

المقارنة بين أسلوبَي التقطيع والتشخيص المتعاقب في توفيق أنموذج أمثل للنظم الحركية غير المستقرة

ا.د. ظافر رمضان البدراني م.م. نجلاء سعد ابراهيم الشرابي
جامعة الموصل/ كلية علوم الحاسوب والرياضيات

Comparison between Segmentation and Recursive Identification procedures in Fitting Appropriate Model in Unstable Dynamic Systems

**Prof. Dr. Thafer Ramadan Al. B. Assis. Lec. Najlaa saad A.
Uni. of Mosul/college of computer science and mathematics**

تاريخ قبول النشر 2017/7/9

تاريخ استلام البحث 2017/4/2

الملخص:

إن التعامل مع عملية تشخيص الأنموذج الملائم لأي نظام حركي تعد مسألة بالغة الأهمية، وتصبح عملية التشخيص أكثر تعقيداً وصعوبة في حالة النظم الحركية غير المستقرة، وهذه النظم تظهر للعاملين في مختلف المجالات العلمية سواء في الطب كنظام عمل القلب أو الموارد المائية ونظام حركة البحار وغيرها، لقد تم التعامل في هذا البحث مع أسلوبين من أساليب التشخيص للأنظمة الحركية غير المستقرة وبخاصة أسلوب التشخيص المتعاقب وأسلوب تقطيع البيانات باستخدام تطبيق نهج المحاكاة، وتمت عملية المقارنة اعتماداً على تحقيق العديد من الشروط الإحصائية والهندسية وقد أعطى أسلوب التقطيع نتائج أفضل من نتائج أسلوب التشخيص المتعاقب.

الكلمات الدالة: التقطيع والتشخيص والمتعاقب وطريقة المربعات الصغرى التعاقبية.

Abstract:

The deals with identification operation fitting model for the dynamic system it is one of the critical issues, and become identification operation more complication and difficulty in the states non-stationary dynamic system, this system appear for workpeople in different scientific field whether in medicine as system work breast or wateriness armory and sea motion system and other than. The paper deals with two procedure from identification procedures non stationary dynamic system and limitation approach recursive identification and segmentation approach data by using applied tactics emulation and comparison operation dependence of realization many of condition statistical and engineering and cod given segmentation approach results best than recursive identification approach.

Key Words: Segmentation, Recursive Identification, Recursive Least Square Method.

المقدمة:

في العديد من مجالات الحياة لا تحافظ بعض الظواهر على السلوك نفسه طيلة مدة العمل، إذ تتغير ملامح النظام بمرور الزمن فالعديد من الأجهزة الكهربائية على سبيل المثال يتغير سلوكها مع الزمن، ويظهر النظام الحركي أحياناً تغييرات مفاجئة في سلوكه أثناء الزمن وللكشف عن هذه التغييرات وتحديد مواقعها تستخدم أساليب عديدة منها أسلوب التقطيع الذي يستخدم عندما لا يكون النظام مستقراً إذ يتم تقطيع متسلسلي المدخلات والمخرجات إلى مدد زمنية بحيث يصبح النظام مستقراً ضمن كل مدة تقريباً. إن الفكرة الأساس لعملية تقطيع النظم الحركية هي تقليل دالة الخسارة Cost Function (Davis et.at , 2006) للحصول على أنموذج يمثل مدة البيانات المعنية

أفضل ما يمكن. أما الأسلوب الثاني، فهو التشخيص المتعاقب إذ تظهر في العديد من الحالات الحاجة إلى تقدير النموذج على الخط في الوقت نفسه الذي يتم استلام أو استقبال بيانات المدخلات والمخرجات فيه إذ تكون حاجة للنموذج لاتخاذ بعض القرارات على الخط وانه من الضروري في بعض الأزمنة فحص الاختلاف في خصائص النظم خلال جمع البيانات، إذ يستخدم تعبيراً مثل التشخيص المتعاقب الذي يعرف بانه اسم لخوارزميات التقدير التي تقوم بتحديث تقدير المعلمات لكل مشاهدة جديدة، وتظهر الحاجة للتشخيص المتعاقب عندما يراد تقدير المعلمات الجديدة بعد كل مشاهدة جديدة مما يوفر الوقت والجهد ويعتمد التشخيص المتعاقب على الخوارزميات السريعة التي تتصف بأن العبء الحسابي والذاكرة المطلوبة لا يتزايدان مع الزمن. إن التشخيص المتعاقب له مميزات عديدة منها: (badong et.at,2013).

1- $\hat{\theta}(t)$ محسوبة لبعض التعديلات البسيطة على $\hat{\theta}(t-1)$.

2- تدريب البيانات (المشاهدات أو الأمثلة) بشكل متسلسل الواحد بعد الآخر.

3- ليس من الضروري معرفة كم من مشاهدات التدريب الكلية ستقدم.

4- لا تتطلب خزن البيانات كافة ومن ثم فإنها تتطلب جزءاً صغيراً من الذاكرة.

5- تستخدم في كشف الخطأ حيث تكتشف تغيرات النظام بشكل ملحوظ.

إن خوارزميات تشخيص النظم الحركية الخطية تعتمد على طريقة المربعات الصغرى أو المربعات الصغرى التكرارية أو الأمثلية غير الخطية، وهذه الطرق تعمل على مجموعة البيانات بأكملها وتزداد حساباتها تعقيداً خطياً مع عدد بيانات العينات، لذلك تكون غير مناسبة للتطبيق على الخط، لأن النموذج الجديد يُعرَف ضمن كل لحظة معاينة من خلال استغلال المعلومات المحتوات في عينة البيانات الجديدة. ومن الطرق التي تستعمل لتقدير المعلمات في تشخيص النظم الحركية على الخط طريقة المربعات الصغرى التعاقبية.

(2) طريقة المربعات الصغرى التعاقبية: Recursive Least Square Method

وصفت طريقة المربعات الصغرى التعاقبية من قبل العالم Gauss في عام 1809 وكانت التطبيقات الأولى لهذه التقنية في الأنظمة الحركية حيث قدمت من قبل العالم Lee في عام 1964 وكذلك الباحثين Albert and Sitter في عام 1965 (Isermann&munchhof, 2011). إن الفكرة الأساس لخوارزمية المربعات الصغرى التعاقبية هي حساب مقدار المعلمة الجديدة $\hat{\theta}(t)$ عند اللحظة الزمنية (t) من خلال إضافة متجه التصحيح للمعلمات السابقة المقدره $\hat{\theta}(t-1)$ عند اللحظة

الزمنية (t-1) ويمكن توضيح خطوات تكوين خوارزمية المربعات الصغرى التعااقبية كما يأتي)
(Navrátil and Bobál,2009).

