

On Use of Linear and Nonlinear Models to Measure Compressive Strength of Concrete Bearing

Azhar Hadi Mahdi

Building & Construction Engineering Department, University of Technology/Baghdad

Email: Azharhadi@rocke.com

ABSTRACT

Statistical and analysis researches are considered important in solving many problems, and taking suitable decisions, and sometimes predict incoming problems and solving them in near or far future for specific sphere or to improve the productivity of any kind of product and other application. Response surfaces method roots goes back to 1930's and is considered very important, its applications had a highly successful results in chemical engineering, agricultural, medical applications, biological, apart from, simulation in computers. The previous attempts to carry out these experiments according to linear and nonlinear models to estimate the parameters. This research has adopted the least square method in cases of linear regression and (Marquardt method) in case of nonlinear models which are distinguished with accurate parameters, also to solve multiple linear relationships problem between independent variables if it was exist. This method has been applied to study compressive strength for concrete in ages 3, 7, 28 days and the results were concluded from practical experiment according to complete random design (3*3) in bearing concrete (with standard specifications) compressive strength. In order to get minimum estimation for relationship between bearing concrete to compressive strength and independent variables represents by percentages (sand and gravel) and to fix water cement ratio. Experiments were varied each time percentage of sand and gravel and measure compressive strength for any age mentioned. Results have been analyzed statistically to find the best suitable model with high efficiency in application from the statistical models used in this research along with random design.

إستخدام النماذج الخطية واللاخطية لقياس قوة تحمل الكونكريت للضغط المسلط عليه

الخلاصة

تعتبر البحوث والتحليلات الاحصائية من الادوات المهمة في حل كثير من المشاكل وبالتالي اتخاذ القرارات المناسبة وفي بعض الأحيان التنبؤ بحدوث بعض المعضلات وحلها في المستقبل القريب أو البعيد لمجال معين أو لتحسين انتاجية منتج ما أو غيرها من التطبيقات الكثيرة. وتعتبر طريقة سطوح الأستجابة (Response Surface Method) والتي تعود جذورها الى عام (1930) من الطرق الاحصائية المهمة وقد لاقت تطبيقاتها نجاحاً كبيراً في الهندسة الكيماوية وفي الزراعة والمجالات الطبية والبيولوجية فضلاً عن المحاكاة (Simulation) في الحاسبات الالكترونية. وكانت المحاولات السابقة على اجراء التجارب وفق النماذج الخطية واللاخطية في تقدير المعلمات (Parameters). وطريقة البحث هنا هي استخدام طريقة المربعات الصغرى في حالة الانحدار الخطي وطريقة (Marquardt) في حالة النماذج اللاخطية التي تمتاز بدقة المقدرات وكذلك تعالج

مشكلة تعدد العلاقات الخطية بين المتغيرات المستقلة ان وجدت. وقد استخدمت هذه الطريقة لدراسة تحمل الكونكريت للضغط المسلط عليه من حمل خارجي وللأعمار 3، 7 و 28 يوم واستحصلت النتائج من اجراء تجربة عاملية وفق تصميم عشوائي كامل (3×3) في تحمل الكونكريت ذو المواصفات الهندسية للضغط المسلط عليه من اجل الحصول على اقل تقدير للعلاقة بين تحمل الكونكريت للضغط المسلط عليه والمتغيرين المستقلين والمتمثلين بنسب (الرمال والحصى) وتثبيت نسبة الماء و السممت وكانت التجارب تتغير بتغير نسب الرمال والحصى في كل مرة وقياس مقاومة الانضغاط لكل عمر من الاعمار آنفة الذكر. وقد تم تحليل النتائج احصائياً لأيجاد افضل النماذج الملائمة للبيانات واعلى كفاءة في التطبيق من مجموع النماذج الاحصائية المستخدمة في البحث والمرافقة للتصميم العشوائي.

المقدمة

تستخدم الخرسانة المتصلبة في بناء السدود والجسور والأبنية العالية والملاجئ والمنشآت الأخرى المعقدة والتي تحتاج الى متطلبات خاصة للأنشاء لمقاومتها للحرارة العالية وتحملها للظروف البيئية والمناخية القاسية ولتحسين خاصية معينة أو عدة خواص في أن واحد تظهر الحاجة إلى المضافات مثلاً المضافات المبطئة للتجمد والمقلاة للماء والمسرعة للتجمد والجامعة بين خاصية أو أكثر والمضافات الملدنة المتفوقة ومضافات الهواء المقصود. وهناك حالات يكون من الضروري الحصول على خرسانة انسيابية لتسريع ضخها للمقاطع الأنشائية المعقدة وغيرها كالسدود أو الصب تحت الماء. ومن اهم الخواص المطلوبة في الخرسانة المتصلبة هي مقاومتها للانضغاط وخواص أخرى مثلاً مقاومة الشد والانثناء في الخرسانة المسلحة. وقد اعتمدت مقاومة الأنضغاط بعمر 3، 7 و 28 يوم لمعرفة افضل النسب للركام وصولاً لأفضل مقاومة أنضغاط للخرسانة.

الجانب النظري

هو العلاقة الرياضية المقاسة احصائياً بين مجموعة من المتغيرات المستقلة ومتغير تابع. وتمثل المتغيرات المستقلة المؤثرات والمتغير التابع الاستجابة. وفي الميدان الهندسي يكون متغير الاستجابة عادةً هو الهدف والمتغيرات المستقلة ادوات (Instruments) للوصول إلى ذلك الهدف وعموماً يمكن التعبير عما تقدم بالصيغة الرياضية التالية:

$$Y = f(X, q) + e \dots\dots (1)$$

حيث:

y : متغير الاستجابة

f : دالة مستمرة ذات علاقة مرتبطة بالمعاملات

X : مصفوفة المشاهدات للمتغيرات المستقلة وتكون من المرتبة (n*k+1)

q : متجه المعاملات المطلوب تقديرها

e : متجه الأخطاء العشوائية والتي يفترض ان تكون مستقلة وموزعة توزيعاً طبيعياً معيارياً بوسط حسابي مقداره صفر وتباين مقداره واحد.

