المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (20) 2011
عدد خاص بوقائع المؤتمر العلمي الرابع كلية علوم الحاسوب والرياضيات
ص ص [494– 513]

# تحليل استقرارية جريان ماء القرنية في التجويف الخلفي لعين الإنسان

أشرف سمعان مسكوني*

الملخص

هذا البحث مكرس لتحليل استقرارية جريان ماء القرنية في التجويف الخلفي لعين الإنسان. إن هذا التحليل تم عن طريق إيجاد القيم الذاتية للمنظومة التي تمكنا من إيجاد نمو الاضطراب من عدمه وذلك بعد جعل معادلات جريان ماء القرنية في الغرفة الخلفية لعين الإنسان خطية. إذ يعزى تعرض نظام المعادلات إلى الاضطراب الى الاختلاف في درجات الحرارة بين السطح الداخلي للقرنية وبين القزحية. لقد تبين من نتائج التحليل أن هذه المعادلات تكون في حالة استقرار عندما يكون الجزء الحقيقي لسرعة الموجة كمية سالبة في حين تكون في حالة عدم استقرار إذا كانت هذه الكمية موجبة .

# Stability Analysis of the Flow of Aqueous Humor in the Posterior Chamber to the Human Eye.

## ABSTRACT

This paper is devoted to analyze the stability of the flow of a aqueous humor in posterior chamber of the human eye. This analysis is done by finding the eigenvalues of the system which enable us to investigate the growth of disturbance after setting the system of equations, of a aqueous humor in the posterior chamber of human eye, in linearization form. The reason behind this distribution is due to the difference in temperature between the inner surface of the cornea and the iris. We conclude from the analysis results that the equations are stable when the real part of wave velocity is negative whereas unstable when it is positive.

• مدرس/كلية علوم الحاسوب والرياضيات/جامعة الموصل

تاريخ التسلم :2011/10/1 ———— تاريخ القبول : 21 /12 /2011

## 1 – المقدمة

يوجد خلف قزحية العين طبقة من الخلايا يطلق عليها اسم الجسم الهدبي( Ciliary body ) وظيفته انتاج سائل مائي القوام يمر عبر بؤبؤ العين ( Pupil ) ثم يغادر العين عبر قنوات تصريف دقيقة موجودة في الزاوية التي تقع بين مقدمة العين (القزحية و القرنية ) ووظيفة هذه القنوات اعادة السائل الى الاوردة الدموية للعين.يطلق على هذا السائل المائي اسم ماء القرنية او الخلط المائي وهو سائل (مائع)يغذي القرنية والعدسة بالأوكسجين والغذاء عن طريق الترشيح وكذلك يملا هذا المحلول التجويف الامامي و التجويف الخلفي ، التجويف الخلفي ( Anterior chamber)وهو الفراغ الواقع بين القرنية والقزحية ، التجويف الخلفي( Posterior chamber ) وهو الفراغ الواقع بين عدسة العين والقزحية يملا الخلط المائي هذين التجويفين ويتركهما عن طريق قناة شليم( Schlemm Canal ) والتي تقع في الزاوية بين القرنية والقزحية في الغرفة الامامية.الخلط المائي هو المسؤول عن ضغط العين( Intraocular Pressure ) .ففي الظروف الطبيعية،هناك توازن بين كمية المائع الذي تنتجه العين وكمية المائع التي تُصّرف الى خارج العين للمحافظة على ضغط العين ،ولكن اذا لم يتمكن السائل من الخروج ، او عند انتاجه بكميات زائدة ،فان الضغط داخل العين يرتفع حيث لايستطيع المائع الخروج عن طريق قنوات التصريف يؤدي ذلك الى ارتفاع ضغط العين والمرض المعّروف بالماء الازرق ( Glaucoma ) الذي بدوره يسبب ضرراً سريعا للعصب البصري ويفقد البصر.( [7] ،[8] )

ان أي نظام ، ومنه نظام معادلات ماء القرنية مهما كانت طبيعته اذا وجد في حالة ما ، فيقال ان الحالة مستقرة اذا كانت الازعاجات او التأثيرات الخارجية التي يتعرض لها النظام لا تؤثر في الحالة .وكذلك النظام الشمسي على سبيل المثال موجود حاليا في حالة معتمدة على الزمن ذلك ان الكواكب تدور حول الشمس بصورة منتظمة وفي حالة دخول جسم سماوي اضافي صغير الى النظام الشمسي فان هذا النظام لا يتأثر بصورة مهمة اذ لا تتأثر الحالة الاصلية لهذا النظام بالازعاجات الصغيرة ،أي ان النظام الشمسي مستقر فيما له علاقة بهذه الازعاجات[2] .

لقد كان اول من درس فكرة الاستقرارية هو العالم الفرنسي الكبير بوانكاريه(1912 – 1854) والذي يعد من كبار العلماء في العالم. ويقترن موضوع الاستقرار كذلك باسم العالم الروسي [1] ليبونوف (1918–1857) اذ يعد اسمه مرادفا لنظرية الاستقرار في العالم الغربي منذ عام 1960 وان أفكاره وجدت طريقها في الحقول المليئة بالافكار الخصبة والمثمرة من التطبيقات في النظم

الديناميكية غير الخطية خصوصا بعد نشره واحدا من اكثر البحوث المهمة في عام 1892 وهذه هي المسألة العامة لاستقرارية الحركة( On the General Problem of the stability of Motion ).

2- نبذة تاريخية:

درس العالم Yasuaki Yamamoto عام 2003تأثير عمق ماء التجويف الخلفي في اجهاد القص بعد اجراء عملية الليزر، وتبين ان اجهاد القص هو 2.8,1.8,1.5 mm [5] عندما يكون عمق الغرفة الخلفية لعين الانسان البالغ هي $0.14, 0.31, 0.48\ dyn/cm^2$، كذلك درس كل من العالمين

Batchelor عام 1985 و *Bronet* at عام 1997 القيم الطبيعية لعين الانسان البالغ وتم التوصل الى ان كثافة ماء القرنية او مايعرف بالخلط المائي هو $1.0\times10^{3}$وان اللزوجة الكينماتية تقدر بـ $1.0\times10^{-3}$

ودرس العالمان .Weissman و Fatt عام1992 القيمة الطبيعية لنصف قطر الغرفة الخلفية لعين الانسان وتم التوصل الى ان نصف قطر الغرفة الخلفية يقدر بـ $5.5\times10^{-3}$ ( [6]،[4] ).