بافتراض أن لدينا كل البيانات التي جمعت إلى حد الزمن (t) حيث يعبر عن مصفوفة الانحدار $\varphi(t)$ ومتجه المخرجات $y(t)$ كالآتي:

$$\varphi(t) = \begin{bmatrix} \varphi^T(1) \\ \varphi^T(2) \\ \vdots \\ \varphi^T(t) \end{bmatrix}, \quad y(t) = [y(1), y(2), \dots, y(t)]^T$$

ومن خلال تطبيق طريقة المربعات الصغرى يتم الحصول على المعلمات التالية:

$$\hat{\theta}(t) = [\varphi^T(t)\varphi(t)]^{-1} \varphi^T(t)y(t) \quad \dots (1)$$

عندما يتم الحصول على بيانات جديدة فان (t) ستزداد بمقدار واحد ولإيجاد المعلمات بطريقة المربعات الصغرى على النحو المذكور آنفاً فإن هذا يتطلب إعادة الحساب المتكرر بما في ذلك إعادة حساب المعكوس. بفرض أن معكوس مصفوفة التغيرات $P^{-1}(t)$ يعرف بالصيغة التالية:

$$\begin{aligned} P^{-1}(t) &= \varphi^T(t)\varphi(t) \\ P^{-1}(t) &= \sum_{k=1}^t \varphi^T(k)\varphi(k) \\ &= \sum_{k=1}^{t-1} \varphi^T(k)\varphi(k) + \varphi^T(t)\varphi(t) \\ &= P^{-1}(t-1) + \varphi^T(t)\varphi(t) \end{aligned} \quad \dots (2)$$

الشكل (3): يمثل بعض النتائج لأفضل نموذج وهو

$$ARX(3,7,1)$$

وبما أن:

$$\begin{aligned} \varphi^T(t)y(t) &= \sum_{k=1}^t \varphi^T(k)y(k) \\ &= \sum_{k=1}^{t-1} \varphi^T(k)y(k) + \varphi^T(t)y(t) \end{aligned}$$

... (3)

فإن مقدر المربعات الصغرى عند الزمن t هو:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(t) &= [\varphi^T(t)\varphi(t)]^{-1} \varphi^T(t)y(t) + \varphi^T(t)y(t) \\ &= P^{-1}(t)\varphi^T(t)y(t) \end{aligned} \quad \dots (4)$$

بتعويض المعادلة (3) بالمعادلة (4) نحصل على:

$$\hat{\theta}(t) = \mathbf{P}(t)[\varphi^T(t-1)y(t-1) + \varphi(t)y(t)] \quad \dots (5)$$

بما أن مقدر المربعات الصغرى عند الزمن (t-1) هو:

$$\hat{\theta}(t-1) = \mathbf{P}(t-1)\varphi^T(t-1)y(t-1)$$

وبضرب المعادلة المذكورة آنفاً بمعكوس مصفوفة التغيرات عند الزمن (t-1) أي $\mathbf{P}^{-1}(t-1)$ نحصل على:

$$\mathbf{P}^{-1}(t-1)\hat{\theta}(t-1) = \varphi^T(t-1)y(t-1) \quad \dots (6)$$

وبتعويض المعادلة (6) في المعادلة (5) نحصل على:

$$\hat{\theta}(t) = \mathbf{P}(t)[\mathbf{P}^{-1}(t-1)\hat{\theta}(t-1) + \varphi(t)y(t)]$$

ومن المعادلة (2) نحصل على:

$$\mathbf{P}^{-1}(t-1) = \mathbf{P}^{-1}(t) - \varphi(t)\varphi^T(t) \quad \dots (8)$$

وبتعويض قيمة $\mathbf{P}^{-1}(t-1)$ بالمعادلة (7) نحصل على:

$$\hat{\theta}(t) = \mathbf{P}(t)[\mathbf{P}^{-1}(t)\hat{\theta}(t-1) - \varphi(t)\varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1) + \varphi(t)y(t)]$$

$$= \hat{\theta}(t-1) + \mathbf{P}(t)\varphi(t)[y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1)]$$

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + H(t)\xi(t) \quad \dots (9)$$

إذ إن:

$H(t)$: هو حد الكسب Gain term ويسمى أيضاً بعامل الربحية ويمثل بالصيغة الآتية:

$$H(t) = \mathbf{P}(t)\varphi(t) \quad \dots (10)$$

وبذلك يمكن القول بأن طريقة المربعات الصغرى التعااقبية هي تقدير لـ $\hat{\theta}(t)$ من خلال $\hat{\theta}(t-1)$ والزوج $[\varphi(t), y(t)]$. أما خطأ التنبؤ الذي يمثل الفرق بين القيم المشاهدة والقيم المرشحة فيمثل

بالمعادلة الآتية: (Adriano,2011)

... (11)

$$\zeta(t) = y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1)$$

لتجديد قيمة $\hat{\theta}$ نحتاج إلى إيجاد معكوس المصفوفة المتمثل بالمعادلة (2) الذي يمكن حسابه من خلال استخدام معكوس المصفوفة بالعلاقة الآتية: - (Adriano, 2011)

$$(A + BCD)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1} \quad \dots (12)$$

وبما أن:

$$\begin{aligned} P(t) &= [\varphi^T(t)\varphi(t)]^{-1} \\ P(t) &= [\varphi^T(t-1)\varphi(t-1) + \varphi^T(t)\varphi(t)]^{-1} \\ P(t) &= [P^{-1}(t-1) + \varphi^T(t)\varphi(t)]^{-1} \end{aligned}$$

ومن خلال المعادلة آنفاً وتشبيهاً مع (12) فإن:

$$P^{-1}(t) = A, \quad P(t-1) = A^{-1}, \quad \varphi(t) = B, \quad I = C, \quad \varphi^T(t) = D$$

الآتي :

$$P(t) = P(t-1) - P(t-1)\varphi(t) \left[I + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t) \right]^{-1} \varphi^T(t)P(t-1) \quad \dots (13)$$

مما سبق فإن الشكل النهائي لطريقة المربعات الصغرى التعااقبية يتمثل بالمعادلات الآتية:

$$\xi(t) = y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1) \quad \dots (14)$$

$$H(t) = P(t)\varphi(t) \quad \dots (15)$$

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + H(t)\xi(t) \quad \dots (16)$$

إن خوارزمية المربعات الصغرى التعااقبية والمكونة من المعادلات الثلاثة آنفاً تحتاج إلى قيم أولية لكل من متجه المعلمات $\hat{\theta}(0) = \theta_0$ ومصفوفة التغاير $P(0) = \alpha I$ حيث أن α عبارة عن ثابت تكون قيمته أكبر من الصفر وان I تمثل مصفوفة الوحدة. وكذلك تحتاج الخوارزمية آنفاً إلى قيمة θ_0 تكون صغيرة جداً في حين أن قيمة $P(0)$ تكون كبيرة، لأنها تؤدي إلى متجهات تصحيح عالية لذلك يجب أن تكون متقاربة سريعاً. يوجد أسلوبان شائعان لتعديل خوارزمية المربعات الصغرى التعااقبية لكي تصبح قادرة على تعقب المعلمات المتغيرة مع الزمن وهما:

