المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (20) 2011
عدد خاص بوقائع المؤتمر العلمي الرابع كلية علوم الحاسوب والرياضيات
ص ص [61-79]

التحليل الإحصائي والفوضوي لمشاهدات هطول الأمطار في مدينة الموصل

د.ميسون مال ا عزيز* منصور نغيمش فرج**

الملخص

في هذا البحث تمت دراسة التحليل الإحصائي والفوضوي للمشاهدات الواقعية المتمثلة بمشاهدات الأمطار وتشخيص سلوكها باستخدام بعض المقاييس والمؤشرات الإحصائية والفوضوية التي تم تطبيقها على بيانات المتسلسلة الزمنية متمثلة بتقنية الاختبار الثنائي الجديد، اختبار الصفر– واحد للفوضى، فضلا عن التعرف على بعض السمات والخصائص الإحصائية والفوضوية للمشاهدات الواقعية باستخدام التقنيات والمحاكاة الحاسوبية المتمثلة برسم المتسلسلة الزمنية، ومخطط فضاء الحالة، والتعرف على الدورية من خلال التحليل الطيفي، وفحص الاستقلالية اعتماداً على تكامل الإرتباط الإحصائي الحر(احصاءة التوزيع الحر) باستخدام المؤشر الإحصائي BDS ، والتي تدعم تشخيص السلوك لهذه المشاهدات. وتبين من خلال نتائج هذا البحث أن المتسلسلة الزمنية للأمطار في مدينة الموصل غير مستقلة وتسلك سلوكاً فوضوياً غير دوري وغير منتظم ، لهذا لا يمكن التنبؤ بسلوكها على المدى البعيد .

Statistical and Chaotic Analysis for of Rainfall Observation in the City of Mosul

Abstract

In this paper, we study the statistical and chaotically analysis for the real observations represented by the observations of rainy day falling on Mosul city , diagnose its behavior using some measurements and indicators of statistics and chaos that are applied directly on the time series data by using a new binary technical test, the 0-1 test for chaos, to identify some of the statistical and chaotic characteristics features for the

* استاذ مساعد/كلية علوم الحاسوب والرياضيات/جامعة الموصل
** مدرس مساعد/كلية علوم الحاسوب والرياضيات/جامعة الموصل

تاريخ التسلم :2011/10/1 ---------------- تاريخ القبول : 21 /12 /2011

real observations using the techniques and computer simulations represented by time series curve, State-Space Diagram. Periodicity is identified by the spectral analysis, check independence is based on the correlation integral and free statistics by using the statistical indicator BDS, and that supports the diagnosis of conduct for these observations. In this study, real observations for the years 1994-2000. Show, through this paper, that the time series of rainfall in the city of Mosul is not independent and its behavior is non-periodic, chaotic and irregular, this can not predict its behavior in the long time.

1- المقدمة Introduction

إن دراسة التحليل الإحصائي والفوضوي لأية ظاهرة ديناميكية له أهمية كبيرة لانه يمنح الباحثين فرصة التعرف على الخصائص والسمات لتلك الظاهرة ومعرفة سلوكها. إن تشخيص السلوك الفوضوي لأية متسلسلة زمنية يساعد في معرفة انه من الصعوبة جداً بناء دالة احتمالية وصعوبة التكهن والتنبؤ بسلوكها على المدى البعيد وانه لا جدوى من محاولة إيجاد وتقدير المرتبة لها [16]، إن التقنية التقليدية للتمييز بين الديناميكا المنتظمة والفوضوية هي حساب قوى لابنوف (λ) ، إذا كانت قوى لابنوف $\lambda > 0$ ذلك يشير إلى الفوضى، حيث المسارات المتقاربة تتباعد أسياً وإذا كانت $\lambda < 0$ فان المسارات المتقاربة تبقى قريبة من بعضها البعض ، هذه الطريقة غالباً ما تستعمل للأنظمة الديناميكية التي معادلاتها معلومة [4]. إذا كانت المعادلات غير معلومة، فان اختبار بيانات تجريبية بهذه الطريقة تكون غير مباشره، إذ تقدر قوى لابنوف باستعمال نظرية البعد المغمور [17]. أو بالتقريب الخطي لعامل النشوء [2]. وللتغلب على هذه المسألة تم استخدام الاختبار الثنائي الجديد للفوضى [10]، [11]. كما تم التعرف على بعض السمات والخصائص الإحصائية والفوضوية للمشاهدات الواقعية باستخدام التقنيات والمحاكاة الحاسوبية المتمثلة برسم المتسلسلة الزمنية، رسم فضاء الحالة، التعرف على الدورية من خلال التحليل الطيفي، استخدام المؤشر الإحصائيBDS لإيجاد تكامل الإرتباط والإحصائي الحر والحصول على النتائج المفيدة في تشخيص سلوكها .

2- اختبار الفوضى الثنائي The Binary Test for Chaos

إن الاختبار الجديد للفوضـى الـذي اقترحـه Gottwald وMelborne مقارنـة بالطريقة الاعتيادية لحساب قوى لابنوف فان الاختبار الجديد يطبق مباشرة علـى مـشاهدات المتسلسلة الزمنية ولا يتطلب إعادة بناء فضاء الطور(phase – space) ، المـدخلات هـي بيانات المتسلسلة الزمنية والمخرجات هي قريبة من الصفر أو قريبة من الواحد وتعتمد فيمـا إذا كانت المتسلسلة الزمنية فوضوية أم منتظمة .

وصف اختبار الفوضى الثنائي [12]:

Description of The Binary Test for Chaos

لتكن $\phi(j)$ مشاهدات المتسلسلة الزمنية ،

$\phi(j)$ ، $j = 1,2,\ldots\ldots T$

هناك متسلسلة من الخطوات نوضحها كالأتي:

أ- لتكن $c \in (o, \pi)$ ، نحسب المتغيرات الاتجاهية

$$p_c(t) = \sum_{j=1}^{t} \phi(j) \ \cos jc \qquad , \qquad q_c(t) = \sum_{j=1}^{t} \phi(j) \ \sin jc \qquad \ldots.(1)$$

$$t = 1, 2, \ldots\ldots T$$

حيث

- $p_c(t)$ و $q_c(t)$ هي مقيدة (bounded) إذا كان النظام الديناميكي منتظم (كمثال: دوري periodic أو شبه دوري quasi periodic)
- $p_c(t)$ و $q_c(t)$ تسلك سلوكاً محاذياً مشابهاً للحركة البروانية (Brownian motion) إذا كان النظام الديناميكي فوضوياً .

ب- نحسب متوسط مربع الإزاحة (Mean – square displacement) للمتغيرات الاتجاهية $p_c(t)$ و $q_c(t)$ المعرفة في (1) لبعض قيم c

$$M_c(t) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \sum_{j=1}^{T} [p_c(j+t) - p_c(j)]^2 + [q_c(j+t) - q_c(j)]^2$$

وعند تمهيد (Smoothing) وتحسين متوسط مربع الإزاحة فأن

$$M_c(t)_{new} = M_c(t)_{old} - \frac{1-\cos(tc)}{1-\sin(tc)} \left(\lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \sum_{j=1}^{T} \phi(j) \right)^2 \qquad \ldots.(2)$$

حيث أن $t << T$ ، $t \le t_{cut}$ ، $t_{cut} < T$ ،علماً أن t_{cut} تمثل الحد الأعلى لحساب $M_c(t)$ وبصورة عملية عندما نجد $t_{cut} = T/10$ فإننا نحصل على نتائج جيدة .