3- النموذج :

ليكن لدينا مقطع لعين الانسان وكما موضح بالشكل(1)،.عندئذ يمكن تمثيل معادلات جريان ماء القرنية او مايعرف بالخلط المائي( a aqueous humor ) بالشكل الآتي [3] :

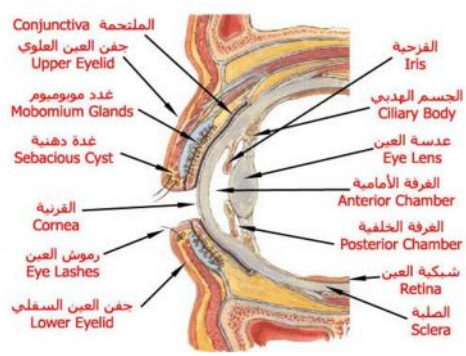
$$\frac{\partial u}{\partial t}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x}+\upsilon\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}+g(1-\alpha(T-T_0))$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial y}+\upsilon\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$$

$$\frac{\partial p}{\partial z}=0$$

$$\frac{\partial q}{\partial t}=\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\qquad ..............(1)$$




الشكل ( 1 )

( مقطع طولي لعين الانسان)

4- المعاملات والمعادلات اللابعدية

لغرض ايجاد المعادلات اللابعدية ، [10]سوف نعرف بعض القيم اللابعدية وعلى افتراض ان $u_0$ هي مصدر السرعة وكالاتي:

$$x = Lx^{*}\ ,\ y = Ly^{*},\ v = u_0 v^{*}\ ,\ u = u_0 u^{*}\ ,\ q = u_0 q^{*}\ ,\ z = Lz^{*}\ ,\ g = g^{*}\ ,\ \alpha = \alpha^{*}$$

$$p = p^{*} p_1 u_0^{*}\ ,\ T = T^{*}\theta^{*}\ ,\ T_0 = T_0^{*}\theta_0^{*}\ ,\ t = \frac{Lt^{*}}{u_0}$$

وبتعويض الكميات والقيم اللابعدية في نظام المعادلات( 1 ) نحصل على :-

$$\frac{\partial(u_0 u^{*})}{\partial(\frac{Lt^{*}}{u_0})} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial(p^{*} p_1 u_0)}{\partial(Lx^{*})} + (u_0 v^{*})\frac{\partial^2(u_0 u^{*})}{\partial(Lz^{*2})} + g^{*}(1-\alpha^{*}(T^{*}\theta^{*} - T_0^{*}\theta_0^{*})$$

$$\frac{\partial(u_0 v^{*})}{\partial(\frac{Lt^{*}}{u_0})} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial(p^{*} p_1 u_0)}{\partial(Ly^{*})} + (u_0 v^{*})\frac{\partial^2(u_0 v^{*})}{\partial(tz^{*2})}$$

$$\frac{\partial(p^{*} p_1 u_0)}{\partial(Lz^{*})} = 0$$

$$\frac{\partial(u_0 q^{*})}{\partial(\frac{Lt^{*}}{u_0})} = \frac{\partial(u_0 u^{*})}{\partial(Lx^{*})} + \frac{\partial(u_0 v^{*})}{\partial(Ly^{*})} + \frac{\partial(u_0 w^{*})}{\partial(Lz^{*})}$$

$$\frac{\partial(T^{*}\theta^{*})}{\partial(\frac{Lt^{*}}{u_0})} = \frac{\partial(T^{*2}\theta^{*2})}{\partial(Lz^{*2})}$$

وبالتبسيط يكون لدينا

$$\frac{u_0^2}{L}\frac{\partial u^*}{\partial t^*}=-\frac{p_1 u_0}{L\rho_0}\frac{\partial p^*}{\partial x^*}+\frac{u_0^*}{L}v^*\frac{\partial^2 u^*}{\partial z^{*2}}+g^*(1-\alpha^*(T^*\theta^*-T_0^*\theta_0^*))$$

$$\frac{u_0^*}{L}\frac{\partial v^*}{\partial t^*}=-\frac{p_1 u_0}{\rho_0 L}\frac{\partial P^*}{\partial y^*}+\frac{u_0^*}{L}v^*\frac{\partial^2 v^*}{\partial z^{*2}}$$

$$\frac{p_1 u_0}{L}\frac{\partial p^*}{\partial z^*}=0$$

$$\frac{u_0^*}{L}\frac{\partial q^*}{\partial t^*}=\frac{u_0}{L}\frac{\partial u^*}{\partial x^*}+\frac{u_0}{L}\frac{\partial v^*}{\partial y^*}+\frac{u_0}{L}\frac{\partial w^*}{\partial z^*}$$

$$\frac{T^* u_0}{L}\frac{\partial \theta^*}{\partial t^*}=\frac{T^{*2}}{L}\frac{\partial^2 \theta^*}{\partial z^{*2}} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

5- تحليل الاستقرارية:

لغرض تحليل الاستقرارية لنموذج نظام معادلات ماء القرنية للغرفة الخلفية لعين الانسان والمعرفةبـ(2) نجزء كل من $p^*,u^*,v^*,w^*,\theta^*$ باستخدام المعادلات التالية :

$$\begin{aligned}
p^* &= p_1(x^*,y^*,z^*)+p_2(x^*,y^*,z^*,t^*)\\
u^* &= u_1(x^*,y^*,z^*)+u_2(x^*,y^*,z^*,t^*)\\
v^* &= v_1(x^*,y^*,z^*)+v_2(x^*,y^*,z^*,t^*)\\
w^* &= w_1(x^*,y^*,z^*)+w_2(x^*,y^*,z^*,t^*)\\
\theta^* &= \theta_1(x^*,y^*,z^*)+\theta_2(x^*,y^*,z^*,t^*) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(3)
\end{aligned}$$