أ- طريقة المربعات الصغرى التعااقبية مع عامل التفاضلي الآسي:

Recursive Least Square Method with Exponential Forgetting Factor

في السنوات الأخيرة تم استعمال عامل التفاضلي كثيراً لنمذجة النظم الحركية، لأنه عبارة عن عملية وزن للبيانات إذ يعطي الوزن الأكثر للمشاهدات الحاضرة والوزن الأقل للمشاهدات السابقة. ففي النظم التكييفية تتغير المعلمات مع الزمن وتظهر حالتين من تغيير المعلمات مع الزمن، الحالة الأولى عندما تكون المعلمات ثابتة على طول الزمن وتتغير فجأة وفي هذه الحالة يقترح تعديل مصفوفة التغاير $P(t)$ ، والحالة الثانية عندما تتغير المعلمات ببطء مع الزمن وفي هذه الحالة يقترح إضافة عامل التفاضلي أو التفاضلي الآسي عندئذ فان دالة الخسارة يمكن كتابتها بالشكل الآتي:

(Bengt,2011) و (Lars,1999).

$$V(\theta, t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^t \lambda^{-i} (y(i) - \varphi^T(i)\theta)^2 \quad \dots (17)$$

حيث أن المعلمة λ تسمى بـ عامل التفاضلي Forgetting Factor وتكون قيمتها محصورة بين $0 < \lambda < 1$ وأن القيمة المثالية لـ λ هي $0.95 < \lambda < 1$ ، ويتم اختيار قيمة عامل التفاضلي λ اعتماداً على تحسين التنبؤ (Brailsford,et.al,2004). عند ازدياد قيمة (t) فإن البيانات سيتم خصمها أي ستهمل حتى إذ لم يكن هناك معلومات عن البيانات الجديدة وعليه فأن مصفوفة التغاير $P(t)$ ستزداد أسياً مع قيمة λ . وبإعادة اشتقاق خوارزمية المربعات الصغرى التعااقبية باستخدام دالة الخسارة الموضحة بالمعادلة (17) نحصل على (Rowell,2008):

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \mathbf{P}(t)\varphi(t)(y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1)) \quad \dots (18)$$

$$H(t) = \mathbf{P}(t-1)\varphi(t) \left[\lambda I + \varphi^T(t)\mathbf{P}(t-1)\varphi(t) \right]^{-1} \quad \dots (19)$$

$$\mathbf{P}(t) = \left[I - H(t)\varphi^T(t) \right] \mathbf{P}(t-1) / \lambda \quad \dots (20)$$

ب- طريقة المربعات الصغرى التعااقبية مع مرشح كالمن

Recursive Least Square with Kalman Filter

إن مرشح كالمن عبارة عن مرشح يستعمل عادةً للحساب أو التنبؤ بحالات النظام الحركي بالاعتماد على النموذج، وقد سمي هذا المرشح باسم مخترعه العالم الرياضي رودولف كالمان وأحياناً يسمى هذا المرشح بمرشح فينر. من المعروف بأنه للتحكم في شيء معين ولا بد من قياسه والمقارنة بينه وبين القيمة المطلوبة له إلا أنه توجد مشكلة بأن المستشعرات دائماً يوجد فيها تشويش وهذا التشويش يؤثر في القيمة المقاسة ويؤثر سلباً في النهاية في عملية التحكم بالشيء، ولكن إذا استطعنا معرفة الحد الذي يستطيع المستشعر أن يقيسه فإننا نستطيع أن نكتشف ما إذا كانت القيمة المقاسة صحيحة أم تعاني من تشويش. ويمكن استخدام مرشح كالمن لتطوير خوارزمية المربعات الصغرى التعااقبية كأسلوب مباشر لتقدير ومعالجة المعلمات التي تتغير مع الزمن، إذ يعطي مرشح كالمن حلاً مثلى تجعل الخوارزمية ذات قدرة عالية بتعاملها مع الانحراف البطيء للمعلمات ومع التغيرات المفاجئة من خلال فرض قيم صحيحة لمصفوفة التغيرات $R_1(t)$ ومصفوفة التباين $R_2(t)$ وأن مرشح كالمن يرتبط مع خوارزمية المربعات الصغرى التعااقبية وأنه قريب جداً منها ويمكن توضيح ذلك من خلال معادلة الحالة State Equat ومعادلة المشاهدة Observation Equation الآتيتين (Bengt, 2011):

$$\left. \begin{aligned} \theta(t+1) &= \theta(t) + v(t) \\ y(t) &= \varphi^T(t) \theta(t) + e(t) \end{aligned} \right\} \dots (21)$$

إذ أن: $v(t)$: يمثل متجه قيم التشويش الأبيض وان مصفوفة التغيرات له $R_1(t)$.

$e(t)$: تمثل قياسات التشويش الأبيض ويفترض بأن مصفوفة التباين له $R_2(t)$.

وبتطبيق مرشح كالمن على المعادلة (21) نحصل على:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + H(t)[y(t) - \varphi^T(t) \hat{\theta}(t-1)] \dots (22)$$

$$H(t) = \mathbf{P}(t-1) \varphi(t) \left[\mathbf{R}_2(t) + \varphi^T(t) \mathbf{P}(t-1) \varphi(t) \right]^{-1} \dots (23)$$

$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}(t-1) - \frac{\mathbf{P}(t-1) \varphi(t) \varphi^T(t) \mathbf{P}(t-1)}{\mathbf{R}_2(t) + \varphi^T(t) \mathbf{P}(t-1) \varphi(t)} + \mathbf{R}_1(t) \dots (24)$$

إن التعديلات التي حصلت على خوارزمية المربعات الصغرى التعااقبية باستخدام عامل التغاضي وكذلك باستخدام مرشح كالمن حققت ما يأتي:

- 1- إمكانية جعل مصفوفة التغيرات $P(t)$ تقترب إلى الصفر.
- 2- الربحية لا تقترب من الصفر.
- 3- تقدير المعلمات يتغير باستمرار مع الزمن.
- 4- في خوارزمية المربعات الصغرى التعااقبية مع عامل التغاضي تعتبر λ متغيراً تصميمياً يختار من قبل المستخدم.
- 5- مع مرشح كالمن تلعب مصفوفة التغيرات $R_1(t)$ دوراً مشابهاً لعامل التغاضي λ في خوارزمية المربعات الصغرى التعااقبية.