وتعود طريقة سطوح الاستجابة (RS) إلى سنين عديدة ولعل البحث الذي وضعه (Fechner, 1860) في ثلاثة حقول حتى عام (1951) حول استجابة الغلة الزراعية إلى مستويات مختلفة للأسمدة الكيماوية من أول الدراسات. إن طريقة سطوح الاستجابة تبحث في كيفية الوصول إلى الاستجابة المثلى للمتغير المعتمد (متغير الاستجابة y) ومستويات العوامل للمتغيرات المستقلة (X₁,

(X_2, \dots, X_m) والتي تحقق هذه الأستجابة ومن أجل بلوغ النقطة المثلى لأستجابة المتغير المعتمد أو الوصول إلى اقرب نقطة منها. ويرمز للتجربة العاملية عادة بحاصل ضرب مستويات جميع عواملها المستقلة. فالتجربة ($2^3 \times 4$) تشير إلى تجربة عاملية ذات ثلاثة عوامل، فالعامل الأول ذو 4 مستويات والعامل الثاني ذو 3 مستويات والعامل الثالث ذو مستويين. والمهم هو كيفية حساب التأثيرات الرئيسية للعوامل وتأثير التفاعلات بين مستويات هذه العوامل. وما يهمنا في موضوع سطوح الأستجابة هو مقدار تأثير كل مركبة من مركبات التأثير لعامل محدد في مقدار الأستجابة الكلية للمتغير Y (Sum of Squares due to Linear Component). ان التجربة العاملية تتيح إمكانية معرفة أي التداخلات ممكنة بين العوامل المدروسة علماً ان مثل هذه المعلومات تعد مستحيلة لو اجريت لكل من هذه التجارب بشكل منفصل. ومن ابسط انواع التصميم هو التصميم العشوائي الكامل (C.R.D) (Complete Random Design) للتجربة العاملية وذلك عندما تكون التأثيرات البيئية مشابهة إلى درجة كبيرة على الوحدات التجريبية بحيث توزع الوحدات جميعاً توزيعاً عشوائياً على المعاملات. وتظهر فائدة هذا التصميم عندما يكون الأختلاف بين الوحدات المستخدمة ضئيلاً.

لتكن العلاقة المتعددة الحدود من الدرجة الأولى الآتية:

$$y_i = b_0 + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + \dots + b_m X_{mi} + e_i \dots (2)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

$$e_i \sim N(0, s^2)$$

ولو كان السطح محدب للنموذج نستخدم علاقة متعددة الحدود ومن الدرجة الثانية الآتية:

$$y_i = b_0 + \sum_{j=1}^m b_j X_j + \sum_{j=1}^m b_{jj} X_j^2 + \sum_{j < k} b_{jk} X_j X_k + e_i$$

وتستخدم طريقة المربعات الصغرى (Least Square Method) في تقدير معالم النموذج المتعدد المتغيرات غالباً. وتصنف النماذج الأحصائية عادةً التي توضح العلاقة بين المتغيرات المستقلة ومتغير الأستجابة تبعاً لوجود عوامل ثابتة متغيرة أو مختلطة في هذا النموذج إلى:

1 - نموذج ثابت Fixed Model

2 - نموذج عشوائي Random Model

3 - نموذج مختلط Mixed Model

ويؤشر كل نوع من هذه النماذج (الثابت، العشوائي والمختلط) على التحليل الأحصائي للتجربة وكذلك يؤشر على طريقة اختيار معنوية التأثيرات الرئيسية ونوع فرضية العدم والفرضية البديلة

الأنحدار المتعدد **Multiple Regression**:

يستخدم تحليل الأنحدار لسطوح الأستجابة لتحديد العلاقة بين المتغيرات على هيئة معادلة. ومن تقدير معالمها يمكن معرفة نوع العلاقة بين متغير الأستجابة (Response Variable) ومستويات المتغيرات المستقلة. وإذا استنتجنا القيمة الأفضل للأستجابة من الوسائل المتوفرة في التجربة فان طريقة سطوح الأستجابة تسعى لأيجاد المفهوم الأحسن للنظام ككل والذي يكون ادق في تحديد العلاقة بين متغير الأستجابة والمتغيرات المستقلة. وينقسم الأنحدار المتعدد إلى نوعين:

1 - الأنحدار الخطي المتعدد Linear Multiple Regression

ويكون تقدير معاملات النموذج بطريقة المربعات الصغرى (Least Square Method) وان النموذج يكون بالصيغة التالية:

$$\hat{y} = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 X_1 + \hat{b}_2 X_2 + \dots + \hat{b}_k X_k \dots (3)$$