حيث ان $u_1(x^*,y^*,z^*),v_1(x^*,y^*,z^*),w_1(x^*,y^*,z^*),p_1(x^*,y^*,z^*),\theta_1(x^*,y^*,z^*)$ هو الجزء المستقر ويكون صغيراً جدا مقارنة بالجزء الاخر، وهو الجزء المهم في حساب الاستقرارية لكل من $u_2(x^*,y^*,z^*),v_2(x^*,y^*,z^*),w_2(x^*,y^*,z^*),p_2(x^*,y^*,z^*),\theta_2(x^*,y^*,z^*)$ ، الأن وبتعويض المعادلة ( 3 ) بالمعادلة ( 2 ) نحصل على :-

$$\frac{u_0^*}{L}\frac{\partial(u_1+u_2)}{\partial t^*}=-\frac{p_1u_0}{L\rho_0}\frac{\partial(p_1+p_2)}{\partial x^*}+\frac{u_0^*}{L}(v_1+v_2)\frac{\partial^2(u_1+u_2)}{\partial z^{*2}}+g^*(1-\alpha^*(T^*(\theta_1+\theta_2)-T_0^*(\theta_{01}-\theta_{02})))$$

$$\frac{u_0^*}{L}\frac{\partial(v_1+v_2)}{\partial t^*}=-\frac{p_1u_0}{\rho_0L}\frac{\partial(p_1+p_2)}{\partial y^*}+\frac{u_0^*}{L}(v_1+v_2)\frac{\partial^2(v_1+v_2)}{\partial z^{*2}}$$

$$\frac{p_1u_0}{L}\frac{\partial(p_1+p_2)}{\partial z^*}=0$$

$$\frac{u_0^2}{L}\frac{\partial(q_1+q_2)}{\partial t^*}=\frac{\partial(u_1+u_2)}{\partial x^*}+\frac{u_0}{L}\frac{\partial(v_1+v_2)}{\partial y^*}+\frac{u_0}{L}\frac{\partial(w_1+w_2)}{\partial z^*}$$

$$\frac{T^*u_0}{L}\frac{\partial(\theta_1+\theta_2)}{\partial t^*}=\frac{T^{*2}}{L}\frac{\partial^2(\theta_1+\theta_2)}{\partial z^{*2}}$$

………. ( 4 )

وبتجزئة المعادلات ( 4) الى حالتي الاستقرار والاضطراب نحصل على حالتين:الاولى هي الحالة الثابتة

$$-\frac{p_1u_0}{L\rho_0}\frac{\partial p_1}{\partial x^*}+\frac{u_0^2}{L}v_1\frac{\partial^2u_1}{\partial z^{*2}}+g^*(\frac{1}{2}-\alpha(T^*\theta_1-T_0^*\theta_0))=0$$

$$-\frac{p_1u_0}{\rho_0L}\frac{\partial p_1}{\partial y^*}+\frac{u_0^2}{L}v_1\frac{\partial^2v_1}{\partial z^{*2}}=0$$

$$\frac{p_1u_0}{L}\frac{\partial p_1}{\partial z^*}=0$$

$$\frac{u_0}{L}\frac{\partial u_0}{\partial x^*}+\frac{u_0}{L}\frac{\partial v_1}{\partial y^*}+\frac{u_0}{L}\frac{\partial w_1}{\partial z^*}=0$$

$$\frac{T^{*2}}{L}\frac{\partial^2\theta_1}{\partial z^{*2}}=0$$

والحالة الثانية هي الحالة غير الثابتة التي يمكن كتابتها بالشكل الآتي:

$$\frac{u_0^2}{L}\frac{\partial u_2}{\partial t^*} = -\frac{p_1 u_0}{L\rho_0}\frac{\partial p_2}{\partial x^*} + \frac{u_0^2}{L}v_1\frac{\partial^2 u_2}{\partial z^{*2}} + \frac{u_0^2}{L}v_2\frac{\partial^2 u_2}{\partial z^{*2}} + g^*(\frac{1}{2} - \alpha(T^*\theta_2 - T_0^*\theta_{02}))$$
$$\frac{u_0^2}{L}\frac{\partial v_2}{\partial t^*} = -\frac{p_1 u_0}{\rho_0 L}\frac{\partial p_2}{\partial y^*} + \frac{u_0^2}{L}v_1\frac{\partial^2 v_2}{\partial z^{*2}} + \frac{u_0^2}{L}v_2\frac{\partial^2 v_2}{\partial z^{*2}}$$
$$\frac{p_1 u_0}{L}\frac{\partial p_2}{\partial z^*} = 0$$
$$\frac{u_0^2}{L}\frac{\partial q_2}{\partial t^*} = \frac{u_0}{L}\frac{\partial u_2}{\partial x^*} + \frac{u_0}{L}\frac{\partial v_2}{\partial y^*} + \frac{u_0}{L}\frac{\partial w_2}{\partial z^*}$$
$$\frac{T^* u_0}{L}\frac{\partial \theta_2}{\partial t^*} = \frac{T^{*2}}{L}\frac{\partial^2 \theta_2}{\partial z^{*2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

مع الشروط الحدودية:

$$u = v = 0 \quad , w = w_0(x, y) \quad , T = T_1 \quad ,\text{on} \quad z = 0$$
$$u = v = w = 0 \quad , T = T_0 \quad \text{on} \quad z = h(x, y)$$

حيث ان $z = h(x, y)$ تمثل السطح الخارجي لقرنية العين (Posterior surface of the cornea)
وباهمال الحدود
غير الخطية لنظام معادلات ماء القرنية ( 5 ) نحصل على :

$$\frac{u_0^2}{L}\frac{\partial u_2}{\partial t^*} = -\frac{p_1 u_0}{L\rho_0}\frac{\partial p_2}{\partial x^*} + \frac{u_0^2}{L}v_1\frac{\partial^2 u_2}{\partial z^{*2}} + g^*(\frac{1}{2} - \alpha(T^*\theta_2 - T_0^*\theta_{02}))$$
$$\frac{u_0^2}{L}\frac{\partial v_2}{\partial t^*} = -\frac{p_1 u_0}{\rho_0 L}\frac{\partial p_2}{\partial y^*} + \frac{u_0^2}{L}v_1\frac{\partial^2 v_2}{\partial z^{*2}}$$
$$\frac{p_1 u_0}{L}\frac{\partial p_2}{\partial z^*} = 0$$
$$\frac{u_0^2}{L}\frac{\partial q_2}{\partial t^*} = \frac{u_0}{L}\frac{\partial u_2}{\partial x^*} + \frac{u_0}{L}\frac{\partial v_2}{\partial y^*} + \frac{u_0}{L}\frac{\partial w_2}{\partial z^*}$$
$$\frac{T^* u_0}{L}\frac{\partial \theta_2}{\partial t^*} = \frac{T^{*2}}{L}\frac{\partial^2 \theta_2}{\partial z^{*2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