(3) نماذج النظم الحركية الخطية: Linear Dynamical Systems Model

وتسمى أيضاً بنماذج الصندوق الأسود Black box أن هذا النوع من النماذج هو الأكثر شيوعاً وتطبيقاً، وبعمامة وإن نماذج النظم الحركية الخطية هي توسيع لنماذج المتسلسلة الزمنية وذلك من خلال إضافة متغير الإدخال (x) إليها، لأن نماذج المتسلسلة الزمنية عادةً تكون غير دقيقة. وتقسم نماذج النظم الحركية الخطية إلى قسمين: (Nelles, 2001) و (Isermann and Munchhof, 2011)

1- نماذج خطأ المعادلة Equation Error Model

وتشمل نماذج ARX و ARMAX إذ تتميز هذه النماذج بوجود متعددة الحدود $A(z)$ كمقام حركي لدالة تحويل المدخلات ودالة تحويل التشويش وهذا ينسجم مع حقيقة إن التشويش لا يؤثر على مخرجات النموذج ولكن بدلا من ذلك يدخل النموذج من قبل المرشح $\frac{1}{A(z)}$. بعبارة أخرى أن التشويش يدخل إلى العملية متأخراً ومن ثم فإن ميزات التكرار تتشكل من خلال حركية العملية.

(أ) نموذج الانحدار الذاتي بمتغيرات إدخال خارجية المنشأ

Autoregressive with exogenous input model (ARX)

يعتبر نموذج ARX من النماذج الأكثر تطبيقاً لنماذج الأنظمة الحركية الخطية ويعبر عنه بالصيغة الآتية: (Bemporad, 2011)

$$y_t = \frac{B(z)}{A(z)} u_t + \frac{1}{A(z)} e_t$$

$$A(z)y_t = B(z)u_t + e_t \quad \dots (25)$$

ويمكن كتابة المعادلة (25) أكثر توضيحاً:

$$y_t + a_1 y_{t-1} + \dots + a_{na} y_{t-na} = b_1 u_{t-nk} + \dots + b_{nb} u_{t-nk-nb+1} + e_t \quad \dots(26)$$

إذ إن (na و nb) هي رتب النموذج و (nk) زمن التأخير. ويمكن التنبؤ بقيمة المخرجات الآتية بأخذ المشاهدات السابقة أي أن:

$$\hat{y}_t = -a_1 y_{t-1} - \dots - a_{na} y_{t-na} + b_1 u_{t-nk} + \dots + b_{nb} u_{t-nk-nb+1} + e_t \quad \dots(27)$$

ويمكن كتابة المعادلة آنفاً بإيجاز:

$$\dots(28)$$

$$y_t = \varphi'(t)\theta + e_t$$

حيث إن θ : تمثل متجه معاملات النموذج ويعبر عنها

$$\theta = [a_1 \dots a_{na} \quad b_1 \dots b_{nb}]'$$

$\varphi(t)$: تمثل متجه متغيرات المدخلات والمخرجات ويعبر عنه

$$\varphi(t) = [-y_{t-1} \dots -y_{t-na} \quad u_{t-nk} \dots u_{t-nk-nb+1}]'$$

وأن تنبؤ المخرجات يمكن وصفه من خلال المعادلة الآتية:

$$\dots(29)$$

$$\hat{y}_{(t|\theta)} = \varphi'(t)\theta$$

تدل المعادلة (29) على إن تقدير y_t يعتمد على البيانات السابقة وعلى متجه المعلمات θ علماً بأن قيم θ غير معروفة. ولتكن Z^N يمثل مجموعة من قياسات البيانات يمكن تمثيلها كما الآتي:

$$Z^N = [u_{(-n)}, y_{(-n)}, \dots, u_{(N-1)}, y_{(N-1)}]$$

إذ أن: $n = \max[na, nb + nk + 1]$

وباستخدام طريقة المربعات الصغرى سوف نقدر المتجه $\hat{\theta}$ وذلك بجعل $\hat{y}_{(t|\theta)}$ مطابقاً لـ y_t إذ أن:

$$\hat{\theta} = \min [V(\hat{\theta}, Z^N)]$$

$V(\hat{\theta}, Z^N)$: تمثل دالة الخسارة وهي معادلة تربيعية من متجه المعلمات (θ) يتم تقديرها من خلال المعادلة الآتية:

$$V(\hat{\theta}, Z^N) = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} (y_t - \hat{y}_{(t|\theta)})^2$$

$$V(\hat{\theta}, Z^N) = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} (y_t - \varphi'(t)\theta)^2 \quad \dots(30)$$

وبأخذ المشتقة الأولى للمعادلة آنفاً وتصغيرها نحصل على:

$$0 = \frac{d}{d\theta} V(\hat{\theta}, Z^N) = \frac{2}{N} \sum_{t=0}^{N-1} \varphi(t)(y_t - \varphi'(t)\theta)$$

$$\sum_{t=0}^{N-1} \varphi(t)y_t = \sum_{t=0}^{N-1} \varphi(t)\varphi'(t)\theta$$

وان متجه المعلمات يمكن اختياره على انه:

$$\hat{\theta} = \left[\sum_{t=0}^{N-1} \varphi(t)\varphi'(t) \right]^{-1} \sum_{t=0}^{N-1} \varphi(t)y_t \quad \dots(31)$$

وأن التنبؤ لخطوة واحدة لنموذج ARX يمكن إيجاده من خلال المعادلة الآتية:

.....(32)

$$\hat{y}_{(t|t-1)} = B(z)u_t + (1 - A(z))y_t$$

من خلال إيجاد قيمة المتنبأ في المعادلة (32) يمكن إيجاد خطأ التنبؤ لنموذج ARX كالاتي:

$$\left. \begin{aligned} e_t &= y_t - \hat{y}_{(t|t-1)} \\ e_t &= y_t - B(z)u_t - (1 - A(z))y_t \\ e_t &= A(z)y_t - B(z)u_t \end{aligned} \right\} \quad \dots(33)$$

ب) نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة بمتغيرات إدخال خارجية المنشأ:

Autoregressive Moving Average with Exogenous input model (ARMAX)

إن نموذج ARMAX ناتج من دمج نموذج الانحدار الذاتي AR الذي ينص على أن المخرجات لها علاقة بالقيم السابقة للمخرجات، ونموذج المتوسطات المتحركة MA يستخدم التشويش الأبيض والمدخلات الإضافية X التي تعني أن النموذج لا يعتمد فقط على المدخلات الحالة. ويمكن توضيح هذا النموذج من خلال المعادلة الآتية:

$$y_t = \frac{B(z)}{A(z)} u_t + \frac{C(z)}{A(z)} e_t$$

$$A(z)y_t = B(z)u_t + C(z)e_t \quad \dots(34)$$

ويتم تقدير المعلمات a_i, b_i, c_i باستخدام طريقة المربعات الصغرى التي تم توضيحها في نموذج ARX . وأن التنبؤ بخطوة واحدة لنموذج ARMAX يكون حسب الصيغة الآتية:

$$\hat{y}_{(t|t-1)} = \frac{B(z)}{C(z)} u_t + \left(1 - \frac{A(z)}{C(z)}\right) y_t$$

$$\hat{y}_{(t|t-1)} = B(z)u_t + (C(z) - A(z))y_t + (1 - C(z))\hat{y}_{(t|t-1)} \quad \dots(35)$$