وأن معادلة الأنحدار الخطي وبشكل مصفوفات هي:

$$y = X b + E$$

حيث ان:

y هو متغير الأستجابة

x هي مصفوفة المتغيرات المستقلة

b و متجهاً عمودياً لمعاملات النموذج الخطي

و E تمثل متجهاً عمودياً للخطأ العشوائي

ولأيجاد $\hat{b}'s$ من المعادلات الطبيعية نحصل على ما يلي:

$$\hat{b} = (x'x)^{-1} (x'y) \dots (4)$$

إذا كانت $(x'x)^{-1}$ غير فردية حيث ان:

$$x'x = \begin{matrix} \begin{matrix} \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \end{matrix} & \begin{matrix} n \\ Sx_{i1} \\ Sx_{i1}^2 \\ M \\ M \\ Sx_{ik} \end{matrix} & \begin{matrix} Sx_{i1} \\ Sx_{i1}^2 \\ M \\ M \\ Sx_{i1}x_{ik} \end{matrix} & \begin{matrix} Sx_{i2} \\ Sx_{i1}x_{i2} \\ M \\ M \\ Sx_{i2}x_{ik} \end{matrix} & \begin{matrix} \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \end{matrix} & \begin{matrix} Sx_{ik} \\ Sx_{i1}x_{ik} \\ M \\ M \\ Sx_{ik}^2 \end{matrix} & \begin{matrix} \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \end{matrix} \end{matrix}$$

و

$$x'y = \begin{matrix} \begin{matrix} \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \end{matrix} & \begin{matrix} Sy_i \\ Sx_{i1}y_i \\ M \\ M \\ Sx_{ik}y_i \end{matrix} & \begin{matrix} \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \end{matrix} \end{matrix}$$

وبعد تقدير معاملات النموذج الخطي (OLS) فانه يمكن استخدام هذه التقديرات كقيم اولية لطريقة (WLS).

2 - الأنحدار غير الخطي المتعدد

Nonlinear Multiple Regression

ويكون على نوعين:

أ - النموذج اللوجستي Logistic Model

ويكون بالصيغة التالية:

$$y_i = \frac{1}{1 + e^{-(q_0 + q_1 X_{i1} + q_2 X_{i2} + \dots + q_k X_{ik})}} \quad \dots (5)$$

حيث:

 q : معاملات النموذج المطلوب تقديرها X : المتغيرات المستقلة y : متغير عشوائي تابع

ويستخدم هذا النموذج عندما تكون الاستجابة ثنائية (Binary Response) ويقصد بها ان متغير الاستجابة يأخذ احدى الحالتين اما نجاح أو فشل فالنجاح يرمز له بـ1 والفشل يرمز له بصفر.

ب - النموذج الأسي Exponential Model

يعد هذا النموذج من اهم نماذج النمو ويكتب بالصيغة التالية

$$y_i = q_0 e^{x_i q_i} \quad \dots \dots \dots (6)$$

حيث:

$$0 < e^{x_i q_i} < 1$$

وان: $q > 0$

تقديرات معاملات سطوح الاستجابة اللاخية:

هناك عدة طرق لتقدير معاملات سطوح الاستجابة غير الخطية وسنستخدم طريقة Marquardt التكرارية لأنها كفوءة ومميزة.
إذا كان لدينا النموذج اللاخطي الآتي:

$$y_i = f(x_i, q_i) + e_i \quad \dots \dots (7)$$

حيث: $i = 1, 2, \dots, n$ y_i : متغير الاستجابة وهو متغير عشوائي وقيمه مستقلة الواحدة عن الأخرى f : دالة غير خطية لمتجه المعلمات q_i : متجه المعلمات المطلوب تقديرها

e_i : متجه الخطأ العشوائي والذي يكون مستقل لجميع قيم $(X_i, i=1, 2, \dots, n)$ ويتوزع توزيعاً طبيعياً بوسط حسابي مقداره صفر وتباين مقداره واحد.

وإذا افترضنا ان \hat{q} هو تقدير للمتجه q الذي يجعل مجموع مربعات الخطأ اقل ما يمكن، أي:

$$\hat{a} e_i^2 = \hat{a} [y_i - f(x_i, q_i)]^2 \quad \dots \dots (8)$$

ولتوفر فروض التحليل إذا كانت الدالة f خطية فيمكن تقدير معاملات سطوح الاستجابة بطريقة المربعات الصغرى الأعتيادية الذي يجعل متجه المتغيرات \hat{q} غير متحيز في حالة العينات الصغيرة

وإذا كانت الدالة f غير خطية فعلياً استخدام إحدى طرق التكرار لذا سنأخذ طريقة Marquardt والذي تتوفر برمجيات جاهزة لأستخدامها.

طريقة Marquardt التكرارية في التقدير:

هي طريقة لتقدير معاملات سطوح الأستجابة اللاخطية بطريقة المربعات الصغرى وقد تطورت هذه الطريقة من قبل Marquardt في عام (1963) وتفترض هذه الطريقة وجود تقديرات أولية $q_{10}, q_{20}, \dots, q_{k0}$ للمعاملات q_1, q_2, \dots, q_k بحيث تستعمل جميع المعلومات المتاحة. ويعتبر التقدير الأولي الجيد طريقة سريعة للأقتراب من الحل. وتلعب الخبرة هنا دوراً كبيراً في اختيار القيم الأولية من البيانات مباشرةً من خلال التجربة وتكون القيم الأولية لـ q_0 بحيث يكون:

$$q'_0 = (q_{1,0}, q_{2,0}, \dots, q_{k,0})$$

ولأيجاد قيم \hat{q} التي تجعل مجموع مربعات الخطأ اقل ما يمكن كما في المعادلة رقم (8).
تتبع الخطوات الآتية:

1 - نبدأ بالدالة غير الخطية المفترضة في المعادلة:

$$y_i = q_0 e^{x_i q_i}$$

ولغرض تمثيل الدالة غير الخطية للمعادلة اعلاه في سلسلة تايلر لـ $q = q_0$ وأخذ الحدود الخطية لها نحصل على الصيغة الآتية:

$$f(x_i, q) \approx f(x_i, q_0) + (q_1 - q_{1,0}) \frac{\partial f(x_i, q)}{\partial q_1} \bigg|_{q=q_0} - (q_2 - q_{2,0}) \frac{\partial f(x_i, q)}{\partial q_2} \bigg|_{q=q_0} + \dots$$

$$\dots + (q_k - q_{k,0}) \frac{\partial f(x_i, q)}{\partial q_k} \bigg|_{q=q_0} \dots \dots \dots (9)$$