6- الاضطراب الحادث بالاتجاهات $X$ , $Y$ , $Z$

لايجاد الحل لهذه المنظومة من المعادلات ،نتصور أن الاضطراب حاصل بالاتجاهات وان السعة ثابتة ،وكذلك يمكن كتابة المعادلات بالصورة الأتية:

$$u_2 = A_1 e^{i(k_1 x^* + k_2 y^* + k_3 z^*) + ct^*} \quad , \; v_2 = A_2 e^{i(k_1 x^* + k_2 y^* + k_3 z^*) + ct^*} \quad , \; w_2 = A_3 e^{i(k_1 x^* + k_2 y^* + k_3 z^*) + ct^*}$$

$$p_2 = A_4 e^{i(k_1 x^* + k_2 y^* + k_3 z^*) + ct^*} \quad , \; \theta_2 = A_5 e^{i(k_1 x^* + k_2 y^* + k_3 z^*) + ct^*} \quad , \; q_2 = A_6 e^{i(k_1 x^* + k_2 y^* + k_3 z^*) + ct^*} \; ...... \; (7)$$

حيث ان $k_1 , k_2 , k_3$ قيم حقيقية لابعدية لطول الموجة باتجاه $X$ , $Y$ , $Z$ على التوالي ، هي سرعة الموجة اذ انها قيمة معقدة ( Complex ) ( $c = c_1 + ic_2$ )وان القيمة الموجبة او السالبة لـ $c_1$ بهذه الحالة هي التي تؤدي الى نمو الاضطراب او تلاشيه على التوالي وعندما تكون $c_1 \rangle 0$ ،فعندما تكون فالمنظومة تكون غير مستقرة ( Unstable ) فالمنظومة تكون مستقرة ( stable ) ،كما ان الكميات $A_1 , A_2 , A_3 , A_4 , A_5 , A_6$ هي ثوابت وتمثل سعة الموجة ( Amplitude ) ، وبتعويض المعادلة ( 7 ) في المعادلة ( 6 ) نحصل على :-

$$\frac{u_0^2}{L}\frac{\partial u_2}{\partial t^*} = -\frac{p_1 u_0}{L\rho_0}\frac{\partial p_2}{\partial x^*} + \frac{u_0^2}{L} v_1 \frac{\partial^2 u_2}{\partial z^{*2}} + g^*\left(\frac{1}{2} - \alpha(T^*\theta_2 - T_0^*\theta_{02})\right)$$

$$\frac{u_0^2}{L}\frac{\partial (A_1 e^{i(k_1 x^* + k_2 y^* + k_3 z^*) + ct^*})}{\partial t^*} = -\frac{p_1 u_0}{L\rho_0}\frac{\partial (p_2 = A_4 e^{i(k_1 x^* + k_2 y^* + k_3 z^*) + ct^*})}{\partial x^*} + \frac{u_0^2}{L} v_1 \frac{\partial^2 (A_1 e^{i(k_1 x^* + k_2 y^* + k_3 z^*) + ct^*})}{\partial z^{*2}}$$

$$+ g^*\left(\frac{1}{2} - \alpha^* T^* (A_5 e^{i(k_1 x^* + k_2 y^* + k_3 z^*) + ct^*}) - \alpha^* T_0^* \theta_{02}\right)$$

$$\frac{u_0^2}{L}\frac{\partial(A_1e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*})}{\partial t^*}=-\frac{p_1u_0}{L\rho_0}\frac{\partial(p_2=A_4e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*})}{\partial x^*}+\frac{u_0^2}{L}v_1\frac{\partial^2(A_1e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*})}{\partial z^{*2}}$$

$$+g^*(\frac{1}{2}-\alpha^*T^*(A_5e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*})-\alpha^*T_0^*\theta_{02})$$

$$\frac{u_0^2A_1ce^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*}}{L}=-\frac{p_1u_0A_4ik_1e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*}}{L\rho_0}+\frac{u_0^2v_1A_1ik_3e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*}}{L}$$

$$+g^*(\frac{1}{2}-\alpha^*T^*A_5e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*}-\alpha^*T_0^*\theta_{02})$$

$$\frac{u_0^2cA_1}{L}e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*}=-\frac{p_1u_0ik_1A_4}{L\rho_0}e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*}+\frac{u_0^2v_1A_1i^2k_3^2}{L}e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*}$$

$$+\frac{g}{2}-g\alpha^*T^*A_5e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*}-g\alpha^*T_{02}^*\theta_{02}$$

$$\frac{u_0^2cA_1}{L}e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*}+\frac{p_1u_0ik_1A_4}{L\rho_0}e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*}-\frac{u_0^2v_1A_1i^2k_3^2}{L}e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*}=0$$

وبوضع $T_0=0$ واهمال التعجيل الأرضي $g$ يكون :

$$(\frac{u_0^2cA_1}{L}+\frac{p_1u_0ik_1A_4}{L\rho_0}-\frac{u_0^2v_1A_1i^2k_3^2}{L})e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*}=0$$

كذلك بما إن $e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*}\neq 0$ فان :

$$\frac{u_0^2cA_1}{L}+\frac{p_1u_0ik_1A_4}{L\rho_0}-\frac{u_0^2v_1A_1i^2k_3^2}{L}=0 \qquad .....(8)$$

$$\frac{u_0^2}{L}\frac{\partial v_2}{\partial t^*} = -\frac{p_1 u_0}{\rho_0 L}\frac{\partial p_2}{\partial y^*} + \frac{u_0^2}{L}v_1\frac{\partial^2 v_2}{\partial z^{*2}} + \frac{u_0^2}{L}v_1\frac{\partial^2 v_2}{\partial z^{*2}}$$

$$\frac{u_0^2}{L}\frac{\partial(A_2 e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*})}{\partial t^*} = -\frac{p_1 u_0}{\rho_0 L}\frac{\partial(A_4 e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*})}{\partial y^*} + \frac{u_0^2}{L}v_1\frac{\partial^2(A_2 e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*})}{\partial z^{*2}}$$

$$\frac{u_0^2 c A_2}{L}e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*} = -\frac{p_1 u_0 A_4 i k_2}{L\rho_0}e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*} + \frac{u_0^2 v_1 A_2 i^2 k_3^2}{L}e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*}$$

$$\frac{u_0^2 c A_2}{L}e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*} + \frac{p_1 u_0 A_4 i k_2}{L\rho_0}e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*} - \frac{u_0^2 v_1 A_2 i^2 k_3^2}{L}e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*}$$

$$\left(\frac{u_0^2 c A_2}{L} + \frac{p_1 u_0 A_4 i k_2}{L\rho_0} - \frac{u_0^2 v_1 A_2 i^2 k_3^2}{L}\right)e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*} = 0$$