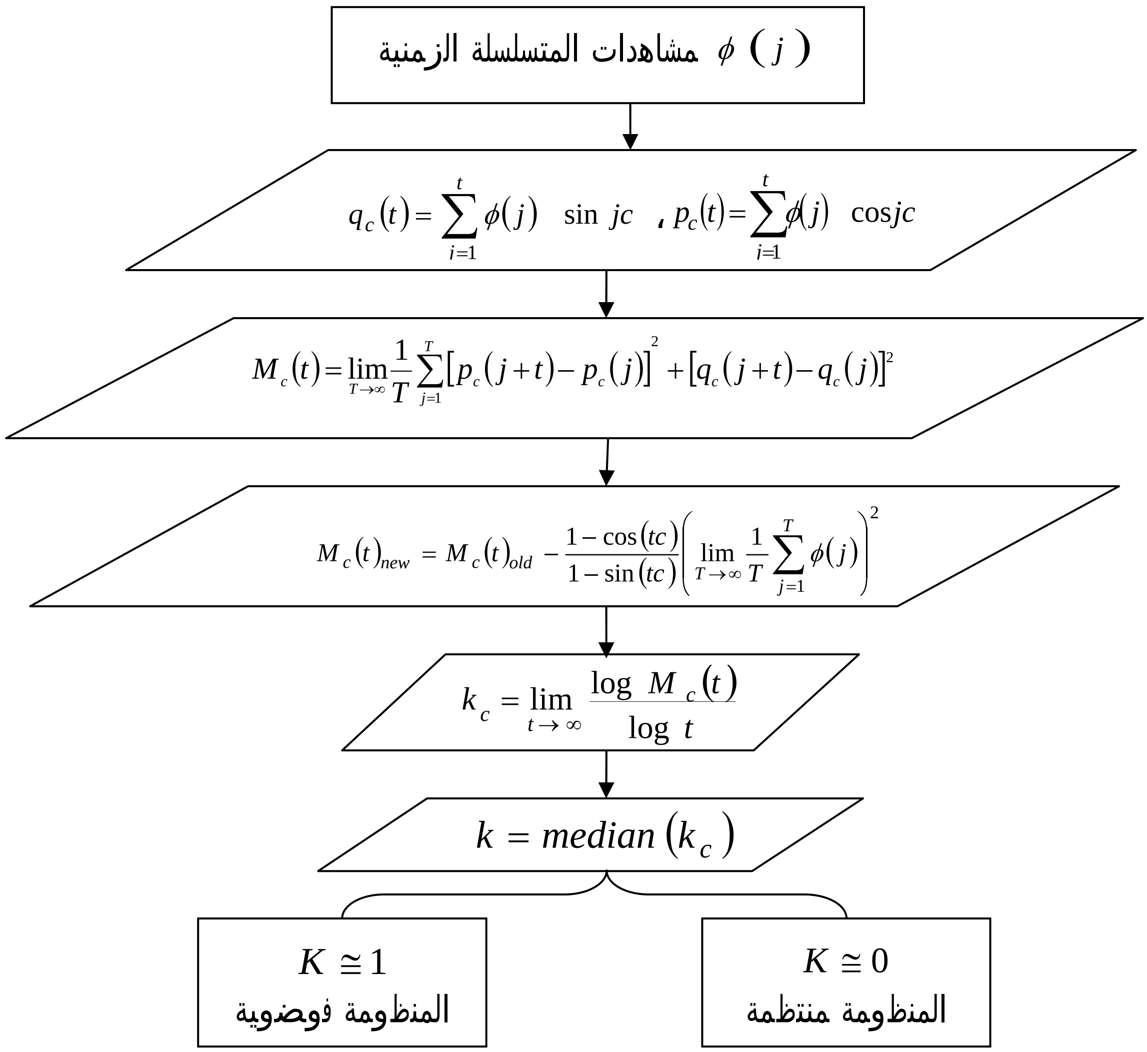
ج- متوسط مربع الإزاحة $M_c(t)$ يكون بشكل دالة تنمو خطيا مع الزمن t إذا كان النظام الديناميكي فوضوياً بينما تكون $M_c(t)$ دالة مقيدة (bounded) مع الزمن t إذا كان النظام الديناميكي منتظماً .

د- يمكن إيجاد النمو المحاذي لمتوسط مربع الإزاحة $M_c(t)$ عدديا بواسطة الانحدار الخطي لـ $\log M_c(t)$ عكس $\log(t)$ والمعرف بالصيغة

$$k_c = \lim_{t\to\infty} \frac{\log M_c(t)}{\log t}$$

حيث k يمثل الوسيط لـ k_c ، إذا كان $k \cong 0$ فان النظام الديناميكي منتظم بينما إذا كان $k \cong 1$ فان النظام الديناميكي فوضوي .

المخطط الانسيابي Flow Chart



3- بعد الإرتباط Correlation Dimension

اقترح بعد الإرتباط الباحثان الفيزيائيان Grassberger و Procaccia [13] ، مقياسا لتمييز الجاذب الفوضوي (Chaotic Attractor) ويستخدم الآن هذا المقيـاس علـى نطـاق واسع وذلك لسهولة حسابه ولتعامله مع البيانات التجريبية (Experimental Data) . يعد بعد الإرتباط من أسهل المقاييس المستخدمة لحساب البعد الكسوري ويتعامل مع المشاهدات معطى متسلسلة زمنية $\delta(t)$ ويمكن تشكيل متتابعة من المتجهات

$$X(t) = \left(\delta(t), \delta(t+\tau), \ldots\ldots \delta(t+(m-1))\tau\right) \qquad \ldots.(3)$$

حيث m هو البعد لفضاء طور (الذي فيه الجاذب مغمور ويطلـق عليـه البعـد المغمـور (Embedding Dimension)) . أن جميع التحليلات في المتسلسلات الزمنية تعتمـد علـى البعد المغمور وكذلك تعتمد على تكامل الإرتباط (Correlation Integral) ويعرف بالصيغة الآتية:

$$C(\varepsilon, m) = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{j=1}^{N} \sum_{i=j+1}^{N} \theta\left(\varepsilon - \left\| X_i - X_j \right\|\right) \qquad \ldots.(4)$$

حيث θ هي دالة مؤشرة (Heavisido Function) معرفة

$$\theta(x) = \begin{bmatrix} 1 & \text{if} & x \geq 0 \\ 0 & & \text{Otherwise} \end{bmatrix} \qquad \ldots.(5)$$

$C(\varepsilon,m)$ تقيس احتمالية الأزواج المتقاربة في المتسلسلات الزمنية لأي قيمة صغيرة (ε) فان $C(\varepsilon)$ هي دالة رتيبة متزايدة (Monotone Increasing Function) من الصفر ، عندما ε يساوي قيمة محصورة من الصفر إلى الواحد $C(\varepsilon)$ تنمو أسيا بنسبة M_c أي أن

$$C(\varepsilon) \approx \varepsilon^{Mc} \qquad \ldots.(6)$$

بين كل من Grassberger و Procaccia [13]، انه عندما تكون N كبيرة جـدا، تكـون ε صغيرة جداً . لوغاريتم تكامل الإرتباط كدالة لوغاريتم طول الإرتبـاط لـه منطقـة خطيـة بميل M_c، حيث أن M_c هو بعد الإرتباط

$$M_c = \lim_{\varepsilon \to 0} \lim_{N \to \infty} \frac{\ln C_N(\varepsilon, m)}{\ln \varepsilon} \qquad \ldots.(7)$$

أن بعد الإرتباط يكون عند اقل قيمة للبعد المغمور (m) عندما تكون قيم بعد الإرتباط متقاربة [13] .

