواحدة (C_o) تكون ثابتة ومستقلة عن حجم الطلبية Q_t.
3. العجز غير مسموح به أي لا يمكن أن يكون النظام نافداً من الخزين.
4. فترة توريد الطلبية ثابتة.
5. تتم مراجعة الخزين بشكل دوري Periodic Review .
6. أفق التخطيط محدود.

3- رموز النموذج Notations of The Model

أما رموز النموذج التي تم استخدامها في الفترة t إذ إن t=1,2,….,N فإنها موضحة على النحو الآتي:

(N): عدد الفترات في أفق التخطيط.

(d_t): كمية الطلب في الفترة t.

(K_t): كلفة إعداد الطلبية في الفترة t.

(h_t): كلفة الاحتفاظ بالخزين في الفترة t.

(Q_t): حجم الطلبية في الفترة t.

(S_t): مستوى الخزين المتوافر في بداية الفترة t.

(S_{t+1}): مستوى الخزين المتوافر في نهاية الفترة t وبداية الفترة t+1.

4- النموذج الرياضي Mathematical Model [9],[4]

يفترض في هذا النموذج أن الطلب معلوم لكنه متغير من فترة إلى أخرى , وكلفة الوحدة الواحدة للمادة C_o تكون ثابتة ومستقلة عن حجم الطلبية Q_t , والعجز غير مسموح به لذلك فإن الحدين كلفة الوحدة الواحدة للمادة و كلفة العجز غير متضمنين في النموذج.

إذ يتكون النموذج من حدين الأول هو حد كلفة إعداد الطلبية K_t في الفترة t إذ إن t=1,2,….N , والثاني هو حد كلفة الاحتفاظ بالخزين h_t في الفترة t إذ إن كلفة الاحتفاظ بالخزين تتناسب مع معادلة التوازن Balance Equation التي تكون على النحو الآتي:

$$S_{t+1} = S_t + Q_t - d_t \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

والتي تمثل مقدار المخزون المتبقي من الفترة t إلى الفترة t+1. وبذلك فإن الكلفة الكلية للفترات في أفق التخطيط تكون على النحو الآتي:

$$TC = \sum_{t=0}^{N} \left(K_t \delta(t) + h_t S_{t+1} \right) \quad \cdots\cdots\cdots (2)$$

إذ إن:

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & Q_t = 0 \\ 1 & Q_t > 0 \end{cases} \quad \cdots\cdots\cdots (3)$$

أي في حالة إصدار الطلبية في الفترة t فإنه سيكون لدينا تكاليف ناتجة عـن إعـداد الطلبية واستلامها لذلك فإن قيمة $\delta(t)=1$, أما في حالة عدم إصدار طلبية في الفترة t فإن قيمة $\delta(t)=0$.

5- تحليل النموذج الرياضي باستخدام أسلوب البرمجة الحركية [1],[4],[7]

The Mathematical Model Analysis By Using DP Technique

في البداية سنوضح عدداً من المفاهيم الأساسية والمصطلحات والتعـاريف الخاصـة بالبرمجة الحركية:

1. قد تكون كمية الشراء (أو كمية الإنتاج) يومية أو شهرية أو فصلية ...الخ لذلك فـان المراحل تمثل الأيام أو الأشهر أو الفصول التي يتم فيها شراء (أو إنتاج) المادة إذ إن كل يوم أو كل شهر أو كل فصل يمثل مرحلة.
2. حالة النظام عند الزمن t تمثل مستوى الخزين الداخل (كمية المواد المخزونـة) فـي المخزن عند بداية كل مرحلة من المراحل (S_t).
3. أما متغيرات القرار فإنها تمثل حجم الطلبية أي كمية المادة المطلوبة في كل مرحلـة (Q_t).
4. أما دالة الانتقال (أو دالة التحويل) من المرحلة الحالية إلى المرحلة التالية فإنها تمثل معادلة التوازن.
5. ودالة العائد عند كل مرحلة تمثل الكلفة الإجمالية الناتجة عن القرار المتخذ عند تلـك المرحلة.