حيث $i = 1, 2, \dots, n$

2 - إن المعادلة السابقة توضح في الأساس عملية التحويل من الشكل اللاخطي للدالة إلى الشكل الخطي لها ويمكن كتابة المعادلة بالصورة التالية:

$$f(x_i, q) - f(x_i, q_0) = y_1 w_{1i} + y_2 w_{2i} + \dots + y_k w_{ki} \dots \dots \dots (10)$$

حيث $i = 1, 2, \dots, n$

وان (w_{ji}) تمثل مشتقة الدالة غير الخطية بالنسبة للمعلمة q_j ولـ $j = 1, 2, \dots, k$

$$w_{ji} = \frac{\partial f(x_i, q)}{\partial q_j} \bigg|_{\mathbf{u}_{0=0_0}} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$y_j = q_j - q_{j,0}$$

وبذلك يمكن كتابة الطرف الأيسر للمعادلة بالشكل التالي: $y_j - f(x_i, q_0)$

3 - من الملاحظ أن (w_{ji}) أصبحت معروفة وتمثل متغيرات الانحدار في النموذج الخطي. في حين (y_i) تمثل الفرق بين قيم المعالم والقيم الأولية لها وتمثل معامل الانحدار.

4 - كنتيجة لذلك فإن طريقة Marquardt تبنى على أساس نموذج الانحدار الخطي المتعدد

$$y_i - f(x_i, q_0) = g_1 w_{1i} + g_2 w_{2i} + \dots\dots\dots + \gamma_k w_{ki} + e_i. \quad \dots\dots\dots (12)$$

حيث:

$$y_i - f(x_i, q_0) = w_s g_s$$

$$i = 1, 2, \dots\dots\dots, n$$

$$s = 1, 2, \dots\dots\dots, k$$

$$w's [y_i - f(x_i, q_0)] = [w's \ w \ s + II] s$$

حيث ان اضافة I يؤكد على تتابع الخطوات.

وبهذه الحالة يمكن تقدير المعلمات بطريقة المربعات الصغرى حيث ان (w_s) هي مصفوفة المشتقات.

$$W_s = \frac{\partial f(x_i, q)}{\partial q_i} \bigg|_{\mathbf{u}_{0s=0s-1}}$$

وبذلك يمكننا تقدير معاملات النموذج اللوجستي بطريقة Marquardt

من خلال المعادلة رقم (10) وتحولاتها فان العلاقة تصبح:

$$f(x_i, q) - f(x_i, q_0) = g_0 w_{0j} + g_1 w_{1j} + \dots\dots\dots + g_k w_{kj}$$

$$w_{kj} = \frac{\partial f(x_i, q)}{\partial q_k} = \frac{x_k e^{-(q_0 + q_1 x_1 + q_2 x_2 + \dots\dots + q_k x_k)}}{[1 + e^{-(q_0 + q_1 x_1 + q_2 x_2 + \dots\dots + q_k x_k)}]^2} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$g_k = q_k - q_{k,0}$$

ويمكن كتابة الطرف الأيسر من المعادلة (13) بالشكل التالي:

$$y_i = f(x_i, q_0)$$

وبذلك تصبح المعادلة (13) كالآتي:

$$y_i - f(x_i, q_0) = g_0 w_{0j} + g_1 w_{1j} + \dots + g_k w_{kj} \dots \dots (14)$$

$$y_1 - f(x_i, q_0) = w_s g_s$$

حيث: $s = 1, 2, \dots, k$

$$w_s [y_i - f(x_i, q_0)] = w_s w_s Y_{s_s}$$

ثم نضيف قيمة I فتصبح المعادلة (14) كالآتي:

$$w_s [y_i - f(x_i, q_0)] = [w_s w_s + II] g_s$$

ونستمر بالعمل في تكرارات خطوات Marquardt حتى نحصل على المعلمات النهائية. ولتقدير معلمات النموذج الآسي يتم التقدير بنفس الطريقة السابقة أيضاً.

$$w_{ki} = q_0 x_n e^{(q_1 x_1 + q_2 x_2 + \dots + q_k x_n)} \dots \dots (15)$$

ويكرر الخطوات كما في نموذج اللوجستك السابق نحصل على التقديرات النهائية للمعلمات. ولأختيار القيم الأولية للمعلمات فإن استخدام نماذج الأتحدار غير الخطي يتطلب وجود قيم أولية (initial values) لمتجه المعلمات q_0 وذلك لغرض تقدير المعلمات بأحدى طرق التكرار، هذا وان اختيار القيم الأولية يعتبر الشئ الأساسي لطريقة Marquardt واحياناً تكون لدى الباحث القدرة على اختيار القيم الأولية من البيانات مباشرة. وهذا سوف نعمله في اختيار القيم الأولية لدالة اللوجستك والدالة الآسية في حالة تعدد المتغيرات. ففي دالة اللوجستك للمتغيرات المتعددة فإن:

$$y_i = \frac{1}{1 + e^{-(q_0 + q_1 x_1 + q_2 x_2 + q_{12} x_{12})}}$$

$$\frac{1}{y_i} = 1 + e^{-(q_0 + q_1 x_1 + q_2 x_2 + q_{12} x_{12})}$$

$$\ln \frac{1}{y_i} - \frac{1}{y_i} = -(q_0 + q_1 x_1 + q_2 x_2 + q_{12} x_{12})$$

ويمكن تشبيه هذه المعادلة بالنموذج الخطي المتعدد إذا فرضنا الآتي:

$$\ln \frac{y_i}{q_0} = \frac{1}{\theta} Z_i$$

$$\begin{aligned} -q_0 &= k_0 \\ -q_1 &= k_1 \\ -q_2 &= k_2 \\ -q_{12} &= k_{12} \end{aligned}$$

$$Z_i = k_0 + k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_{12} x_{12} \quad \dots (16)$$

إن هذه المعادلة تمثل نموذج انحدار خطي وباستخدام طريقة المربعات الصغرى (least Square Method) ويمكن تقدير المعلمات بها. وبذلك فإن القيم التي نحصل عليها تعد القيم الأولية لدالة اللوجستك.