و بما إن $e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*} \neq 0$ فان :

$$\frac{u_0^2 c A_2}{L} + \frac{p_1 u_0 A_4 i k_2}{L\rho_0} - \frac{u_0^2 v_1 A_2 i^2 k_3^2}{L} = 0 \qquad .....(9)$$

$$\frac{p_1 u_0}{L}\frac{\partial p_2}{\partial z^*} = 0$$

$$\frac{p_1 u_0}{L}\frac{\partial(A_4 e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*})}{\partial z^*} = 0$$

$$\frac{p_1 u_0 A_4 i k_3}{L}e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*} = 0$$

بما إن $e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*} \neq 0$ فان :

$$\frac{p_1 u_0 A_4 i k_3}{L} = 0 \qquad .....(10)$$

$$\frac{u_0^2}{L}\frac{\partial q_2}{\partial t^*}=\frac{u_0}{L}\frac{\partial u_2}{\partial x^*}+\frac{u_0}{L}\frac{\partial v_2}{\partial y^*}+\frac{u_0}{L}\frac{\partial w_2}{\partial z^*}$$

$$\frac{u_0^2}{L}\frac{\partial(A_6e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*})}{\partial t^*}=\frac{u_0}{L}\frac{\partial(A_1e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*})}{\partial x^*}+\frac{u_0}{L}\frac{\partial(A_2e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*})}{\partial y^*}+\frac{u_0}{L}\frac{\partial(A_3e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*})}{\partial z^*}$$

$$\frac{u_0^2A_6c}{L}e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*}=\frac{u_0A_1ik_1}{L}e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*}+\frac{u_0A_2ik_2}{L}e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*}+\frac{u_0A_3ik_3}{L}e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*}$$

$$\left(\frac{u_0^2A_6c}{L}-\frac{u_0A_1ik_1}{L}-\frac{u_0A_2ik_2}{L}-\frac{u_0A_3ik_3}{L}\right)e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*}=0$$

بما إن $e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*}\neq 0$ فان :

$$\left(\frac{u_0^2A_6c}{L}-\frac{u_0A_1ik_1}{L}-\frac{u_0A_2ik_2}{L}-\frac{u_0A_3ik_3}{L}\right)=0 \qquad \text{.....}\ (11)$$

$$\frac{T^*u_0}{L}\frac{\partial\theta_2}{\partial t^*}=\frac{T^{*2}}{L}\frac{\partial^2\theta_2}{\partial z^{*2}}$$

$$\frac{T^*u_0}{L}\frac{\partial(A_5e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*})}{\partial t^*}=\frac{T^{*2}}{L}\frac{\partial^2(A_5e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*})}{\partial z^{*2}}$$

$$\frac{T^*u_0A_5c}{L}e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*}=\frac{T^{*2}A_5i^2k_3^2}{L}e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*}$$

$$\left(\frac{T^*u_0A_5c}{L}-\frac{T^{*2}A_5i^2k_3^2}{L}\right)e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*}=0$$

بما إن $e^{i(k_1x^*+k_2y^*+k_3z^*)+ct^*}\neq 0$ فان :

$$\frac{T^*u_0A_5c}{L}-\frac{T^{*2}A_5i^2k_3^2}{L}=0 \qquad \text{.....}\ (12)$$

ومما سبق نستنتج نظام المعادلات الموضح بالشكل الآتي :

$$\left(\frac{u_0^2c}{L}-\frac{u_0^2v_1i^2k_3^2}{L}\right)A_1+\frac{p_1u_0ik_1}{L\rho_0}A_4=0$$

$$\left(\frac{u_0^2c_2}{L}-\frac{u_0^2v_1i^2k_3^2}{L}\right)A_2+\frac{p_1u_0ik_2}{L\rho_0}A_4=0$$

$$\frac{p_1u_0ik_3}{L}A_4=0$$

$$-\frac{u_0ik_1}{L}A_1-\frac{u_0ik_2}{L}A_2-\frac{u_0ik_3}{L}A_3+\frac{u_0^2c}{L}A_6=0$$

$$(\frac{T^{*}u_{0}c}{L}-\frac{T^{*2}i^{2}k_{3}^{2}}{L})A_{5}=0 \qquad \text{..........}\ (13\ )$$

ومن خلال هذه المعادلات سنجد القيم الذاتية ( Eigen values ) وذلك بكتابة نظام المعادلات بالشكل الآتي:-

$$\begin{bmatrix} S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 & S_6 \\ S_7 & S_8 & S_9 & S_{10} & S_{11} & S_{12} \\ S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} & S_{17} & S_{18} \\ S_{19} & S_{20} & S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{25} & S_{26} & S_{27} & S_{28} & S_{29} & S_{30} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \end{bmatrix}$$

حيث أن :-

$$S_1=(\frac{u_0^2c}{L}-\frac{u_0^2v_1i^2k_3^2}{L}),S_2=0,S_3=0,S_4=\frac{p_1u_0ik_1}{L\rho_0},S_5=0,S_6=0,S_7=0,S_8=(\frac{u_0^2c_2}{L}-\frac{u_0^2v_1i^2k_3^2}{L})$$

$$S_9=0,S_{10}=\frac{p_1u_0ik_2}{L\rho_0},S_{11}=0,S_{12}=0,S_{13}=0,S_{14}=0,S_{15}=0,S_{16}=\frac{p_1u_0ik_3}{L},S_{17}=0,S_{18}=0$$

$$S_{19}=-\frac{u_0ik_1}{L},S_{20}=-\frac{u_0ik_2}{L},S_{21}=-\frac{u_0ik_3}{L},S_{22}=0,S_{23}=0,S_{24}=\frac{u_0^2c}{L},S_{25}=0,S_{26}=0,S_{27}=0$$

$$S_{28}=0,S_{29}=(\frac{T^{*}u_0c}{L}-\frac{T^{*2}i^2k_3^2}{L}),S_{30}=0,S_{31}=0,S_{32}=0,S_{33}=0,S_{34}=0,S_{35}=0,S_{36}=1$$

$$\det(S-\lambda I)=0$$

$$\begin{vmatrix} (\frac{u_0^2 c}{L}-\frac{u_0^2 v_1 i^2 k_3^2}{L})-\lambda & 0 & 0 & \frac{p_1 u_0 i k_1}{L\rho_0} & 0 & 0 \\ 0 & (\frac{u_0^2 c}{L}-\frac{u_0^2 v_1 i^2 k_3^2}{L})-\lambda & 0 & \frac{p_1 u_0 i k_2}{L\rho_0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & \frac{p_1 u_0 i k_3}{L} & 0 & 0 \\ -\frac{u_0 i k_1}{L} & -\frac{u_0 i k_2}{L} & -\frac{u_0 i k_3}{L} & -\lambda & 0 & \frac{u_0^2 c}{L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (\frac{T^* u_0 c}{L}-\frac{T^* i^2 k_3^2}{L})-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1-\lambda) \end{vmatrix} = 0$$