ويمكن استخدام نموذج البرمجة الحركية مع أي دوال للتكلفة وتحدث حالة خاصة لهـذا النموذج عندما تكون تكلفة شراء (أو إنتاج) الوحدة الواحدة للمادة ثابتة (فرضية 2). ففي هذه الحالة وعلى افتراض أن مستوى الخزين يبدأ من الصفر أي إن $S_t=0$, فإنه من الأمثل عنـد أي فترة t في نموذج متعدد الفترات أن توجد إما كمية موجبة من حجم الطلبية Q_t أو كميـة موجبة من مستوى الخزين. ويتم تحديد السياسة المثلى للفترة t من خلال الأخذ في الاعتبـار حجم الطلبية في كل فترة من الفترات السابقة g حتى الفترة t بما في ذلك حجم الطلبيـة فـي الفترة t إذ إن $1 \le g \le t$, وباستخدام الصياغة الأمامية للبرمجة الحركية فإنه يمكن التعبير عن هذه السياسة بالنحو الآتي:

$$Z_t(S_t) = \min \quad Y_t(g) \quad \cdots\cdots\cdots (4)$$

وبما أن مستوى الخزين يبدأ دائماً من الصفر لذلك فإن المعادلـة (4) يمكـن أن تكتـب بالشكل الآتي:

$$Z_t(0) = \min \quad Y_t(g) \quad , \quad g = 1,2,\cdots\cdots,t \qquad \cdots\cdots\cdots (5)$$

$$Y_t(g) = K_g + \sum_{j=g}^{t-1}\left[h_j \sum_{i=j+1}^{t} d_i \right] + Z_{g-1}(0) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

إذ إن:

$Y_t(g)$: هي الكلفة للفترات من 1 إلى t على افتراض أن مستوى الخزين في نهاية الفترة t يساوي صفراً.

$Z_t(0)$: هي الكلفة الكلية الصغرى للفترات من 1 إلى t إذ إن t=1,2,….,N.

إذ نلاحظ أنه باستخدام المعادلتين (5),(6) على افتراض أن مستوى الخزين يبدأ من الصفر فإن عدد الإدخالات يكون $\frac{N(N+1)}{2}$ أما في حالة عدم استخدام هذه الخاصية فإن الحد الأقصى لعدد الإدخالات سيكون $\frac{[N(N+1)+N(N-1)]}{2} = N^2$, كذلك نلاحظ أيضا بأنه يمكن تخفيض العمليات الحسابية أكثر باستخدام مبرهنة أفق التخطيط التي سيتم توضيحها في الفقرة الآتية.

6- مبرهنة أفق التخطيط [9],[7] Planning Horizon Theorem

إذا تحقق الحد الأدنى للكلفة في الفترة t^* في المعادلة (5) إذ إن الطلب في الفترة t^* يكون مستوفياً من طلبية الفترة السابقة t^{**} إذ $t^{**} < t^*$, فإنه يكون كافياً لجميع الفترات المستقبلية $t^* < t$ ان يُحسب البرنامج الأمثل بناءً على طلبات الفترات $t^{**}, t^{**}+1,\ldots,t$ فقط. وبشكل خاص إذا كانت $t^*=t^{**}$ فإنه يكون من الأمثل لأي فترة مستقبلية $t^* < t$ أن تتم الطلبية في الفترة t^* بصرف النظر عن كميات الطلب في المستقبل.

و تتضمن هذه المبرهنة مفهومين هما:

1. يمكن إيقاف العمليات الحسابية قبل اكتمالها بحيث إنه ليس من الضروري التعامل مع بيانات الفترة g, $g < t^{**}$, وفي ذلك توفير كبير في العمليات الحسابية.

2. في الحالة الخاصة عندما $t^{**} = t^*$ فانه يمكن عد الفترات المستقبلية التي ستبدأ بالفترة t^* مستقلة تماماً عن كل الفترات السابقة.

7- خوارزمية الحل للنموذج الحركي

The Solution Algorithm for Dynamic Model

الخطوة (1): إدخال القيم K_t, h_t, d_t.

الخطوة (2): عداد المراحل t=1 إذ إن t=1,2,…,N.

الخطوة (3): عداد g=1 إذ إن g=1,2,…,t.

الخطوة (4): جعل $Z_0(0)=0$.

الخطوة (5): إيجاد الكلفة الكلية $Y_t(g)$ للفترات من 1 إلى t من المعادلة الآتية:

$$Y_t(g) = K_g + \sum_{j=g}^{t-1}\left[h_j \sum_{i=j+1}^{t} d_i \right] + Z_{g-1}(0)$$

الخطوة (6): تحديث العداد g=g+1.