أما النموذج الأسّي في حالة المتغيرات المتعددة فإن:

$$y_i = q_0 e^{(q_1 x_1 + q_2 x_2 + q_{12} x_{12})}$$

حيث أن $q_0 > 0$ يمثل المحصل النهائي لقوة تحمل الكونكريت لكل عمر وبما أنه يمثل المحصل النهائي للقوة فإنه يمثل أعلى قيمة لـ y_i ولتكن هذه القيمة y_{\max} وبذلك يمكننا اختيار القيمة الأولية لـ $q_{0,0}$ والتي تمثل y_{\max} لكل عمر.

$$q_{0,0} = y_{\max}$$

وإذا حولنا المعادلة اعلاه إلى الصيغة الخطية تصبح:

$$\frac{y}{q_0} = e^{(q_1 x_1 + q_2 x_2 + q_{12} x_{12})}$$

$$\ln \frac{y}{q_0} = q_1 x_1 + q_2 x_2 + q_{12} x_{12}$$

ولو فرضنا ان:

$$Z = \ln \frac{y}{q_0}$$

$$\begin{aligned} q_1 &= k_1 \\ q_2 &= k_2 \\ q_{12} &= k_{12} \end{aligned}$$

تصبح المعادلة كالآتي:

$$Z = k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_{12} x_{12} \dots (17)$$

وباستخدام أيضاً طريقة المربعات الصغرى نحصل على المعلمات الأولية والتي بدورها تعتبر قيم أولية للدالة الأسية.

أختبار جودة الموافقة والتطابق والمفاضلة بين النماذج:

أ - أختبار جودة المفاضلة والتطابق **Goodness of Fit Test**:

لغرض اجراء اختبار جودة التطابق والملائمة للنماذج المقترحة لبيانات الدراسة نستخدم اختبار C^2 (مربع كاي) وحسب الصيغة التالية.

$$C^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \dots (18)$$

حيث:

O_i : قيم مشاهدة Observed Values

E_i : قيم متوقعة Expected Values

وهذا الأختبار يقارن مع قيم C^2 الجدولية ودرجات الحرية $(n - (k+1))$ وبمستوى دلالة a .

ب - المفاضلة بين النماذج المقترحة:

لغرض معرفة أي النماذج المستخدمة في بحثنا هذا افضل تمثيل فقد تم استخدام

1 - طريقة متوسط مربعات الخطأ **MSE**

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - (k + 1)} \dots (19)$$

فكلما كانت القيمة **MSE** صغيرة كلما كانت البيانات افضل.

2 - معامل التحديد **Coefficient of Determination**

وهو يمثل مربع معامل الارتباط

$$R^2 = \frac{SS \text{ Regression}}{SST} \dots (20)$$

وكلما كانت القيمة R^2 قريبة من الواحد كلما ازداد تطابق البيانات.

الجانب التطبيقي

ان البيانات المستحصلة لفحوصات مختبرية تمثل مقاومة الأنضغاط للخرسانة وباعمار (3، 7، 28) يوم وقد تم تحليلها احصائياً بالطرق الخطية واللاخطية وذلك بعد تقدير المعلمات ثم المقارنة بين النتائج وبيان مدى ملائمة النماذج ومطابقتها للبيانات وبيان أي نموذج يمثل البيانات افضل تمثيل وقد تم تثبيت النتائج التطبيقية للمعادلات بشكل جداول وذلك لسعة التطبيق وتفرعه وتعقيده الا ان التطبيق جرى على الحاسبة باستخدام MS-DOS وبرنامج جاهز (Stat graph) الذي ساعد في

استخدام الصيغ الرياضية وحساب التقديرات فقط. وكما ذكرنا ان الغرض من التجربة هو تعيين تأثير الاختلاف في نسب المواد المكونة للخرسانة الطرية على خواص الخرسانة من حيث مقاومة الأنضغاط بعد التصلب مع تثبيت نسب الماء والسمنت. اما حساب معاملات النموذج الخطي (B_0, B_1, B_2, B_{12}) بطريقة المربعات الصغرى (OLS) وباستخدام المعادلة رقم (4) وان النتائج موضحة في الجدول رقم (1) وللأعمار 3، 7، 28 يوم ويلاحظ من الرسوم الموضحة بالاشكال (1) و (2) و (3) ان اعلى قوة تحمل للخرسانة (قوة انضغاط) والمقدرة في عمر (28) يوم عندما تكون كمية الرمل (3) والحصى (4.5). ولتقدير معاملات نموذج اللوجستك بعد تحديد التقديرات الأولية والموضحة في الجدول رقم (2) وللأعمار أنفة الذكر وباستخدام طريقة (Marquardt) التكرارية في تقدير معاملات النماذج اللاخطية تم توضيح النتائج النهائية للقيم المقدرة للمعاملات في الجدول رقم (3) ويلاحظ ان الرسوم الموضحة بالاشكال (4) و (5) و (6) ان اعلى قوة تحمل للخرسانة المقدرة هي في عمر (28) يوم عندما تكون كمية الرمل (1.5) والحصى (3). ولتقدير معاملات النموذج الأسّي بعد تحديد التقديرات الأولية كما في الجدول رقم (4) وللأعمار أنفة الذكر ايضاً وباستخدام طريقة (Marquardt) التكرارية في تقدير معاملات النماذج اللاخطية تم توضيح النتائج في الجدول رقم (5) حيث يبين القيم المقدرة للنموذج الأسّي. ويلاحظ من الرسوم الموضحة بالاشكال (7) و (8) و (9) ان اعلى قوة تحمل للخرسانة المقدرة هي في عمر (28) يوم ايضاً عندما تكون كمية الرمل (1.5) والحصى (3).