ملاحظة 1 : إذا كان بعد الإرتباط

1- يساوي عددا غير صحيح فأن الحالة تكون فوضوية (Chaos)

2- يساوي ما لا نهاية فأن الحالة تكون تشويشا (Noise)

3- يساوي عددا صحيحا فأن الحالة تكون خطية (Linear) [4]، [13] .

4- المؤشر الإحصائي BDS

Indicator of the Statistical BDS

عرف المؤشر الإحصائي BDS في منتصف 1988 وقد أعلن عن برمجته باللغة (C) سنة 1996 من قبل العلماء Brock , Dechert , Scheinksmanh. إذ يعد مؤشراً لفحص الاستقلالية للمتسلسلات الزمنية لتحديد كون البيانات مستقلة وهل لها نفس التوزيع الاحتمالي أم لا . ولم يقتصر المؤشر الإحصائي BDS على الأنظمة غير الخطية ونظرية الفوضى بل استعمل في تشخيص البواقي (Residual Diagnostic) في الأنظمة غير المحددة (العشوائية) [7] .

4-1 اختبار الاستقلالية A Test for Independence [6]

لتكن $\{u_t\}$ متغيرات عشوائية حقيقية في عملية تصادفيه ذات استقرارية بقوة (Strictly Stationary) بدالة توزيع F . لتكن

$$u_t^m = (u_t, u_{t+1}, \ldots\ldots, u_{t+m-1})$$

لها دالة توزيع F_m حيث $\{u_t\}$ مستقلة فأن

$$F_m(x_1, \ldots\ldots, x_m) = \prod_{k=1}^{m} F(x_k)$$

افرض أن

$$G_i^j = \delta - \{u_i, u_{i+1}, \ldots, u_j\} \qquad 1 \le i < j \le \infty$$

العملية التصادفية $\{u_t\}$ تكون منتظمة ومطلقة إذا

$$B_k = \sup_{n \ge 1}\left\{ E\left[\sup\left\{ \left| p(A / G_1^n) - p(A) \right| A \in G_{n+k}^{\infty} \right\} \right] \right\} \qquad \ldots\ldots(8)$$

إن (8) تقترب من الصفر . حيث $x \in R^m$ ، أي نستخدم اكبر طبيعي ((Max norm))

$$\|x\| = \max_{1 \le k \le m} \{|X_k|\}$$

الدالة المميزة للمجموعة A هي χ_A . وحالة خاصة $A=[0,\varepsilon)$

تطلق على الدالة المميـزة χ_ε إذا كـان $\varphi:R^m\rightarrow R^{/}$ قابلـة للاشـتقاق (التفاضـل) فـأن $(D\phi)_\chi\in R^m$ هو متجـه المـشتقات الجزئيـة لـ φ عنـد $x\in R^m$ المـشتقة الاتجاهيـة (Derivative Directional) لـ φ عند x في الاتجاهي (v) هي

$$(D\varphi)_x.v = \lim_{\varepsilon\to 0}\frac{\varphi(x+\varepsilon v)-\varphi(x)}{\varepsilon} \qquad ....(9)$$

4-2 تكامل الإرتباط The Correlation Integral

أن تكامل الإرتباط يعد الأهم في المؤشر الإحصائي BDS ومـن تطبيقـات تكامـل الإرتباط والمقاييس الأخرى فـي العلـوم اللاخطيـة اختبـار فرضـية التوزيـع المـستقل نفسه (iiid) (Identical Independent Distributed) [6] .أي أن فرضية العدم تكون

$\{ H_o: \quad X_t \quad \text{is iid} \}$

إذ أن X_t المتسلسلة الزمنية، H_o هي فرضية العدم [12] .

لقد عُرف تكامل الإرتباط كطريقة لقياس البعد الكسوري للبيانات المحددة (Deterministic data) وتكامل الإرتباط عند البعد المغمور (Embedding dimension) (m) معطاة بـ

$$C_{m,n}(\varepsilon)=\frac{1}{\binom{n}{2}}\sum\sum_{1\le s\le t\le n}\chi_\varepsilon\left(\left\|u_s^m-u_t^m\right\|\right) \qquad ....(10)$$

وأيضا

$$C_m(\varepsilon)=\lim_{n\to\infty}C_{m,n}(\varepsilon) \qquad ....(11)$$

فإذا كانت البيانات متولدة من عملية تصادفيه ذات الاستقرارية بقوة تكون منتظمة مطلقا فـأن الغاية تكون موجودة وفي هذه الحالة الغاية لمعادلة (11) تكون

$$C_m(\varepsilon)=\int\int\chi_\varepsilon\left(\|u-v\|dF_m(u).dF_m(v)\right) \qquad ....(12)$$

عندما تكون مستقلة ، وبما أن

$$\chi_\varepsilon\left(\|u-v\|\right)=\prod_{i=1}^{m}\chi_\varepsilon\left(|u_i-v_i|\right) \qquad ....(13)$$

المعادلة (12) تكون بالشكل

$$C_m(\varepsilon)=(C_1(\varepsilon))^m \qquad ....(14)$$

4-3 نظرية Denker and keller: [9]

لتكن $h:\chi^m \to R$ نواة غير خالية، U هو إحصائي، فـان التوزيـع المحـاذي لـ ـ $\frac{N}{m\sigma_N}\left(U_N(h-\theta)\right)$ هو التوزيع الطبيعي القياسي ($N(0,1)$) إذا تحققت احد الشروط التالية :

-1 $(X_n)_{n\geq 1}$ تكون ممزوجة بشكل منتظم لكلا اتجاهي الزمن $\sigma_N^2 \to \infty$ وكذلك لبعض قيم $\delta > 0$

$$\sup_{1\leq t_1<t_2<.....<t_m} E\left|h\left(X_{t_1},.....,X_{t_m}\right)\right|^{2+\delta} < \infty.$$

-2 $(X_n)_{n\geq 1}$ تكون ممزوجة بشكل منتظم لكلا اتجاهي الزمن بالنـسبة للمعـاملات $\varphi(n)$ التي تحقق $\sum \varphi(n) < \infty$ ، $\sigma^2 \neq 0$ وكذلك بالنسبة إلى

$$\sup_{1\leq t_1<t_2<.....<t_m} E\left(h\left(X_{t_1},.....,X_{t_m}\right)\right)^2 < \infty.$$