إذ أن الحد الأخير من المعادلة آنفاً يمثل المتنبأ السابق. إن متنبأ ARMAX يكون مستقرًا على الرغم من عدم استقرار نموذج ARMAX لعدم استقرار متعددة الحدود $A(q)$ وأن متعددة الحدود $C(q)$ يجب أن تكون مستقرة، عليه فإن خطأ التنبؤ لهذا النموذج هو:

$$e_t = \frac{A(z)}{C(z)} y_t - \frac{B(z)}{C(z)} u_t \quad \dots(36)$$

2. نماذج خطأ المخرجات Output Error Models

وتشمل كل من نموذج خطأ المخرجات Output Error ويرمز له OE ونموذج بوكس-جنكنز Box-Jenkins ويرمز له BJ ، ويمكن تمييز نماذج خطأ المخرجات بأن نموذج التشويش فيها مستقل عن نموذج العملية المحددة :

أ) نموذج خطأ المخرجات The Output Error model(OE)

يعد نموذج خطأ المخرجات نموذجاً ذا تركيب واسع الاستخدام ومن السهولة تمثيله ضمن نماذج خطأ المخرجات التي غالباً ما تكون أكثر واقعية وأوسع استخداماً بشكل أكثر من نماذج خطأ المعادلة وذلك، لان نماذج التشويش لا تتضمن المرشح $1/A(q)$ ، ويمكن وصف هذا النموذج بالشكل الآتي:

$$y_t = \frac{B(z)}{F(z)} u_t + e_t \quad \dots(37)$$

والتنبؤ بخطوة واحدة لنموذج OE يتم تمثيله بالصيغة الآتية:

$$\hat{y}_{(t|t-1)} = \frac{B(z)}{F(z)} u_t$$

$$\hat{y}_{(t|t-1)} = B(z)u_t + (1 - F(t))\hat{y}_{(t|t-1)} \quad \dots(38)$$

إن متبأ OE يكون غير مستقر إذا كانت متعددة الحدود $F(z)$ غير مستقرة لذا لا يمكن استخدام نماذج خطأ المخرجات لنمذجة العمليات غير المستقرة. وأن خطأ التنبؤ لهذا النموذج هو:

$$e_t = y_t - \frac{B(z)}{F(z)} u_t \quad \dots(39)$$

ب) نموذج بوكس - جنكنز The Box-Jenkin Model

عرف نموذج بوكس - جنكنز من قبل الباحثين Box and Jenkin عام 1970، ويتميز عن نموذج OE بالمرونة من خلال ترشيح التشويش الأبيض بالمرشح ARMA، ويمكن تمثيله من خلال المعادلة الآتية:

$$y_t = \frac{B(z)}{F(z)} u_t + \frac{C(z)}{D(z)} e_t \quad \dots(40)$$

والتنبؤ بخطوة واحدة لنموذج BJ يتم تمثيله بالصيغة الآتية:

$$\hat{y}_{(t|t-1)} = \frac{B(z)D(z)}{F(z)C(z)} u_t + \left(1 - \frac{D(z)}{C(z)}\right) y_t \quad \dots(41)$$

وان خطأ التنبؤ لهذا النموذج يتم تمثيله بالصيغة الآتية:

$$e_t = \frac{D(z)}{C(z)} y_t - \frac{B(z)D(z)}{F(z)C(z)} u_t \quad \dots(42)$$

(4) اكتشاف نقاط التغيير وتقديرها: Detecting and Estimation change-points

في هذا البحث نهتم بنمذجة النظم الحركية غير المستقرة بتقطيع متسلسلي المدخلات والمخرجات إلى قطاعات بحيث تكون المتسلسلة ضمن كل قطاع تقريباً مستقرة. إذ يمكن تعريف عملية التقطيع بأنها تقسيم المتسلسلة إلى قطع غير متداخلة وتحتوي كل قطعة على تمثيل بسيط للبيانات بحيث تكون البيانات داخل كل قطعة مستقرة تقريباً (Alkiviadis and Dimitris, 2010). إن أماكن التغييرات في المعلمات التي تميز النموذج تعد مسألة بالغة

الأهمية. تم استخدام نظرية المعلومات لاكتشاف نقاط التغيير وتقديرها، فقد استخدمت معايير المعلومات ومن أبرزها معيار أكاي للمعلومات (AIC) في هذا المجال.

(4.1) معيار أكاي للمعلومات: Akaike's Information Criterion

قدم معيار أكاي في عام 1973 لاختيار الأنموذج الأفضل في تمثيل البيانات. إن هذا المعيار له تطبيقات عديدة إذ طبق في المتسلسلات الزمنية وكشف التطرفات وتحليل الانحدار. وتحسب قيمة AIC كما يأتي: (Shuhua,2007)

$$AIC \approx -2 \log L(\hat{\theta}) + 2P \quad \dots (43)$$

إذ أن: $L(\hat{\theta})$: تمثل نسبة الإمكان الأعظم للأنموذج. P : عدد معلمات النموذج المقدرة.

إن الأنموذج الملائم هو الذي يقابل اقل قيمة لـ AIC. لتكن $AIC_0(T)$ هي قيمة معيار أكاي المحسوب تحت فرضية العدم H_0 التي تفترض بأنه لا توجد نقطة تغيير على طول النظام الحركي، ولتكن $AIC_1(k)$ المحسوبة عند افتراض بأن هناك تغيير عند النقطة $(t=k)$ حيث إن $k=1,2,\dots,T$. فيتم رفض أو قبول (H_0) بالاستناد إلى مبدأ تقليل معيار أكاي للمعلومات. فيتم قبول فرضية العدم (H_0) إذا كانت:

$$AIC_0(T) < \min_k AIC_1(k) \quad \dots (44)$$

هذا يعني أن AIC التي حسبت بافتراض أنه لا يوجد تغييرات أصغر من AIC التي حسبت بافتراض وجود نقطة تغيير عند قيم k . وبالعكس ترفض فرضية العدم (H_0) عندما

$$AIC_0(T) > \min_k AIC_1(k) \quad \dots (45)$$

لمعظم قيم k . ولتقدير موقع نقطة التغيير k^* بـ \hat{k} إذ إن:

$$AIC(\hat{k}) = \min_{2 < k < T} AIC_1(k) \quad \dots (46)$$

لاكتشاف نقاط التغيير العديدة بمعنى لإيجاد أكثر من نقطة تغيير في المتسلسلة يتم استخدام خوارزمية التقطيع الثنائي Binary Segmentation وهي طريقة موسعة لمسألة اكتشاف نقطة التغيير الوحيدة \hat{k} . إن التقطيع الثنائي يستند إلى التقييم المتعاقب للإحصائيات عند أجزاء مختلفة

من النظام، علماً أنه لاكتشاف نقاط التغيير وتحديد مواقعها بشكل آني تكون هنالك حاجة إلى اختبار نقطة التغيير وتحديدتها k في كل خطوة ويكرر الاختبار في كل جزء من سلوك النظام الحركي حتى يتم قبول فرضية العدم، يمكن تلخيص الخوارزمية بالخطوتين الآتيتين:

- 1- نحسب إحصائية معيار أكاي للمعلومات AIC للنموذج الذي تم ملاءمته للنظام الحركي بكامله ثم يتم البحث عن نقطة تغيير مهمة من خلال مشاهدة رسم متسلسلي المدخلات والمخرجات ونحسب إحصائية معيار المعلومات أكاي للنموذج الذي تم ملاءمته للنظام عند نقاط التغيير المختارة ثم نختار النقطة التي يكون معيار أكاي عندها اقل من بقية نقاط التغيير ونختبر المعادلة (44) فإذا رفضت فرضية العدم التي تنص على أنه لا يوجد نقطة تغيير في النظام سوف يتم تقسيم المتسلسلتين الأصليتين (المدخلات والمخرجات) إلى قسمين عند النقطة k التي تمثل الفاصل بين القسمين وننتقل إلى الخطوة الآتية.
- 2- في كل قسم يتم إعادة الخطوة الأولى لاكتشاف نقطة التغيير التي قد تحدث بداخله وتستمر العملية حتى الوصول إلى نتيجة بعدم وجود نقطة تغيير إضافية في أي جزء من سلوك النظام الحركي.

(5) آلية التراجع:

تم اقتراح هذه الآلية من قبل (حياوي، 2006) للحصول على نموذج بأقل عدد من المعلمات بشرط امتلاكه المعايير الإحصائية والهندسية المرغوبة، ويمكن توضيح هذه الآلية بالخطوات الآتية:

- 1- تشخص النماذج الحركية الخطية الأربعة للبيانات بطريقة توافقية لكل رتبة معلمة من معلمات النموذج من خلال الصيغ العامة لهذه النماذج.
- 2- تحديد النموذج الأفضل الذي يحقق الشروط الإحصائية من جهة عدم معنوية سائر المخرجات فضلاً عن عدم ارتباط معنوي بين المدخلات وسائر المخرجات، وأقل ما يمكن من قيم معايير المعلومات مع استقراره النموذج وذلك بملاحظة مواقع الأصفار والأقطاب في دائرة الوحدة وحساب النسبة المئوية للمطابقة والملاءمة بين المخرجات والملاحظة والمتوقعة.
- 3- بعد اختيار أفضل نموذج لكل من النماذج الأربعة نختار أفضل نموذج من بين النماذج الأربعة التي تم تشخيصها اعتماداً على نفس المعايير.
- 4- بعد اختيار النموذج ومن أجل الوصول إلى النموذج الذي تم توليد البيانات منه أو أقرب ما يمكن يتم اعتماد أسلوب التراجع عن النموذج الأفضل الذي تم اختياره بتقليل رتب معلمات

النموذج وصولاً الى النموذج المطابق او أقرب ما يمكن للنظام المراد تشخيصه أي النموذج الذي يمتلك اقل عدد معلمات بأفضل حزمة معايير.

(5) معايير اختيار أفضل نموذج: Criteria for Choose Best Model

إن دوال المعايير في تشخيص النظام تشير إلى مدى نجاح النموذج في تمثيل البيانات التجريبية وفي معظم الحالات فإن المعايير هي دوال لتشخيص الخطأ. من المعايير الإحصائية والهندسية التي يمكن اعتمادها للوصول إلى الرتبة المناسبة للنموذج في حالة التشخيص خارج الخط هي (Badong and Yuzhu , 2013):

1- معيار اكاكي للمعلومات Akaike's Information Criterion

ظهرت في بداية السبعينات بعض المعايير لتشخيص النموذج المطلوب دون الاعتماد على دوال الارتباط، فقد اقترح العالم الياباني Akaike معياراً عاماً في تطوير ونمذجة المتسلسلات الزمنية سمي (AIC) Akaike's Information Criterion، ويستخدم هذا المعيار في تشخيص رتب نماذج المتسلسلات الزمنية بحيث تقابل الرتبة المناسبة اقل قيمة لمعيار AIC وتمثل الرتبة الأكثر ملاءمة. كما يمكن استخدامه في مجالات إحصائية أخرى. وهذا المقياس يساوي ضعف عدد المعلمات ناقصاً ضعفاً دالة الإمكان الأعظم. ورياضياً يُعبر عنه (Shuhua,2007)

$$AIC = -2 \log L(\hat{\theta}) + 2P \quad \dots(47)$$

إذ أن: $L(\hat{\theta})$: تمثل نسبة الإمكان الأعظم للنموذج. P : عدد معلمات النموذج المقدرة.

2- معيار خطأ التنبؤ النهائي لاكاكي Akaike's Final Prediction Error Criteria

يعد معيار خطأ التنبؤ النهائي لاكاكي مقياساً لجودة النموذج من طريق محاكاة الحالة إذ يتم اختبار النموذج من مجموعة مختلفة من البيانات. ويعد من المعايير المهمة في تحديد الرتبة المناسبة للنموذج، فقد عُرِفَ من قبل الباحث Akaike عام 1969 ويرمز له اختصاراً FPE ويحسب بالصيغة الآتية (Boardman.et.at, 2002):

$$FPE = \left(\frac{n+m+1}{n-m-1} \right) \sigma_m^2 \quad \dots (48)$$

إذ أن: FPE: تمثل خطأ التنبؤ النهائي. σ_m^2 : تمثل مقدار خطأ التنبؤ للنموذج ذي الرتبة m.

3- معيار المطابقة Fitting Criteria

يمثل مقياساً لمعرفة دقة النموذج نسبة مئوية، وقد اعتمد في تحديده الرتبة المناسبة للنماذج الحركية، إذ يتم حساب مقدار التطابق بين البيانات الحقيقية والبيانات المتنبأ بها للمدة نفسها نسبة مئوية وتحسب هذه النسبة كما يأتي:

$$Fit = 100 * \left[1 - \frac{\sqrt{\sum (y_t - \hat{y}_t)^2}}{\sqrt{\sum (y_t - \bar{y})^2}} \right] \quad \dots (49)$$

حيث إن:

Fit: تمثل نسبة المطابقة. \hat{y}_t : القيم التقديرية المكونة من النموذج.

\bar{y} : الوسط الحسابي لمشاهدات متسلسلة المخرجات المستخدمة في تكوين النموذج.