جدول رقم (1) يبين القيم المقدرة لمعاملات النموذج الخطي المتعدد

المعاملات	الزمن 3 يوم	الزمن 7 يوم	الزمن 28 يوم
b^0	0.74845	1.120021	1.590979
b^1	0.142191	0.194312	0.269269
b^2	0.084063	0.110275	0.133898
b^{12}	0.024818	0.031631	0.038131

جدول رقم (2) يبين القيم الأولية للنموذج غير الخطي (دالة اللوجستك)

المعاملات	الزمن 3 يوم	الزمن 7 يوم	الزمن 28 يوم
$q_{0,0}$	1.185	3.0233	13.151
$q_{1,0}$	- 0.656	- 1.0033	- 4.056
$q_{2,0}$	- 0.3661	- 0.568	- 2.545
$q_{1,2}$	0.1138	0.179	0.837

جدول رقم (3) يبين القيم المقدرة لمعاملات نموذج اللوجستك

المعاملات	الزمن 3 يوم	الزمن 7 يوم	الزمن 28 يوم
q^0	1.10244	2.559	12.310
q^1	- 0.6099	- 0.8026	- 3.844
q^2	- 0.35928	- 0.45872	- 2.2640
q^{12}	0.103257	0.131	0.761

جدول رقم (4) يبين القيم الأولية للنموذج غير الخطي (الدالة الأسية)

المعلمت	الزمن 3 يوم	الزمن 7 يوم	الزمن 28 يوم
q_0	0.402	0.5126	1.074133
q_1	- 0.4053	- 0.4374	- 0.47898
q_2	- 0.23218	- 0.2391	- 0.2504
q_{12}	0.066538	0.0757	- 0.084428

جدول رقم (5) يبين القيم المقدرة لمعلمت النموذج الأسى

المعلمت	الزمن 3 يوم	الزمن 7 يوم	الزمن 28 يوم
q_0	1.041326	1.4357	1.9376
q_1	- 0.3832	- 0.3218	- 0.29689
q_2	- 0.224	- 0.18054	- 0.14235
q_{12}	0.062	0.048	0.0376

الأستنتاجات والتوصيات

ان الدراسات السابقة استخدمت هذا الموضوع في المجالات الطبية والزراعية والبيولوجية وقد تم تطبيق طريقة سطوح الأستجابة في المجال الهندسي وباستخدام التطبيق الأحصائي. وسوف نستعرض اختبار جودة المطابقة والمقارنة بين النماذج المستخدمة في هذا البحث مع بعضها لغرض معرفة أي من هذه النماذج يلائم البيانات أكثر.
(أ) اختبار جودة الموافقة

من خلال استخدام المعادلة رقم (18) في اختبار C^2 وكما موضح في الجدول رقم (6).

جدول رقم (6) قيم دالة C^2 المقدرة للنماذج الثلاثة

Model	3 أيام	7 أيام	28 أيام
Linear	1.46	2.49864	5.743
Logistic	1.5	2.54	10.407
Exponential	1.55	2.45	5.74

ومن خلال مقارنة القيم اعلاه بقيمة C^2 الجدولية وبمستوى دلالة $a = 0.05$ وبدرجة الحرية $v=23$ ، تكون القيمة مساوية إلى 13.091. نستنتج ان القيم جميعاً وقعت ضمن منطقة القبول لفرضية العدم H_0 أي ان النماذج المستخدمة في البحث مطابقة لنماذج التجربة قيد البحث حيث ان قيمها أقل من 13.091.

(ب) المفاضلة بين النماذج المستخدمة

من خلال استخدام المعادلة رقم (19) والتي تمثل متوسط مربعات الخطأ (MSE) ومعامل التحديد (R^2) نستنتج ما يلي:

1- في الجدول رقم (7) وللعمر 3 أيام، ان النموذج الخطي يلائم البيانات أكثر من النماذج اللاخطية.

- 2- في الجدول رقم (8) وللعمر 7 أيام، نلاحظ ان النموذج اللاخطي (النموذج الأسّي) اكثر النماذج الأخرى ملائمة للبيانات.
- 3- في الجدول رقم (9) وللعمر 28 يوماً، نلاحظ ايضاً ان (النموذج الأسّي) اكثر ملائمة من النماذج الأخرى.