-3 $(X_n)_{n\geq 1}$ تكـون منتظمـة جـدا بالنـسبة إلـى المعـاملات $\beta(n)$ التـي تحقـق $\sum \beta(n)^{\delta/(2+\delta)} < \infty$ لبعض $0<\delta$ ، $\sigma^2 \neq 0$ وكذلك بالنسبة إلى

$$\sup_{1\leq t_1<t_2<.....<t_m} E\left|h\left(X_{t_1},.....,X_{t_m}\right)\right|^{2+\delta} < \infty.$$

4-4 التوزيع المحاذي لتكامل الإرتباط

Asymptotic Distribution of Correlation Integral

4-4-1 مبرهنة : [6]

لتكن $\{u_t\}$ متغيرات عشوائية مستقلة ذات توزيع متماثـل (iid) إذا كـان $k(\varepsilon)>C(\varepsilon)^2$ حيث

$$k(\varepsilon)=\int\left(\int \chi_\varepsilon\left(|u-v|\right)dF(u)\right)^2 dF(v)=\int\left[F(u+\varepsilon)-F(u-\varepsilon)\right]^2 dF(u) \quad ....(15)$$

فأن

$$\sqrt{n}\,\frac{C_{m,n}(\varepsilon)-(C_1(\varepsilon))^m}{\sigma_m(\varepsilon)} \quad ....(16)$$

تقترب في التوزيع إلى N(0,1) حيث

$$\frac{1}{4}\sigma_m^2 = k^m - C^{2m} + 2\sum_{i=1}^{m-1}\left[k^{m-i}C^{2i} - C^{2m}\right] \quad ....(17)$$

البرهان :- لاحظ [6] .

4-4-2 مبرهنة:- [6]

لتكن $\{u_t\}$ هي (iid) ، إذا كان $K(\varepsilon)>C(\varepsilon)^2$ فأن $m\geq 2$

$$W_{m,n}(\varepsilon)=\sqrt{n}\,\frac{C_{m,n}(\varepsilon)-(C_1(\varepsilon))^m}{\sigma_m(\varepsilon)} \qquad ....(18)$$

يقترب بالتوزيع إلى N(0,1) ، التباين المحاذي معطى بـ

$$\frac{1}{4}V_m^2=m(m-2)C^{2m-2}(K-C^2)+K^m-C^{2m}+ 2\sum_{j=1}^{m-1}\left[C^{2j}(K^{m-j}-C^{2m-2j}-mC^{2m-2}(K-C^2)\right] \qquad ....(19)$$

البرهان :- لاحظ [6] .

ملاحظـــة 2 : $W_{m,n}(\varepsilon)$ فـــي المبرهنـــة (2-4-4) هـــي احـــصاءة التوزيـــع الحر (Distribution Free Statistic) ومن ميزاته انه لا يوجد افتراضات توزيعية تستعمل كمختبر إحصائي للمتغيرات العشوائية المستقلة التي لها نفس التوزيع الاحتمالي [6].

5- مشاهدات الأمطار في مدينة الموصل

Observations of Rainfall in the City of Mosul

إن ظاهرة سقوط الأمطار تعد من الظواهر الحيوية المهمة وذلك لتأثيرها المباشر فـي شتى مجالات الحياة. إن السمة الأساسية لظاهرة الأمطار أنها ظاهرة منفصلة ، إذ أن هنـاك فاصلاً زمنياً يختلف باختلاف المناطق . إن المشاهدات التي تم الحصول عليها لدراسة التحليل الإحصائي والفوضوي تمثلت بالمشاهدات الواقعية لكمية الأمطار الساقطة على مدينة الموصل للمدة من عام 1994 ولغاية عام 2000 والتي تم تناولها في دراسة جانب إحصائي آخر من قبل الباحثين (الخياط وآخرون (2011)) [1]. هذه المشاهدات تمثل كمية الأمطـار اليوميـة الساقطة في السنوات المطرية والتي تتألف من سبعة أشهر، بدءاً بالـشهر العاشـر (تـشرين الأول) ولغاية الشهر الخامس (أيار) ، إذ يبلغ حجم هذه المشاهدات 1489 مشاهده .

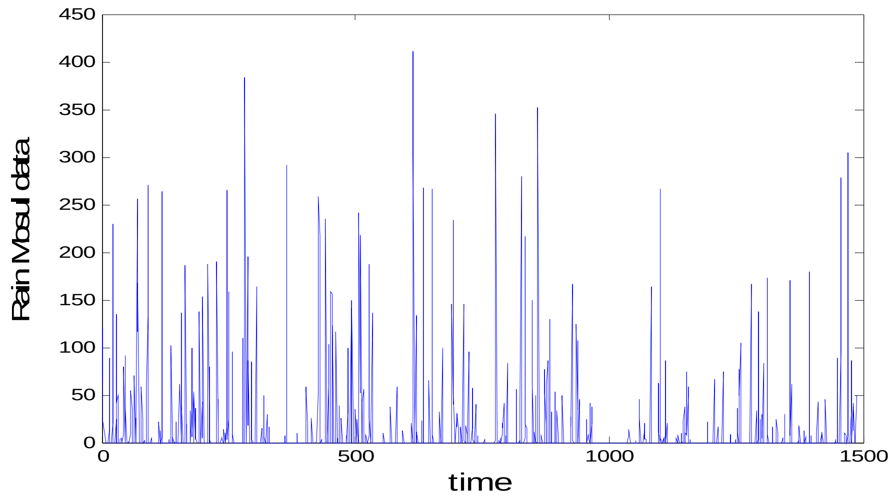
6- الخصائص الإحصائية للمتسلسلة الزمنية للأمطار في مدينة الموصل

Statistical Properties for Time Series Rainfall in Mosul City

في هذا الجزء سنتعرف على أهم السمات المميزة والخصائص الإحصائية للمتسلسلة الزمنية لمشاهدات الأمطار، والتي تعتبر من المؤشرات والمقاييس لدراسة الفوضى وتشخيص السلوك . إن المخططات البيانية والنتائج العددية للمحاكاة الحاسوبية تمت ببناء وتصميم برامج بلغة MATLAB .