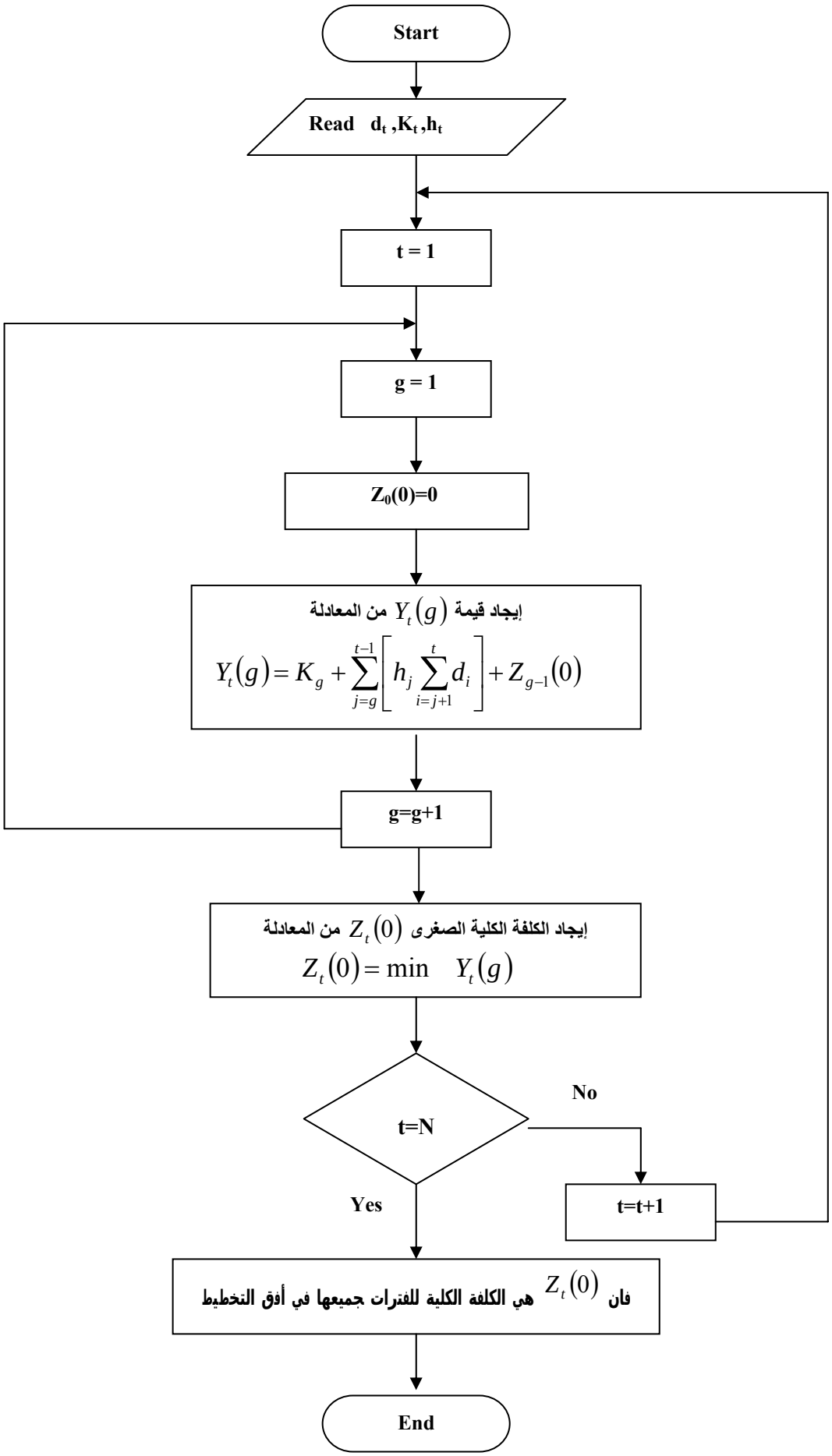
الخطوة (7): إيجاد الكلفة الكلية الصغرى $Z_t(0)$ للفترات من 1 إلـى t باسـتخدام المعادلـة الآتية:

$$Z_t(0) = \min \quad Y_t(g)$$

الخطوة (8): تحديث عداد المراحل t=t+1.