4. دالة الكلفة Loss Function

وفي أغلب الأحيان يطلق عليها بدالة الخسارة Loss Function إذ تعد من أفضل المعايير في اختيار رتبة النموذج. ومن أهم المزايا لهذه الدالة انها تقل قيمتها بزيادة رتبة النموذج وان التناقص في قيمة هذه الدالة يتوقف عند نقطة معينة مما يعني أن زيادة رتبة النموذج تصبح عديمة الفائدة. أما مساوئها فهي يمكن أن تعطي عدداً كبيراً من المعلمات بشكل غير معقول وبذلك سنتوصل إلى نموذج يكون غير مرحلي ويكون مطابقاً للبيانات بينما البيانات جُمعت من نظام هو بالأساس مرحلي، بمعنى إن النموذج يكون غير مقبول بالنسبة لنظام مستقر. فضلاً عن ذلك فقد تكون الجذور والأقطاب للنموذج كبيرة وتغطي منطقة غير مؤكدة بالنسبة للنموذج. إن هذه المساوئ قد تكون سبباً في اختيار رتبة للنموذج بطريقة خاطئة. ويمكن حساب هذه الدالة رياضياً كما يأتي (Nelles, 2001):

$$V = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n e_t^2 \quad \dots (50)$$

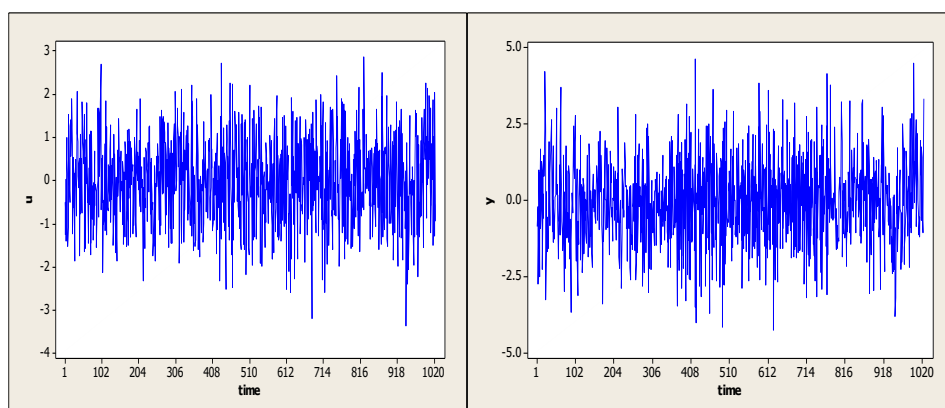
إذ إن V - : تمثل دالة الكلفة. n : تمثل عدد المشاهدات.

(7) تجارب المحاكاة المولدة: Simulation Data Experiments

لقد أجريت تجربة على بيانات مولدة من أحد نماذج النظم الحركية الخطية، ومن ثم التعامل مع هذه البيانات على أساس مجهولية النموذج الذي تم توليدها منه لغرض تشخيص الأنموذج الأكثر ملاءمة وبعدها تم تطبيق أسلوب التقطيع وكذلك أسلوب التشخيص المتعاقب لغرض المقارنة بينهما. تم توليد البيانات على أساس المعادلات أدناه وباستخدام البرنامج الجاهز MATLAB2013:

$$\begin{aligned}
 y(t) &= a_1 y(t-1) + a_2 y(t-2) + b_1 u(t-1) + b_2 y(t-2) + e(t) \\
 a_1(t) &= 0.32 \cos(1.5 - \cos(\frac{4\Pi t}{n} + \Pi)) & 1 \leq t \leq 256 \\
 a_1(t) &= 0.32 \cos(3 - \cos(\frac{4\Pi t}{n} + \frac{\Pi}{2})) & 257 \leq t \leq 768 \\
 a_1(t) &= 0.32 \cos(1.5 - \cos(\frac{4\Pi t}{n} + \Pi)) & 769 \leq t \leq 1024 \\
 a_2(t) &= 0.4 \cos(\frac{4\Pi t}{n}) & 1 \leq t \leq 1024 \\
 b_1(t) &= 0.65 & 1 \leq t \leq 256 \\
 b_1(t) &= 0.5 & 257 \leq t \leq 768 \\
 b_1(t) &= 0.65 & 769 \leq t \leq 1024 \\
 b_2(t) &= 0.6 & 1 \leq t \leq 1024
 \end{aligned} \quad \dots(51)$$

إذ أن $n=1024$ وتمثل طول المتسلسلة و $\pi=180$ وقد تم توفيق النماذج الأربعة الخطية لها وإجراء عملية التقطيع عليها وتم رسم متسلسلي المدخلات والمخرجات لمشاهدات النظام مع الزمن وهي خطوة أساس وهامة في التحليل، إذ يمكن من خلال الرسم الاطلاع على طبيعة التذبذب فيها وملاحظة ما إذا كان النظام يحوي على نقاط تغيير.

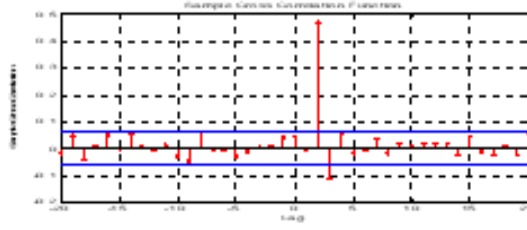


الشكل رقم (1)

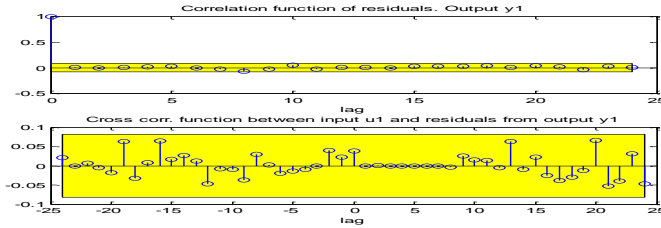
الرسم الزمني لمتسلسلي المدخلات والمخرجات المولدتين.

نلاحظ من خلال الشكل المذكور أنفاً بأن ثمة نقاط تغيير في متسلسلي المدخلات والمخرجات تقريباً عند المدى الزمني (400-285) وكذلك (800-700) لذا تم تطبيق معيار أكاي للمعلومات لإيجاد نقاط التغيير في متسلسلي المدخلات والمخرجات وحسب الخطوات الآتية:

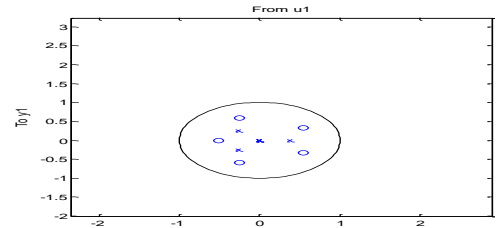
أولاً: إيجاد النموذج الملائم للبيانات لكي تتم المقارنة على أساسه. لقد تم إيجاد قيمة زمن التأخير باستخدام دالة الارتباط التقاطعي كما في الشكل (2) وكانت قيمة $\hat{d} = 2$ علماً إن البيانات ولدت بزمن تأخير $\hat{d} = 1$ من أنموذج خطي بمعلمات غير خطية وهذه النتيجة تدل على أن دالة الارتباط التقاطعي الخطية لا تعمل جيداً في هذه الحالة لذلك تم اللجوء إلى استخدام نماذج الانحدار الذاتي بمتغيرات ادخال خارجية المنشأ مع $\hat{d} = 1$. وباستخدام أسلوب توفيق كل الحالات الممكنة لمعلمات كل نموذج من النماذج الأربعة وجد ومن خلال ملاحظة الجدول (1) الذي يمثل النتائج النهائية للنماذج التي تم اختيارها للبيانات المولدة ان افضل نموذج يحقق الشروط الاحصائية هو نموذج ARX بالرتب (3,7,1) إذ $AIC_0(T=1024) = 0.4058$ والشكل (3) يوضح عدم معنوية كل من سائر المخرجات ودالة الارتباط التقاطعي بين المدخلات وسائر المخرجات، علماً ان دائرة الوحدة الخاصة بنموذج ARX(3,7,1) تدل على عدم استقرارية النموذج المختار وهي نتيجة متوقعة لنظام حركي يتضمن نقاط تغيير في سلوكه.