6-1 رسم المتسلسلة الزمنية Time Series Plots

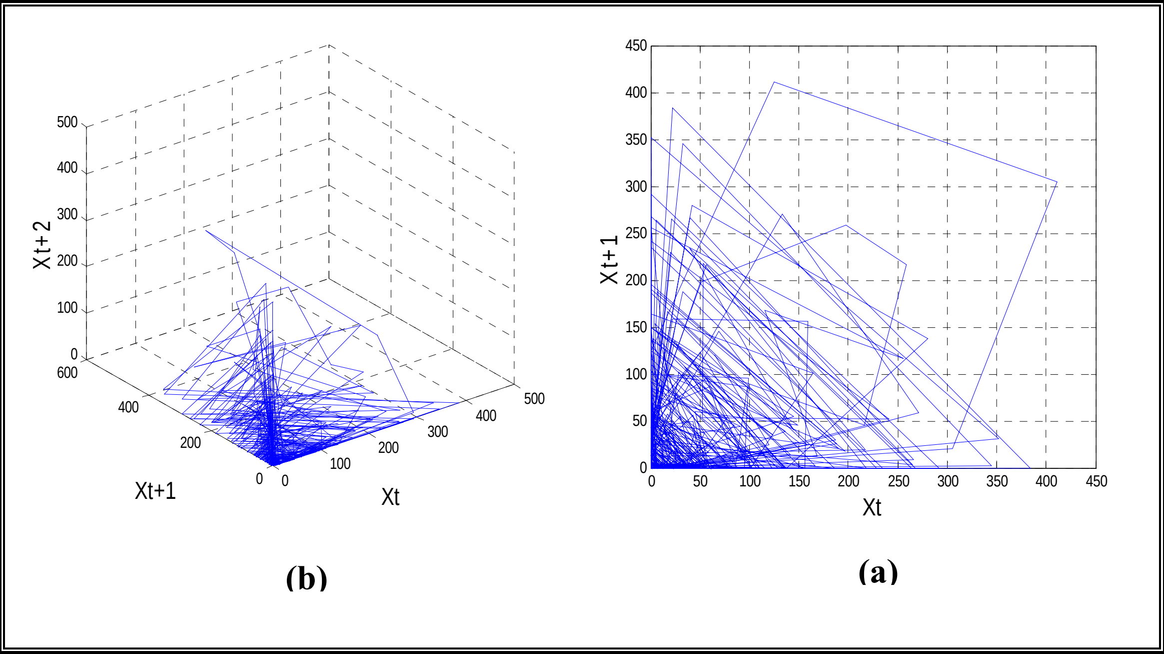
رسم المتسلسلة الزمنية لـ 1489 من مشاهدات الأمطار في مدينة الموصل والموضحة في الشكل (1) يشير رسم المتسلسلة الى أن السلوك غير دوري وغير منتظم .



الشكل (1): رسم المتسلسلة الزمنية لمشاهدات الأمطار في مدينة الموصل من عام 1994 لغاية 2000 .

6-2 مخطط فضاء الحالة State-Space Diagram

يمثل مخطط فضاء الحالة $x(t)$ مقابل $x(t+h)$ لكل $h \geq 1$ من المؤشرات الجيدة لسلوك المتسلسلات الزمنية، عندما يكون السلوك فوضوياً فأن فضاء الحالة يكون على شكل مجموعة كبيرة من المنحنيات (Contours) المغلقة التي لا تظهر الرتبة لها بشكل واضح [3]، [14]. لهذا فإن مخطط فضاء الحالة ببعدين وبثلاثة أبعاد للمتسلسلة الزمنية للأمطار في الشكل (2) يشير إلى أن سلوكها غير منتظم (فوضوي) وغير دوري حيث تكون فيه مجموعة كبيرة من المنحنيات ، فضلا عن ان هناك اختلافاً في اغلب تلك المنحنيات .



الشكل (2): رسم مخطط فضاء الحالة $x(t)$ مقابل $x(t+h)$ $h=1,2$ للمتسلسلة الزمنية للأمطار . (a): رسم مخطط فضاء الحالة ببعدين . (b): رسم مخطط فضاء الحالة بثلاثة أبعاد .

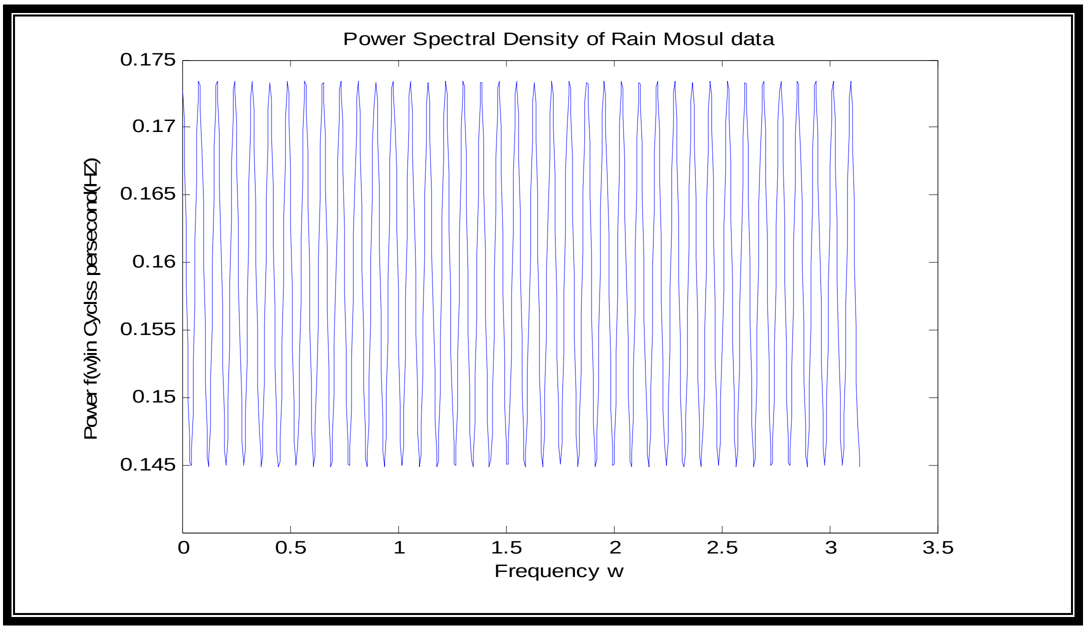
6-3 الدورية A periodicity

إن السمة الأقوى لبيان الفوضوية الديناميكية هو غياب الدورية ، المتسلسلة الزمنية يقال بأنها تكون دورية بقوة (Strictly Periodic) إذا كانت $x(t)=x(t+\tau)$ لكل t ، أي أن مدة الدورة $T(>0)$ تبقى ثابتة دون تغيير [15] .

يعد التحليل الطيفي (Spectral Analysis) من المؤشرات الجيدة لمعرفة سلوك المتسلسلات الزمنية، إذا كان السلوك فوضويا فأن القمم (peaks) تكون متداخلة ولا تظهر قمة منفردة كما هو الحال في السلوك الدوري. الشكل (3) يوضح مقدراً لدالة كثافة الطيف لمتتابعة المتسلسلة الزمنية للأمطار باستخدام المقدر الآتي [8] :

$$f(w)=\frac{1+2\sum_{k=1}^{\infty}\hat{\rho}_k\cos(kw_p)}{2\pi};\quad -2\pi\le w\le 2\pi,\; w_p=\frac{2\pi p}{T};\; p=1,2,\ldots,\frac{T}{2}\quad ..(20)$$

إن P هي نقطة القطع Truncation Point، وقد تم اختيارها لتكون $P = [2\sqrt{T}\,]$، و أن القوسين [] يعنيان أن يؤخذ الجزء الصحيح من المقدار المحصور بينهما.