الخطوة (9): إذا كانت t=N فإن $Z_t(0)$ تمثل الكلفة الكلية الصغرى للفترات جميعها في أفـق التخطيط.

والشكل (1) يوضح المخطط الانسيابي لخوارزمية الحل للنموذج الحركي.



الشكل (1) المخطط الانسيابي لخوارزمية الحل للنموذج الحركي

والجدول (1) يوضح المتغيرات المستخدمة في خوارزمية الحل للنموذج الحركـي, إذ نلاحظ في الصف الأخير من الجدول القيم المثالية لحجم الطلبية في الفتـرة t´ (Q_t^*) وتمـت الإشارة إليها بوضعها بين قوسين وهذا يعني أنه تم تلبية الطلبات جميعها بوصول الطلبية في بداية الفترة التي يظهر عددها أولاً بين القوسين, فعلى سبيل المثال إذا كان لدينا (3,4,5) فهذا يعني أنه من المثالي تلبية الطلبات في الفترات 5,4,3 بوصول الطلبية في بداية الفترة 3.

الجدول (1)

المتغيرات المستخدمة في خوارزمية حل النموذج الحركي[9]

Month t	1	2	3	4	…	N-1	N
Setup Cost Demand	K_1 d_1	K_2 d_2	K_3 d_3	K_4 D_4	… …	K_{N-1} d_{N-1}	K_N d_N
(1,2,..,t-1)t	1	(1)2	(1,2)3	(1,2,3)4	…		(1,2,..,N-1)N
(1,2,..,t-2)t-1,t		12	(1)23	(1,2)34	…		(1,2,..,N-2)N-1,N
(1,2,..,t-3)t-2,t-1,t			123	(1)234	…		(1,2,..,N-3)N-2,N-1,N
					…		. . .
					…		
Minimum Cost $Z_t(0)$	$Z_1(0)$	$Z_2(0)$	$Z_3(0)$	$Z_4(0)$	…	$Z_{N-1}(0)$	$Z_N(0)$
Optimal Policy Q_t^*	(1)	(1,2)	(1,2,3)	(1,2,3,4)	…	(1,2,3,4,…,N-1)	(1,2,3,…,N)

8- الجانب التطبيقي:

يُعد معمل الوليد لتعبئة المياه الصحية من المعامل العراقية الحديثة المتخصصة بتعبئة المياه الصحية وفق المواصفات الصحية العراقية والحاصل على موافقة التقيـيس والـسيطرة النوعية إذ يتم فحص الإنتاج بشكل مستمر مختبرياً للتأكد من صلاحيته للاستهلاك البـشري, علماً أن المعمل مجاز صحياً من شعبة الرقابة الصحية في الموصل. ولغرض تطبيق نمـوذج الخزين الحركي تم الاعتماد على البيانات لعام 2010 , إذ يكون الإنتاج في المعمـل بـشكل يومي لذلك أخذت بيانات شهر كانون الثاني لعام 2010 لتطبيق هـذا النمـوذج إذ إن عـدد الفترات في أفق التخطيط تمثل عدد أيام الشهر إذ إن الطلب يكون متغيراً من فترة إلى أخرى. إذ يتم تطبيق خوارزمية الحل للنموذج الحركي متعدد الفترات للحصول على السياسة المثلـى للإنتاج والكلفة الكلية الصغرى للفترات قيد الدراسة.

تنفيذ خوارزمية الحل ومناقشة النتائج:

تم تطبيق خوارزمية الحل للنموذج الحركي والموضحة خطواتها في الفقـرة 7 علـى البيانات وذلك ببرمجة خطوات الخوارزمية باستخدام البرنامج Matlab واظهر هذا البرنـامج كفاءته في التوصل إلى السياسة المثلى للإنتاج والكلفة الكلية للفترات قيد الدراسة، والجـدول (2) يوضح نتائج تطبيق الخوارزمية.