وبفتح المحدد باستخدام عناصر الصف الأول يكون:-

$$\left\{(\frac{u_0^2 c}{L}-\frac{u_0^2 v_1 i^2 k_3^2}{L})-\lambda \right\} * \begin{vmatrix} (\frac{u_0^2 c}{L}-\frac{u_0^2 v_1 i^2 k_3^2}{L})-\lambda & 0 & \frac{p_1 u_0 i k_2}{L\rho_0} & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & \frac{p_1 u_0 i k_3}{L} & 0 & 0 \\ -\frac{u_0 i k_2}{L} & \frac{u_0 i k_3}{L} & -\lambda & 0 & \frac{u_0^2 c}{L} \\ 0 & 0 & 0 & (\frac{T^* u_0 c}{L}-\frac{T^* i^2 k_3^2}{L})-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1-\lambda) \end{vmatrix}$$

$$-0+0-\frac{p_1 u_0 i k_1}{L\rho_0} * \begin{vmatrix} 0 & (\frac{u_0^2 c}{L}-\frac{u_0^2 v_1 i^2 k_3^2}{L})-\lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 & 0 \\ -\frac{u_0 i k_1}{L} & -\frac{u_0 i k_2}{L} & -\frac{u_0 i k_3}{L} & 0 & \frac{u_0^2 c}{L} \\ 0 & 0 & 0 & (\frac{T^* u_0 c}{L}-\frac{T^* i^2 k_3^2}{L})-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1-\lambda) \end{vmatrix} = 0$$

.......... ( 14 )

و بفتح المحدد الاول للمعادلة (14 ) يكون لدينا

$$\left\{(\frac{u_0^2 c}{L}-\frac{u_0^2 v_1 i^2 k_3^2}{L})-\lambda\right\}*[\left\{(\frac{u_0^2 c}{L}-\frac{u_0^2 v_1 i^2 k_3^2}{L})-\lambda\right\}*\begin{vmatrix} -\lambda & \frac{p_1 u_0 i k_3}{L} & 0 & 0 \\ -\frac{u_0 i k_3}{L} & -\lambda & 0 & \frac{u_0^2 c}{L} \\ 0 & 0 & (\frac{T^* u_0 c}{L}-\frac{T^* i^2 k_3^2}{L})-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-\lambda) \end{vmatrix}$$

$$+\frac{p_1 u_0 i k_2}{L\rho_0}*\begin{vmatrix} 0 & -\lambda & 0 & 0 \\ -\frac{u_0 i k_2}{L} & -\frac{u_0 i k3}{L} & 0 & \frac{u_0^2 c}{L} \\ 0 & 0 & (\frac{T^* u_0 c}{L}-\frac{T^* i^2 k_3^2}{L})-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-\lambda) \end{vmatrix}]$$

$$\left\{(\frac{u_0^2 c}{L}-\frac{u_0^2 v_1 i^2 k_3^2}{L})-\lambda\right\}*[\left\{(\frac{u_0^2 c}{L}-\frac{u_0^2 v_1 i^2 k_3^2}{L})-\lambda\right\}*\{-\lambda*\begin{vmatrix} -\lambda & 0 & \frac{u_0^2 c}{L} \\ 0 & (\frac{T^* u_0 c}{L}-\frac{T^* i^2 k_3^2}{L})-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & (1-\lambda) \end{vmatrix}-\frac{p_1 u_0 i k_3}{L}*$$

$$\begin{vmatrix} \frac{u_0 i k_3}{L} & 0 & \frac{u_0^2 c}{L} \\ 0 & (\frac{T^* u_0 c}{L}-\frac{T^* i^2 k_3^2}{L})-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & (1-\lambda) \end{vmatrix}\}+\frac{p_1 u_0 i k_2}{L\rho_0}*\{0+\lambda*\begin{vmatrix} -\frac{u_0 i k_2}{L} & 0 & \frac{u_0^2 c}{L} \\ 0 & (\frac{T^* u_0 c}{L}-\frac{T^* i^2 k_3^2}{L})-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & (1-\lambda) \end{vmatrix}+0-0\}]$$

$$=\left\{(\frac{u_0^2 c}{L}-\frac{u_0^2 v_1 i^2 k_3^2}{L})-\lambda\right\}*[\left\{(\frac{u_0^2 c}{L}-\frac{u_0^2 v_1 i^2 k_3^2}{L})-\lambda\right\}*\{-\lambda\{-\lambda*\begin{vmatrix} (\frac{T^* u_0 c}{L}-\frac{T^* i^2 k_3^2}{L})-\lambda & 0 \\ 0 & (1-\lambda) \end{vmatrix}-0+\frac{u_0^2 c}{L}*$$

$$\begin{vmatrix} 0 & (\frac{T^* u_0 c}{L}-\frac{T^* i^2 k_3^2}{L})-\lambda \\ 0 & 0 \end{vmatrix}\}-\frac{p_1 u_0 i k_3}{L}\{-\frac{u_0 i k_3}{L}*\begin{vmatrix} (\frac{T^* u_0 c}{L}-\frac{T^* i^2 k_3^2}{L})-\lambda & 0 \\ 0 & (1-\lambda) \end{vmatrix}-0+\frac{u_0^2 c}{L}*\begin{vmatrix} 0 & (\frac{T^* u_0 c}{L}-\frac{T^* i^2 k_3^2}{L})-\lambda \\ 0 & 0 \end{vmatrix}\}\}$$

$$+\frac{p_1 u_0 i k_2}{L\rho_0}*\{\lambda*[-\frac{u_0 i k_2}{L}*\begin{vmatrix} (\frac{T^* u_0 c}{L}-\frac{T^* i^2 k_3^2}{L})-\lambda & 0 \\ 0 & (1-\lambda) \end{vmatrix}-0+\frac{u_0^2 c}{L}*\begin{vmatrix} 0 & (\frac{T^* u_0 c}{L}-\frac{T^* i^2 k_3^2}{L})-\lambda \\ 0 & 0 \end{vmatrix}\}\}$$