الشكل (3): مقدر دالة كثافة الطيف للمتسلسلة الزمنية للأمطار

نلاحظ من رسم مقدر كثافة الطيف بأن الطاقة الموجودة في المتسلسلة الزمنية تتوزع على مدى قصير يتراوح بين 0.145 و 0.174 دورة لكل ثانية (هرتز). إن عدم وجود قمة وحيدة منفردة في هذه الدالة الطيفية يشير إلى عدم دورية هذه المتسلسلة الزمنية، أي أنها تسلك سلوكًا فوضوياً .

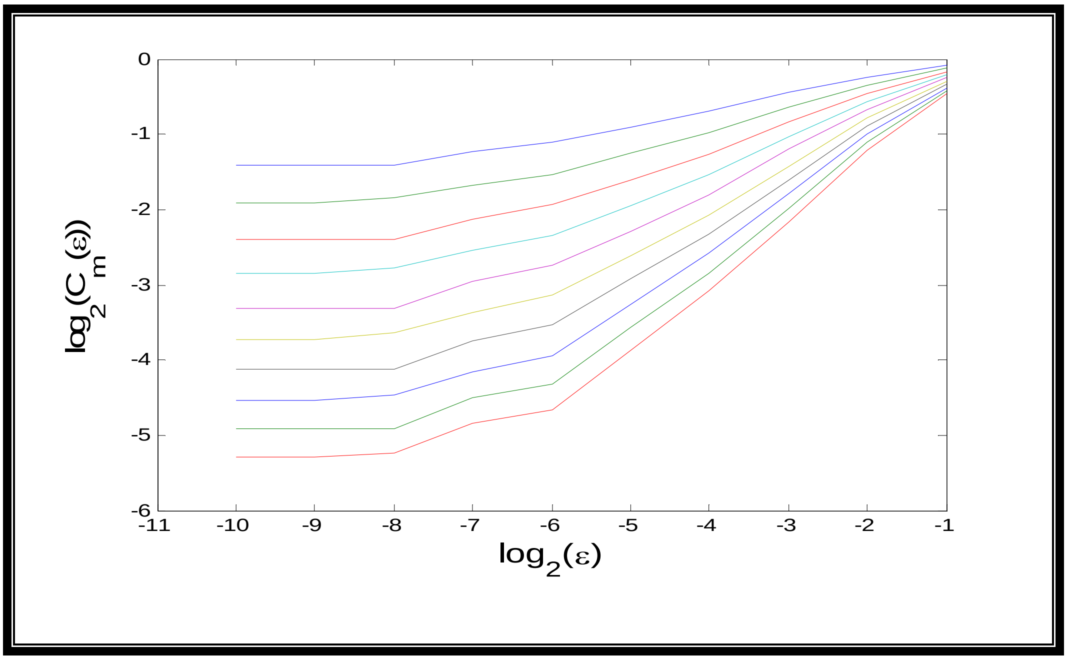
6-4 فحص الاستقلالية Check of Independence

في هذا الجزء تم فحص الاستقلالية لمشاهدات الأمطار في مدينة الموصل للمدة من عام 1994 ولغاية عام 2000 ، لتحديد فيما إذا كانت المشاهدات مستقلة ولها نفس التوزيع الاحتمالي أم لا ؟ . كما لم يقتصر الفحص على تشخيص الاستقلالية لهذه المشاهدات بل أستعمل أيضا في تحديد فيما إذا كانت تسلك سلوكا فوضوياً أم منتظماً .

باستخدام المؤشر الإحصائي BDS تم حساب تكامل الإرتباط $C(\varepsilon, m)$ المعرف في المعادلة (4). إن النتائج التي تم الحصول عليها مبينه بالجدول (1) .

الجدول (1): قيم تكامل الإرتباط للمتسلسلة الزمنية للأمطار . كل عمود بعد مغمور (m) مختلـف حيث $m = 1,2,....10$ ، كل صف يبين قيما مختلفة لـ j حيث $\varepsilon_j = (0.5)^j$ ، كل خلية تمثـل قيمة تكامل الإرتباط $C(\varepsilon, m)$ المعرف في المعادلة (4) .

j	البعد المغمور m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.94338	0.91664	0.89120	0.86608	0.84132	0.81689	0.79275	0.76988	0.74736	0.72513
2	0.84492	0.78177	0.72519	0.67372	0.62512	0.57996	0.53976	0.50191	0.46620	0.43277
3	0.73402	0.63914	0.55882	0.48862	0.43657	0.37315	0.32840	0.28864	0.25330	0.22413
4	0.61649	0.50796	0.41701	0.34323	0.28457	0.23714	0.19943	0.16674	0.13972	0.11820
5	0.53382	0.41967	0.32921	0.25882	0.20520	0.16410	0.13161	0.10441	0.083992	0.068283
6	0.46334	0.34679	0.26113	0.19749	0.14897	0.11382	0.086556	0.065023	0.050340	0.039439
7	0.42559	0.31246	0.22951	0.17171	0.12856	0.097362	0.074469	0.056239	0.044400	0.034997
8	0.37605	0.27831	0.19087	0.14631	0.10032	0.080078	0.057664	0.045087	0.032988	0.026611
9	0.37605	0.26492	0.19087	0.13823	0.10032	0.075662	0.057664	0.042924	0.032988	0.025631
10	0.37605	0.26492	0.19087	0.13823	0.10032	0.075662	0.057664	0.042924	0.032988	0.025631



الشكل (4) : $\log_2 C_m(\varepsilon)$ كدالة لـ $\log_2(\varepsilon)$ لقيم مختلفة من البعد المغمور m للمتسلسلة الزمنية للأمطار . حيث $\log_2 C_m(\varepsilon)$ مقابل $\log_2(\varepsilon)$ يمثل بعد الإرتباط .

من استعمال خوارزمية المؤشر الإحصائي BDS وبعد حصولنا علـى قـيم تكامـل الإرتباط للمتسلسلة الزمنية في الجدول (1) ومن خلال عدم تحقق العلاقة الآتية

$$C_m(\varepsilon) = (C_1(\varepsilon))^m \quad ....(21)$$

تبين أن المتسلسلة الزمنية غير مستقلة أي معتمدة [5] , وكذلك يمكننا التحقق أيضا من العلاقة الآتية

$$C_m(\varepsilon)/(C_1(\varepsilon))^m = L \quad ....(22)$$

حيث نجد من العلاقة (22) ما يأتي : [4]

1- في حالة كون قيمة L أكبر من واحداً فالقيم في هذه الحالة تكون ذات تجاذب قوي أي متباعدة ، كما أنها قد تشابه إلى حد ما عدد لابنوف وهذا يعني وجود حالة الفوضى.

2- في حالة كون قيمة L أقل من واحد فأن هذا يعني وجود تجاذب ولكنه يكون متقارباً أي لا وجود لحالة الفوضى .

3- عندما قيمة L تساوي واحداً لا يتحقق تعريف الفوضى وأن المتغيرات تكون مستقلة ومتماثلة .

من النتائج التي تم الحصول عليها من حساب تكامل الإرتباط عند القيم المختلفة للبعد المغمور m في الجدول (1) ، إذ يتضح عدم تحقق العلاقة (21) وكذلك من العلاقة (22) يتضح بأن قيمة L اكبر من الواحد ، لذلك نستنتج بأن مشاهدات الأمطار في مدينة الموصل غير مستقلة وتسلك سلوكاً فوضوياً .