الجدول (2)

يوضح نتائج تنفيذ خوارزمية الحل للنموذج الحركي

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1200	1200	750	1400	900	1100	1500	700	1300	1000	1500	700
319	5119	1119	27919	42319	64319	100319	119919	161519	197519	257519	288319
	638	3638	14838	25638	43238	73238	90038	126438	158438	212438	240438
		957	6557	13757	26957	50957	64957	96157	124157	172157	197357
			1276	4876	13676	31676	42876	68876	92876	134876	157276
				1595	5995	17995	26395	47195	67195	103195	122795
					1914	7914	13514	29114	45114	75114	91914
						2233	5033	15433	27433	51433	65433
							2552	7752	15752	33752	44952
								2871	6871	18871	27271
									3190	9190	14790
										3509	6309
											3828
319	638	957	1276	1595	1914	2233	2552	2871	3190	3509	3828
(1)	(1,2)	(1,2,3)	(1,...,4)	(1,...,5)	(1,...,6)	(1,...,7)	(1,...,8)	(1,...,9)	(1,...,10)	(1,...,11)	(1,...,12)

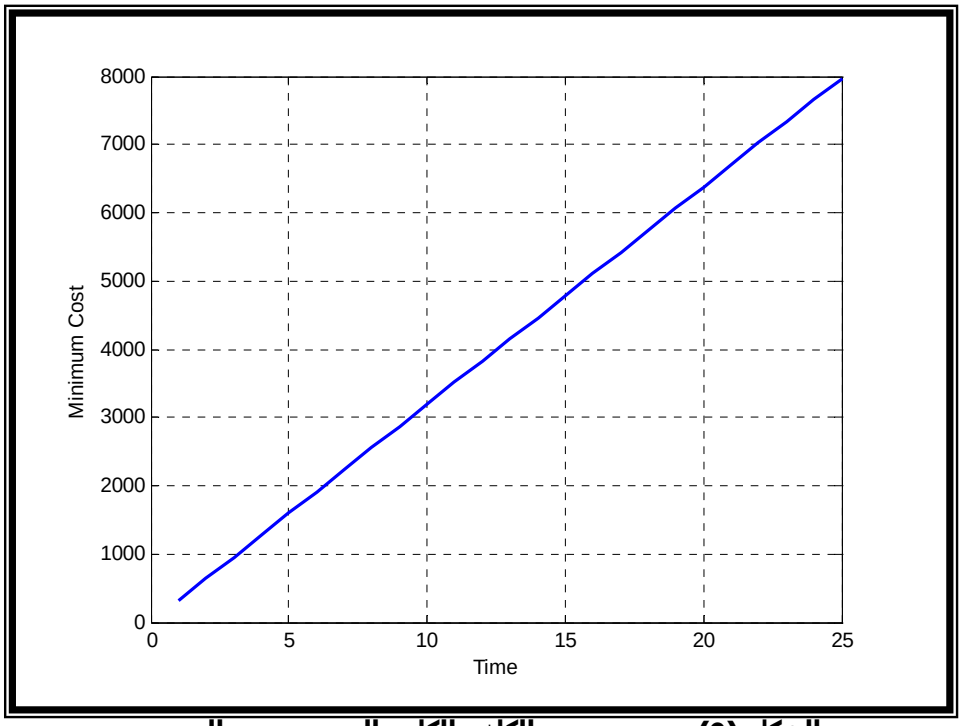
تابع للجدول (2)

t	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Demand	1200	1500	1600	800	1400	1700	1500	1200	900	1400	1700
	469519	559519	661919	716319	817119	946319	1066319	1167119	1246319	1375119	1538319
	407638	491638	587638	638838	734038	856438	970438	1066438	1142038	1265238	1421638
	350557	428557	518157	566157	655757	771357	879357	970557	1042557	1160157	1309757
	296476	368476	451676	496476	580476	689276	791276	877676	946076	1058076	1200876
	247995	313995	390795	432395	510795	612795	708795	790395	855195	961595	1097595
	203114	263114	333514	371914	444714	539914	629914	706714	767914	868714	997914
	162633	216633	280633	315833	383033	471433	555433	627433	685033	780233	902633
	128152	176152	233752	265752	327352	408952	486952	554152	608152	697752	813352
	96471	138471	189671	218471	274471	349271	421271	483671	534071	618071	726871
	69990	105990	150790	176390	226790	294790	360790	418390	465190	543590	645590
	47509	77509	115909	138309	183109	244309	304309	357109	400309	473109	568309
	31028	55028	87028	106228	145428	199828	253828	301828	341428	408628	497028
	17347	35347	60947	76947	110547	158147	206147	249347	285347	346947	428547
	9266	21266	40466	53266	81266	122066	164066	202466	234866	290866	365666
	4785	10785	23585	33185	55585	89585	125585	159185	187985	238385	306385
		5104	11504	17904	34704	61904	91904	120704	145904	190704	251904
			5423	8623	19823	40223	64223	88223	109823	149023	203423
				5742	11342	24942	42942	62142	80142	113742	161342
					6061	12861	24861	39261	53661	81661	122461
						6380	12380	21980	32780	55180	89180
							6699	11499	18699	35499	62699
								7018	10618	21818	42218
									7337	12937	26537
										7656	14456
											7975
Minimum cost	4785	5104	5423	5742	6061	6380	6699	7018	7337	7656	7975
Optimal Policy	(1,..,15)	(1,..,16)	(1,..,17)	(1,..,18)	(1,..,19)	(1,..,20)	(1,..,21)	(1,..,22)	(1,..,23)	(1,..,24)	(1,..,25)