$+$

$$+\frac{p_1 u_0 i k_2}{L\rho_0}*\{\lambda*[-\frac{u_0 i k_2}{L}*\begin{vmatrix} (\frac{T^* u_0 c}{L}-\frac{T^* i^2 k_3^2}{L})-\lambda & 0 \\ 0 & (1-\lambda) \end{vmatrix}-0+\frac{u_0^2 c}{L}*\begin{vmatrix} 0 & (\frac{T^* u_0 c}{L}-\frac{T^* i^2 k_3^2}{L})-\lambda \\ 0 & 0 \end{vmatrix}]\}]$$

وبفتح المحددات الثنائية واعادة ترتيب الحدود للمحدد الاول للمعادلة ( 14 )،وكذلك ايجاد قيمة المحدد الثاني للمعادلة

( 14 ) بنفس الطريقة و بتجميع الحدود المتشابهة، وعند القيم التالية للمعلمات $u_0 = 1.5 \ , \mathrm{p} = 11$

و بتعويضها بالمعادلة الناتجة من فتح المحددين

$$k_1 = k_2 = k_3 = 1 \quad , \quad \mathrm{t} = 9 \quad , \quad \mathrm{v}_1 = 1.5 \quad , \quad \rho = 10^3 \quad , \ \mathrm{l} = 1$$

للمعادلة (14) نحصل على :

$$\lambda^6 + (9.00c + 75.050)\lambda^5 + (-24738.300 + (2.25c + 2.475)^3 + 18.00c)\lambda^4 - (2.08866549\ 10^6 + 3.062756812\ 10^6 c - (2.25c + 2.475)^2 - (13.5c + 81)(2.25c + 2.475)^2 - 2(13.5c + 81)(2.25c + 2.475))\lambda^3 + (-3.910376250\ 10^5 c - 2.072245106\ 10^6 + 24750.00(13.5c + 81)(-2.475 - 2.25c) - 23.79950000(13.5c + 81)(2.25c + 2.475) - 16.5(2.25c + 1.65)(2.25c + 2.475) - 24.75(2.25c + 81)(2.25c + 2.475))\lambda^2 - (8.269593750\ 10^5 c + 4.961756250\ 10^6 - 24.75(13.5c + 81)(2.25c + 2.475)^2 + 49.50(13.5c + 81)(2.25c + 2.475) + 24.75(2.25c + 2.475)^2)\lambda - 24.75(13.5c + 81)(2.25c + 2.475) = 0$$

وعندئذ يكون لدينا

$$\lambda^6 + \xi_1\lambda^5 + \xi_2\lambda^4 - \xi_3\lambda^3 + \xi_4\lambda^2 + \xi_5\lambda - \xi_6 = 0 \qquad \ldots\ldots\ldots \ (15)$$

حيث أن :-

$$\xi_1 = 9.00c + 75.050$$

$$\xi_2 = -24738.300 + (2.25c + 2.475)^3 + 18.00c$$

$$\xi_3 = 2.08866549\ 10^6 + 3.062756812\ 10^6 c - (2.25c + 2.475)^2 - (13.5c + 81)(2.25c + 2.475)^2 - 2(13.5c + 81)(2.25c + 2.475)$$

$$\xi_4 = (-3.910376250\ 10^5 c - 2.072245106\ 10^6 + 24750.00(13.5c + 81)(-2.475 - 2.25c) - 23.79950000(13.5c + 81)(2.25c + 2.475) - 16.5(2.25c + 1.65)(2.25c + 2.475) - 24.75(2.25c + 81)(2.25c + 2.475)$$

$$\xi_5 = -(8.269593750\ 10^5 c + 4.961756250\ 10^6 - 24.75(13.5c + 81)(2.25c + 2.475)^2 + 49.50(13.5c + 81)(2.25c + 2.475) + 24.75(2.25c + 2.475)^2)$$

$$\xi_6 = 24.75(13.5c + 81)(2.25c + 2.475)$$

وبحل متعددة الحدود(15 ) برمجيا باستخدام نظام ( Maple 14 ) تم ايجاد جذور المعادلة المتمثلة $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_6$ [9]

بعد اعطاء قيم مختلفة لسرعة الموجة وكما موضح بالجدول(1) ادناه.

ان التوصل الى حالة الاستقرار في نظام معادلات ماء القرنية(الخلط المائي) للغرفة الخلفية لعين الانسان يتأثر بدرجة كبيرة بالكميات $u_0, p, t, v_1, \rho$ ، وهذا متوقع لان هذه الكميات تحدد صفات النظام .وهي كثافة ماء القرنية،

اللزوجة الكينماتية، درجة حرارة العين، ضغط العين،و سرعة الجريان لماء القرنية في قنوات التصريف على الترتيب

ومن النتائج العددية ، تبرز الحالات الاتية التي تميز حالة( الاستقرار من عدم الاستقرار) لنظام معادلات ماء القرنية لعين الانسان ، وكالاتي:-

اولا:- الحالة الاولى: يكون نظام معادلات ماء القرنية او مايعرف بالخلط المائي مستقرا في الحالات الاتية:-

1 – قيم $\lambda$ اعداد مركبة $\rho = 1.0 \times 10^3$

-1 $16 \rangle p \rangle 9$ -2 $20 \rangle t \rangle 10$ -3

-4 $2.05 \rangle u_0 \rangle 0$ -5 $1.1 \rangle v_1 \rangle 1.05$

2- قيم $\lambda$ اعداد حقيقية سالبة

-1 $v_1 = 0$ -2 $t = 0$

ثانيا :- الحالة الثانية : يكون نظام معادلات ماء القرنية او مايعرف بالخلط المائي غير مستقرا في الحالات الاتية:-

-1 $t \rangle 20$ -2 $p \rangle 17$ -3 $\rho \neq 1.0 \times 10^3$

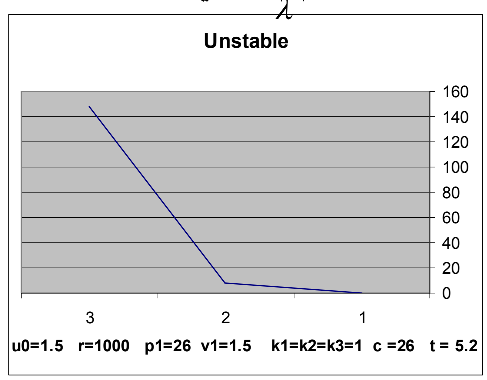
-4 $v_1 \rangle 1.06$ -5 $u_0 \rangle 2.06$