كذلك من خلال حساب قيمة الإحصائي الحر $W_{m,n}(\varepsilon)$ المعرف في المعادلة (19) لبيان فيما إذا كانت مستقلة ولها نفس التوزيع الاحتمالي أم لا ؟ والنتائج التي حصلنا عليها موضحه في الجدول (2) .

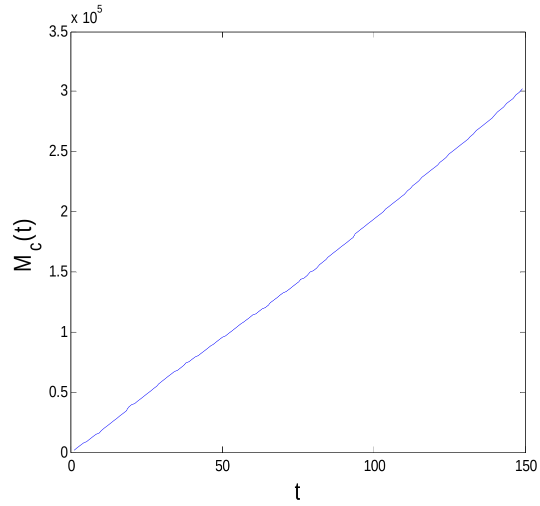
الجدول (2): قيم الإحصائي الحر $W_{m,n}(\varepsilon)$ للمتسلسلة الزمنية للأمطار . كل عمود يمثل بعداً مغموراً (m) مختلفاً حيث $m=1,2,....10$ ، كل صف يبين قيماً مختلفة لـ j حيث $\varepsilon_j=(0.5)^j$ ، كل خلية تمثل قيمة الإحصائي الحر كما معرف في المعادلة (19) .

j	البعد المغمور m								
	2	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
1	2.5486	2.5149	2.4823	2.4390	2.4062	2.3978	2.36496	2.3336	2.2992
2	4.4681	4.3863	4.3751	4.3237	4.1011	3.8911	3.8370	3.7316	3.5937
3	5.7962	5.7334	5.6081	5.3423	5.0113	4.8006	4.7526	4.6542	4.5262
4	9.8163	1.0109	9.4609	8.9953	8.8036	8.7342	8.8434	8.8223	8.8508
5	12.252	12.379	11.813	11.414	11.326	11.465	11.679	11.728	12.072
6	12.565	12.878	12.761	12.737	12.713	13.050	13.357	13.524	14.319
7	13.110	13.833	13.790	14.255	14.755	15.601	16.770	17.812	20.023
8	13.567	14.255	14.594	15.267	16.005	17.509	19.379	21.191	24.086
9	13.510	14.253	15.009	15.790	16.730	18.740	21.287	23.624	27.312
10	13.510	14.253	15.009	15.790	16.730	18740	21.287	23.624	27.312

إذ انه **لقيم مختلفة لمستوى المعنوية** α **حيث** $\alpha=0.01$ **و**$\alpha=0.05$ ترفض فرضية العدم(H_o: x_t is i.i.d) مما يشير إلى إن المتسلسلة الزمنية للأمطار في مدينة الموصل غير مستقلة وتسلك سلوكاً فوضوياً غير دوري وغير منتظم .

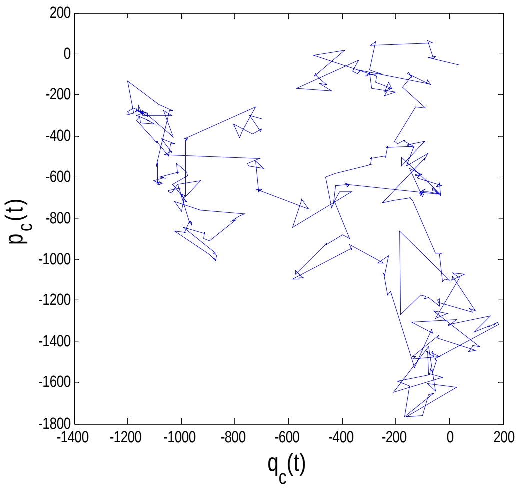
6-5 اختبار الفوضى الثنائي لمشاهدات الأمطار في مدينة الموصل

إن مشاهدات الأمطار في مدينة الموصل من المشاهدات التجريبية والواقعية التي تجعل من الصعوبة تحديد فيما إذا كان السلوك فوضوياً أم غير فوضوي بمقاييس الفوضى القديمة إلا انه بواسطة الاختبار الجديد اختبار الفوضى الثنائي والذي يتميز بإمكانية تطبيقه على أية مشاهدات ديناميكية بدون الحاجة إلى إعادة بناء فضاء الطور، وعندما تم إجراء خوارزمية اختبار الفوضى الثنائي في الفقرة (2) تبين أن مشاهدات الأمطار تسلك سلوكاً فوضوياً وغير منتظم حيث $k=0.9988\cong 1$ وكما مبين في الشكل (5) .



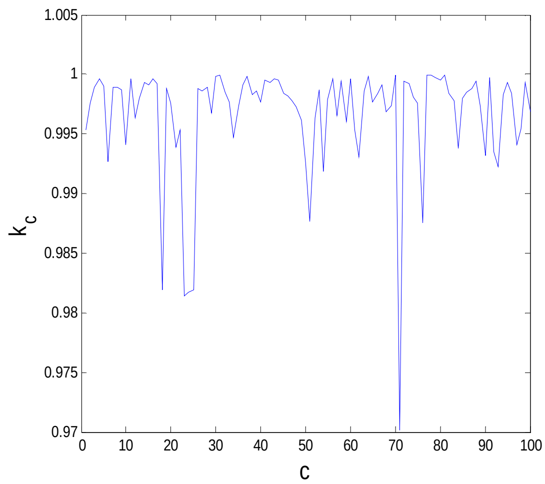
رسم متوسط مربع الإزاحة $M_c(t)$ مقابل t ، متوسط مربع الإزاحة $M_c(t)$ هو دالة تنمو خطيا مع الزمن t

(a)



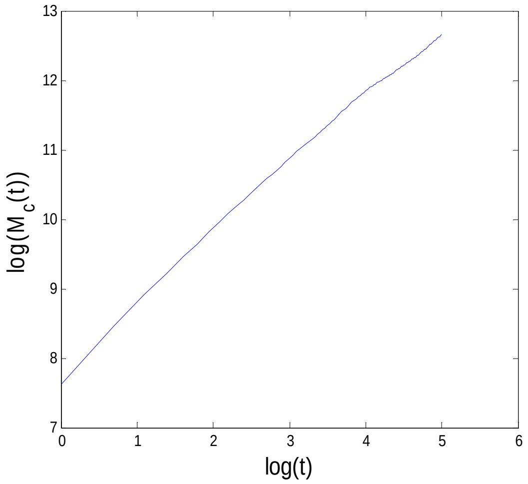
رسم $p_c(t)$ مقابل $q_c(t)$
$p_c(t)$ و $q_c(t)$ تسلك سلوكا محاذيا مشابها للحركة البراونية

(b)



النمو المحاذي k_c لمتوسط مربع الإزاحة مقابل c ، k_c يبقى حول الواحد

(c)



$\log M(t)$ مقابل $\log(t)$ ، k_c دالة تنمو خطيا مع الزمن t

(d)

الشكل (5): اختبار الفوضى الثنائي للمتسلسلة الزمنية للإمطار في مدينة الموصل من عـام 1994 لغاية عام 2000 .