جدول رقم (7) مقارنة بين النماذج الخطية واللاخطية ولعمر 3 أيام

The Model	Mse	R ²
Linear	5.5405	0.949
Logistic	5.6862	0.953
Exponential	5.8	0.951

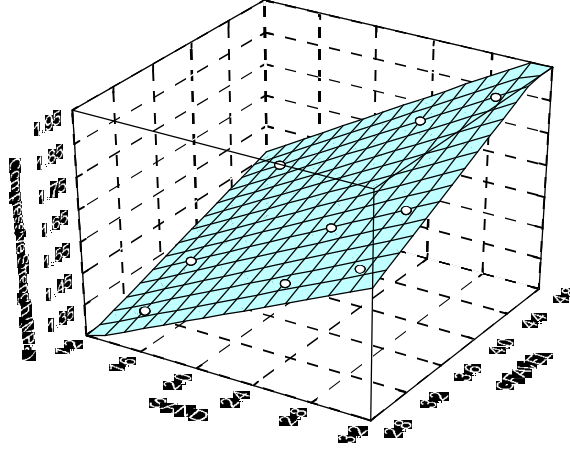
جدول رقم (8) مقارنة بين النماذج الخطية واللاخطية ولعمر 7 أيام

The Model	Mse	R ²
Linear	16.2567	0.934
Logistic	16.4025	0.941
Exponential	15.9651	0.943

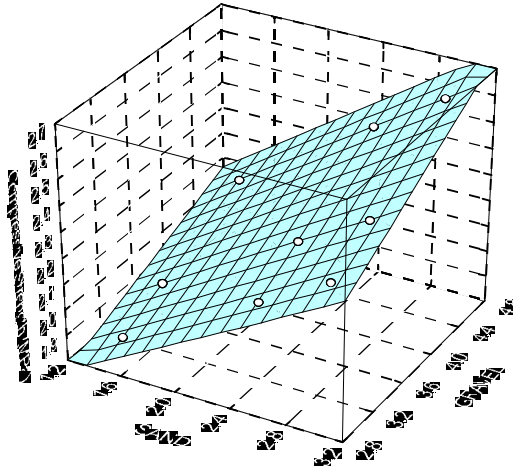
جدول رقم (9) مقارنة بين النماذج الخطية واللاخطية ولعمر 28 أيام

The Model	Mse	R ²
Linear	54.18657	0.91
Logistic	94.77	0.861217
Exponential	52.77	0.924405

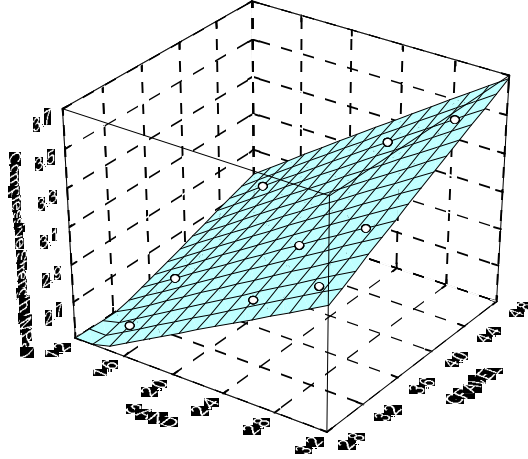
مما تقدم، فان النموذج الأسّي يعتبر افضل النماذج بالاعتماد على متوسط مربعات الخطأ ومعامل التحديد. ومن خلال اجراء التحليل يتبين ان تأثير الحصى والرمل يقل بزيادة الزمن وهذا يؤكد خاصية كيميائية هي زيادة تفاعل الأسمنت والماء. كما ان التداخل بين العوامل كان له تأثير معنوي في قوة تحمل الكونكريت حيث أثر بشكل لا بأس به في زيادة قوة التحمل. كما ثبت من خلال التحليل الإحصائي ان النتائج المستحصلة للزمن (3) أيام لا يمكن الاعتماد عليها لاتخاذ القرارات مع الأخذ بنظر الاعتبار ان الزمن (28) يوم هو افضلها هذا بالاضافة إلى ان طريقة (Marquardt) المستخدمة اعطت تقديرات ادق من (OLS) وذلك بتصغير مجموع مربعات البواقي مع اعطاء قيمة مرتفعة لمعامل التحديد. نوصي من خلال البحث ان افضل تركيبة بين الرمل والحصى والتي تحقق اعلى مقاومة انضغاط عندما تكون كمية الرمل (1.5) والحصى (3).



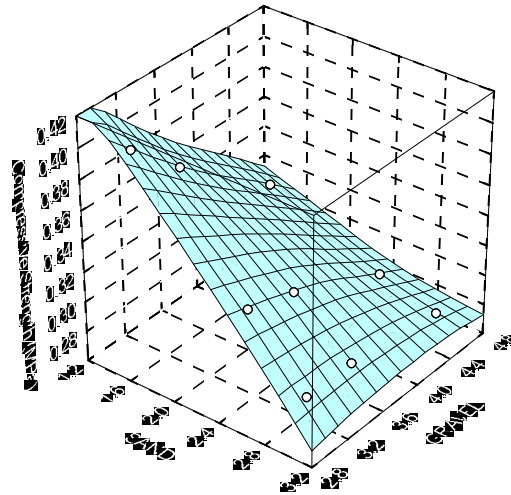
شكل (1) قوة تحمل الخرسانة المقدرة بموجب الدالة الخطية للزمن ثلاثة أيام



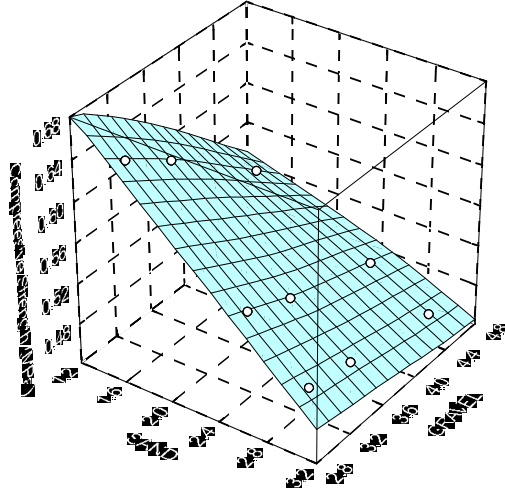
شكل (2) قوة تحمل الخرسانة المقدرة بموجب الدالة الخطية للزمن سبعة أيام