الجدول ( 1 )

قيم $\lambda_1,\lambda_2...,\lambda_6$ ( $i=1,...,6$ $\lambda\rangle 0$ , $\lambda_i\langle 0$ ) بتغيير بعض قيم سرعة الموجة

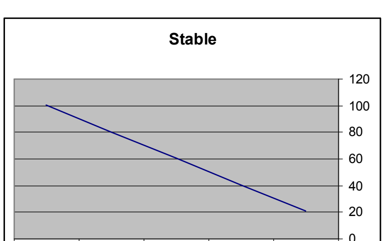
| c | $\lambda_1,....,\lambda_6$ | c | $\lambda_1,....,\lambda_6$ |
|---|---|---|---|
| : | : | : | : |
| -3 | $-0.9870493807+0.11865841510^{-14}I$<br>$-0.9872744535-0.03343082210^{-14}I$<br>$-0.9872744524+0.03343082272I$<br>$-0.9865738217+0.04534556510^{-14}I$<br>$-0.9867208543+24828042610^{-14}I$<br>$-0.9883567898+0.0345105305210^{-14}I$ | 3 | $0.9896836583+0.0000143126I$<br>$0.9875777895-0.0000363551I$<br>$0.9743543543+0.0000276576I$<br>$0.9736765765+0.0000547547I$<br>$0.96754765765+0.000015436I$<br>$0.95564376657+0.000017009I$ |
| -2 | $-1.0433512541-1.04930649710^{-10}I$<br>$-0.9332760869+1.05493069710^{-10}I$<br>$-0.9762812042+1.03691902310^{-10}I$<br>$-0.9456108944+1.54704121910^{-10}I$<br>$-0.0934562873+1.03810983410^{-10}I$<br>$-0.0913823519+1.09435184210^{-10}I$ | 2 | $1.0040876576+0.3675483844I$<br>$1.0037655765-0.3643636355I$<br>$0.0312658775+0.2456745435I$<br>$0.0305634456+0.2056664754I$<br>$0.0234547655+0.2009456656I$<br>$0.0171115768+0.2456464655I$ |
| -1 | $-1.0352986118-1.05390649710^{-10}I$<br>$-0.9332760869+1.05493069710^{-10}I$<br>$-0.9183007234+1.06108769710^{-10}I$<br>$-0.90025198543+1.03458069710^{-10}I$<br>$-0.9132860869+1.03650169710^{-10}I$<br>$-0.9332760869+1.05493069710^{-10}I$ | 1 | $1.451288854+0.3592486844I$<br>$1.451222525-0.3592702742I$<br>$0.03565807650+0.000020802I$<br>$0.03454348765+0.003765754I$<br>$0.02876547655+0.074374374I$<br>$0.01765484585+0.086548586I$ |

قيم $\lambda$ التي يكون عندها نظام معادلات جريان ماء القرنية غير مستقر




الشكل ( 2 )

قيم $\lambda$ التي يكون عندها نظام معادلات جريان ماء القرنية مستقر



الشكل (3 )

7- الاستنتاجات:-

لقدتم في هذا البحث إيجاد قيم سرعة الموجة $c = c_1 + ic_2$ ولقد استنتجنا بان القيمة معقدة وان القيمة الموجبة $c_1$ او السالبة لـ تؤثر في حالة نمو الاضطراب او تلاشيه.لقد تمت تجزئة نظام المعادلات الى جزأيين،الجزء الاول ( المستقر) يكون صغيرا جدا مقارنة بالجزء الثاني والمهم في تحليل الاستقرارية ،وتم ايجاد القيم الذاتية Eigen values $u_0, p, t, v_1, \rho$ والمعادلة المميزة ( Characteristic Polynomial ) بالنسبة للجزء الثاني ،ثم قمنا بحلها برمجياً باستخدام نظام Maple 14 والحصول على قيم سرعة الموجة ، وبعد اعطاء قيم المعلمات

تبين ان هذه المنظومة لمعادلات جريان ماء القرنية تكون في حالة استقرار عندما :

1 – قيم $\lambda$ اعداد مركبة

1- $20 > t > 10$ 2- $16 > p > 9$ 3- $\rho = 10^3$

4- $2.05 > u_0 > 0$ 5- $1.1 > v_1 > 1.05$

2- قيم $\lambda$ اعداد حقيقية سالبة

1- $v_1 = 0$ 2- $t = 0$

وبعكسه فان المنظومة تكون في حالة عدم استقرار.

المصادر

[1] Ahmad,R.A.,2003 , ″A Mathematical Model for the Effect of Electrical Conductivities of
The Wall on the stability of fluid flow and Transition to chaos″ chapter(4),pp35-43.
[2] Al-Obaidi,M.F.and Abraham,B.M.,2001″Stability Analysis and chaos in a Bend Duct″,
Raf.J.Sci.,Vol.12,No.1,pp.91-99.
[3] A.D.Fitt,G.Gonzalez,2006, ″Fluid Mechanics of the Human Eye:Aqueous Human
flow in The Anterior Chamber.
[4] Canning,C.R.,Dewynne,J.N.,Fitt,A.D.&Greaney,M.J.,(2002)Fluid flow in the anterior
Chamber of a human eye,IMA J.Math.Appl.Med.Bio.19 31-60.
[5] Fatt,I and Weissman,B.A.Physiology of the eye.An introduction to vegetative
Functions(2nd Edn),New York:Butterworth-Heinemann(1992).
[6] Gaffney.E.A.,Maini,P.K.,McCaig,C.D.,Zhao,M.,&Forrester,J.V.(1999) Modelling
Corneal epithelial wound closure in the presence of physiological electric fields via
A moving boundary formalism,IMAJ.Math.Appl.Med.Bio.16,369-393.
[7] Gonzalez G.(2002) The mathematical modeling of human eyes,Ph.D.Thesis,
University of Southampton.
[8] Holm,O.,1968.A photogrammatic method for estimation of the papillary
Aqueous flow in the living human eye.Acta Ophthalmol.46,254-283.
[9] Monagan,M.B.,2003″Maple 11 Advanced Programming Guid ″.
[10] Thomas,L.HARMAN,2000, ″Advanced Engineering Mathematics with Matlab″
Second edition.