7- الاستنتاجات Conclusions

- اعتماد تقنية الاختبار الثنائي الجديد ، اختبار الصفر– واحد للفوضى كـأداة فعالـة فـي التمييز بين السلوك الفوضوي والسلوك المنتظم للمتسلسلات الزمنية غير الخطيـة، هـذا التمييز واضح جداً بواسطة متغير التمييز K الذي قيمته قريبة إما إلى الصفر أو قريبـة من الواحد، وعند استخدام خوارزمية الاختبار الثنائي وبعد الحصول على النتائج العدديـة والبيانية للمتسلسلة الزمنية للأمطار في مدينة الموصل للفترة مـن عـام 1994 ولغايـة 2000 تبين أنها تسلك سلوكاً فوضوياً. لهذا لا يمكن التنبؤ عن سلوكها على المدى البعيد.
- يعد المؤشر الإحصائي BDS من المؤشـرات الجيـدة والمفيـدة لفحـص الاسـتقلالية للمتسلسلات الزمنية لتحديد كون البيانات مستقلة وهل لها نفس التوزيع الاحتمالي أم لا ؟ ومن خلال تطبيق خوارزمية المؤشر الإحصائي BDS على المتسلسلة الزمنية للإمطـار وإيجاد قيم تكامل الإرتباط الموضحة في الجدول (1)، وقيم الإحصائي الحر الموضحة في الجدول (2) ، يتضح بأن المتسلسلة الزمنية غير مستقلة وتسلك سلوكا فوضوياً .
- إن رسم المتسلسلة الزمنية، مخطط فضاء الحالـة، الدالـة الطيفيـة تعـد مـن الأدوات والمؤشرات الجيدة التي تدعم تشخيص سلوك المشاهدات الواقعية ذلك من خلال التعرف على الخصائص الإحصائية والفوضوية لها، ومن دراسة مشاهدات الأمطار بهذه الأدوات ورسم الأشكال (1) و(2) و(3) تبين أنها تسلك سلوكاً فوضوياً غير دوري وغير منتظم .
- اختبار الفوضى الثنائي له سمات تجعلـه الأفـضل والأقـوى بالمقارنـة مـع الأدوات والمؤشرات الأخرى التي تستعمل في تشخيص الفوضى للمتسلسلات الزمنية وملاحظـة سلوكها الديناميكي. إذ أن الاختبار الجديد ، اختبار الفوضى الثنائي يمكن أن يطبق مباشرة على مشاهدات المتسلسلة الزمنية ولا يتطلب إعادة بناء فضاء الطور ، إذ ان المـدخلات هي بيانات المتسلسلة الزمنية والمخرجات هي قريبة من الصفر أو قريبة من الواحد ، إذا كان $k \cong 0$ فان السلوك يكون منتظماً ، بينما إذا كان $k \cong 1$ فان السلوك يكون فوضوياً، إن السمة الأقوى للاختبار الثنائي والتي تبرز عالمية الاختبار هو انه مـستقل ولا يعتمـد على طبيعة البيانات التي تغذي المنظومة وبشكل خاص ليـست هنـاك حاجـة لمعرفـة معادلات المنظومة الديناميكيـة فـضلا عـن أن الطريقـة تطبـق علـى جـزء مـن المشاهدات$\phi(X(t))$ بدلاً من كل المسار $X(t)$. كذلك فإن الاختبار الثنائي يتميز بتقنيـة حسابية وبيانية عالية جداً عن الأدوات والمؤشرات الأخرى والتي منها المؤشر الإحصائي

BDS الذي وإن كان يطبق مباشرة على بيانات المتسلسلة لكنه يتطلب عمليات حسابية كثيرة ومعقدة .

المصادر References

[1] الخياط، باسل يونس وعزيز، شعاع محمود والعجوز، زينة فالح (2011) "خوارزمية حاسوبية لتقدير مرتبة سلسلة ماركوف مع التطبيق" ، بحث مقبول للنشر في المجلة العراقية للعلوم الإحصائية ، كلية علوم الحاسوب والرياضيات ، جامعة الموصل .

[2] Abarbanel, H. D. I. & Brown, R. & Sidrovich, J. J. & Tsimring, L. S. (1993), "The analysis of observed chaotic data in physical systems" Rev. Mod. Phys.6s, 1331 -1392 .

[3] Alligood, K. T. & Sauer, T. D. & Yorke J. A. (1997), "Chaos: An Introduction to Dynamical Systems", Springer-Verlag ,New York, Inc.

[4] Aziz, M. M (1996) " Anew Analysis of Sunspot Time Series " Ph.D thesis, University of Mosul .

[5] Baek, E .G. and Brock, W. A. (1991),"Non Parametric Test For Independence of Multivariate Time series", SSRI.395.

[6] Brock, W.A. & Dechert, W. D. & Lebaron, B. & Scheinkman, J.A. (1996), "A test for Independence Based on the Correlation Dimension" ,SSRI,444 .

[7] Brock, W. A. & Pottert, S. M. (1993), "Non-Linear Time Series and Macroeconmtrics", SSRI.444 .

[8] Chatifield, C. (1975), "The Analysis of time series : Theory and Practice" Chapman and Hall , London.

[9] Denker, M. & Keller, G. (1983) , "On U-Statistics and v. Mises' Statistics for Weakly Dependent Processes", Zeitscbrift fur Wahrscheinlichkeitstheorie und verwandte Gebiete, Springer-verlag, 64, 505-522

[10] Falconer, I. & Gottwald, G. A. & Melbourne, I.(2007), "Application of the 0-1 Test for Chaos to Experimental Data", Xulvi – Brunet, SIAM J. 6, No. 2, pp. 395–402.

[11] Gottwald, G. A. & Melbourne, I. (2003), "A new Test for Chaos in Deterministic Systems" , Proc. R. Soc. Lond. A 2004 460, 603-611.

[12] Gottwald, G. A. & Melbourne, I. (2009) , " On the Implementation of the 0–1 Test for Chaos" , Xulvi – Brunet , SIAM J. Appl. Dyn. Syst.(8) 129–145.

[13] Grassberger, P. & Procaccia, I. (1983), "Characterization of Strange Attractor", physics Review letter So:340.

[14] Henk Broer & Floris Takens (2010), "Dynamical Systems and Chaos", Springer- Science+Business Media, Inc.

[15] Murray J. D. (1993), "Mathematical Biology", second ,corrected Edition New York , springer-verlg .

[16] Paul, S. Addison (1997) ," Fractals and Chaos ", Napier University, Edinburgh.

[17] Takens, F. (1981), "Deterministic Chaos in Run of Series", Lecture Note in Mathematics, 898: 366-381 .