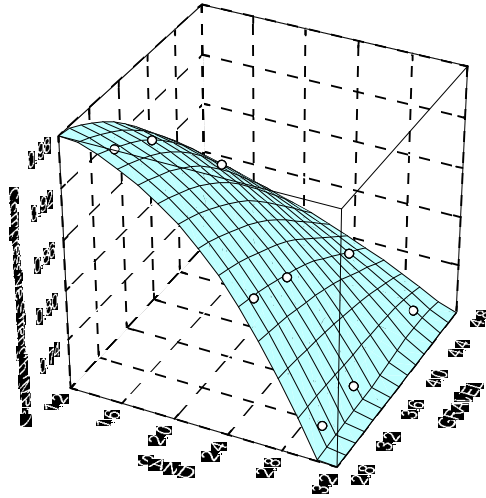
شكل (3) قوة تحمل الخرسانة المقدرة بموجب الدالة الخطية للزمن ثمانية وعشرون يوماً



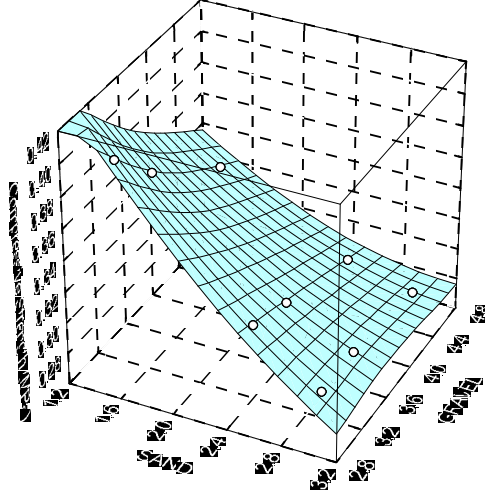
شكل (4) قوة تحمل الخرسانة المقدرة بموجب دالة اللوجستك للزمن ثلاثة أيام



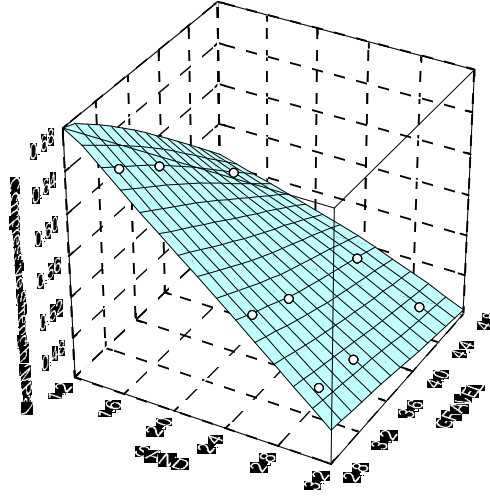
شكل (5) قوة تحمل الخرسانة المقدرة بموجب دالة اللوجستك للزمن سبعة أيام



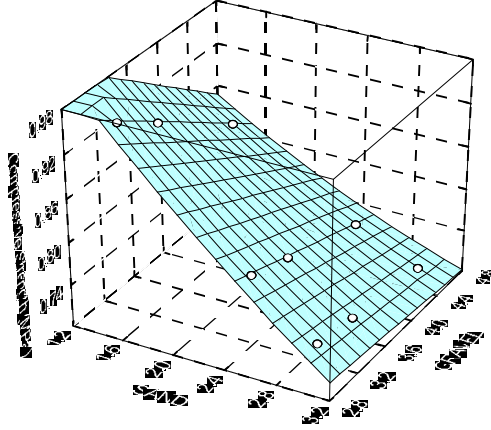
شكل (6) قوة تحمل الخرسانة المقدرة بموجب دالة اللوجستك للزمن ثمانية وعشرون



شكل (7) قوة تحمل الخرسانة المقدرة بموجب الدالة الأسية للزمن ثلاثة أيام



شكل (8) قوة تحمل الخرسانة المقدرة بموجب الدالة الأسية للزمن سبعة أيام



شكل (9) قوة تحمل الخرسانة المقدرة بموجب الدالة الأسية للزمن ثمانية وعشرون يوماً

المصادر

- [1] سليمان مثنى صبحي ، 1955 ، استخدام النماذج الخطية واللاخطية في التقدير ، رسالة ماجستير، جامعة الموصل.
- [2] الجبوري عواد كاظم، 1993، سطوح الأستجابة وبناء النماذج، رسالة دكتوراه، جامعة بغداد.
- [3] الجشعمي أزهار هادي مهدي، 2001، استخدام التصميم العشوائي الكامل وفق طريقة سطوح الأستجابة لقياس قوة تحمل الكونكريت للضغط المسلط عليه، مشروع طلبة الصف الرابع في هندسة البناء والإنشاءات بإشراف المدرسة.
- [4] Draper, N.R. and Hunter, W.G., 1967, the Use of Prior Distributions in the Design of Experiments for Parameter Estimation in Non-linear Situations. *Biometrika*, 54, pp. 147-153.
- [5] Slud, E. and Kedem, B., 1994, Partial Likelihood Analysis of Logistic Regression and Autogression, *Statistica Sinica* 4, pp. 89-106.
- [6] Smith, T.H, Goodlin, B.E., Bonig, D.S., 1999, A Statistical Analysis of Single and Multiple Response Surface Modeling, *IEE Transactions on Semiconductor Manufacturing*, vol. 12, No.4, November.
- [7] Mor'e et al, 1980, Modified Lovenberg-Marquardt Method to Solve Nonlinear Least Squares Problems, (*JMSL*) Nonlinear Least Squares.
- [8] Draper, N.R. and Smith, H., 1966, *Applied Regression Analysis*”, John Wiley & Sons Inc.