14	900	402319	345238	292957	243676	199995	159914	124233	94552	67671	45990	28309	16628	7747	4466										4466	(1,...,14)
13	1400	355519	302038	253357	207676	167595	131114	99033	72952	49671	31590	17509	9428	4147											4147	(1,...,13)

من الجدول (2) نلاحظ أن الكلفة الكلية الصغرى للفترة الزمنية قيد الدراسة هي 7975 دولاراً، والشكل (2) يوضح تغير الكلفة الكلية الصغرى مع الزمن.

ونلاحظ أيضاً أن عدد الإدخالات في الجدول باستخدام الخوارزمية هو 325 إدخال وهو أقل من عدد الإدخالات فيما لو لم يتم عد مستوى الخزين يبدأ من الصفر إذ إن عدد الإدخالات سيكون $N^2=625$.



الشكل (2) يوضح تغير الكلفة الكلية الصغرى مع الزمن

9- الاسـتنتاجـات:

من خلال دراستنا لنماذج الخزين الحركية والنتائج التي تم التوصل إليهـا فـي هـذا البحث نستنتج أنه بالاعتماد على الفرضية بأن مستوى الخزين يبدأ من الـصفر فـإن عـدد الإدخالات باستخدام خوارزمية الحل للنموذج الحركي كانت أقل من عدد الإدخالات فيما لو لم يتم استخدام هذه الفرضية.

المصـادر *References*

1. بقجة جي, صباح الدين وآخرون, (1998). "***بحوث العمليات***", المركـز العربـي للتعريب والترجمة والتأليف والنشر, دمشق.
2. السعدي, دينا أحمد, (1999). "***استخدام أسلوب البرمجة الديناميكيـة فـي تحليـل نماذج الخزين***", رسالة ماجستير, كلية الإدارة والاقتصاد, جامعة بغداد, العراق.
3. Ehrhardt R., (1984). ***"(s,S) Policies for a Dynamic Inventory Model with Stochastic Lead Times"***, Operations Research, Vol. 32, No. 1, PP. 121-132.
4. Hadley G. & Whitin T.M., (1963). ***"Analysis of Inventory Systems"***, N.J. Prentice Hall, Englewood Cliffs.
5. Potamianos J., Orman A.J., & Shahani A.K., (1997). ***"Modelling for a Dynamic Inventory-Production Control System"***, European Journal of Operational Research, Vol. 96, PP. 645-658.
6. ŞENYİĞİT E., (2009). ***" New Heuristics to Stochastic Dynamic Lot Sizing Problem "*** , G.U. Journal of Science, Vol. 22, No. 2, PP. 97-106.
7. Taha H.A., (1992). ***"Operations Research An Introduction"***, Macmillan Publishing, a division of Macmillan, Inc., USA., 5th ed.
8. Tarim S.A. & Kingsman B.G., (2004). ***" The Stochastic Dynamic Production/ Inventory Lot-Sizing Problem With Service-Level Constraints "***, Int. J. Production Economics, Vol. 88, PP. 105-119.
9. Wagner H.M., & Whitin T.M., (1958). ***"Dynamic Version of the Economic Lot Size Model"***, Institute for Operations Research and the Management Sciences, Vol. 5, No. 1, PP. 89-96.