الشكل (٢): يوضح دالة الارتباط التقاطعي بين متسلسلي المدخلات المخرجات.



دالة الارتباط الذاتي للأخطاء ودالة الارتباط التقاطعي لأفضل نموذج



دائرة الوحدة لأفضل نموذج

الشكل رقم (3): يمثل بعض النتائج لأفضل نموذج وهو $ARX(3,7,1)$

جدول رقم (1)

النماذج النهائية المختارة

Model	Aic	Loss	Fpe	Resid	Cross	Fitting
ARX(3,7,1)	0.4058	1.4962	1.5002	عشوائية	غير مرتبطة	11.84
ARMAX(1,2,3,1)	0.4131	1.4934	1.5114	عشوائية	غير مرتبطة	3.469
OE	لا يوجد نموذج مناسب إحصائياً					
BJ(10,1,2,9,1)	0.4138	1.4454	1.5111	عشوائية	غير مرتبطة	23.53

ثانياً: بأخذ نقاط عديدة ضمن المدتين المحددتين اللتين تم تحديدهما من الشكل (1) وإيجاد النماذج المناسبة لهذه النقاط وباختيار النقطة التي تمتلك أقل قيمة لمعيار اكاكي ليتم من طريقها اختبار فرضية العدم التي تنص على انه لا يوجد نقطة تغيير في النظام وذلك من طريق مقارنة قيمة معيار اكاكي للمعلومات لكامل النظام الحركي مع قيمة معيار اكاكي للمعلومات للنظام حتى

نقطة التغيير المعينة. الجدول (2) يوضح النماذج النهائية المختارة لعدة نقاط تغيير عديدة ويبين قيم حزمة معايير المعلومات لكل رتبة والشروط الإحصائية ونسبة الملاءمة لكل نموذج.

جدول رقم (2)

النماذج النهائية المختارة لقيم مختلفة من نقاط التغيير واختيار أفضل نموذج بالاعتماد على حزمة المعايير

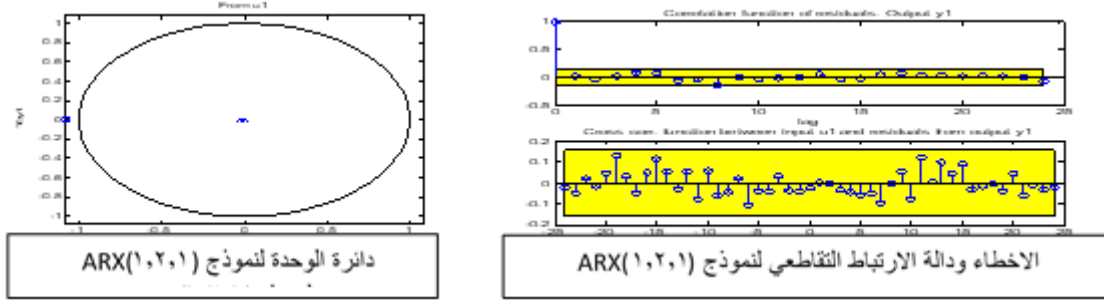
قيم \hat{k}	na	nb	Nk	Aic	Loss	Fpe	Resid	Cross	Fitting	Unit Circle
1-291	1	2	1	0.0896	1.0901	1.0935	عشوائية	غير مرتبطة	17.34	مستقر
1-300	1	2	1	0.0962	1.0974	1.1008	عشوائية	غير مرتبطة	15.59	مستقر
1-352	1	2	1	0.1841	1.1986	1.2019	عشوائية	غير مرتبطة	7.207	مستقر
1-372	1	2	1	0.1674	1.1790	1.1820	عشوائية	غير مرتبطة	3.85	مستقر
1-398	1	2	1	0.2374	1.2647	1.2677	عشوائية	غير مرتبطة	13.22	مستقر
1-700	1	2	1	0.4022	1.4929	1.4951	عشوائية	غير مرتبطة	28.89	مستقر
1-720	1	2	1	0.3968	1.4849	1.4870	عشوائية	غير مرتبطة	24.91	مستقر
1-750	1	2	1	0.3859	1.4688	1.4708	عشوائية	غير مرتبطة	27.22	مستقر
1-760	1	2	1	0.3828	1.4643	1.4663	عشوائية	غير مرتبطة	17.84	مستقر
1-768	1	2	1	0.3738	1.4512	1.4531	عشوائية	غير مرتبطة	16.76	مستقر
1-780	1	2	1	0.3687	1.4439	1.4458	عشوائية	غير مرتبطة	14.48	مستقر
1-800	1	2	1	0.3841	1.4663	1.4682	عشوائية	غير مرتبطة	13.26	مستقر

بملاحظة الجدول نجد أن أقل قيمة لمعيار المعلومات اكاكي هي عند قيمة $\hat{k} = 291$ المقابلة لنموذج ARX(1,2,1)، وعند المقارنة نجد

$$AIC_0(T = 1024) = 0.4058 > AIC_1(k = 291) = 0.0896$$

لذا سوف يتم رفض فرضية العدم وقبول الفرضية البديلة التي تنص على أن هناك نقطة تغيير عند $\hat{k} = 291$ وعند هذه النقطة سوف تنقسم المتسلسلتين (المدخلات والمخرجات) إلى قسمين وبذلك ننتقل إلى الخطوة الثالثة.

ثالثاً: بعد ان قسمت المتسلسلة إلى قسمين سيتم إجراء نفس العملية السابقة على كل قسم: بالنسبة للقسم الأول فان $AIC_0(T = 291) = 0.0896$ والشكل (4) يوضح دائرة الوحدة وعدم معنوية كل من سائر المخرجات ودالة الارتباط التقاطعي بين المدخلات وسائر المخرجات الخاصين بنموذج $ARX(1,2,1)$ لبيانات القسم الأول البالغ عددها (291). نلاحظ بان الانموذج الخاص ببيانات القسم الأول مستقراً وعلى الرغم من ذلك تم أخذ نقاط عشوائية من المتسلسلة لمقارنتها، والجدول (3) بين خلاصة مقارنات للنماذج الاربعة عند قيم مختلفة لقيم \hat{k} لبيانات القسم الأول:



الشكل رقم (4)

يمثل بعض المعايير لنموذج $ARX(1,2,1)$ لبيانات القسم الأول.

جدول رقم (3)

النماذج النهائية المختارة لقيم مختلفة من نقاط التغيير واختيار أفضل نموذج بالاعتماد على

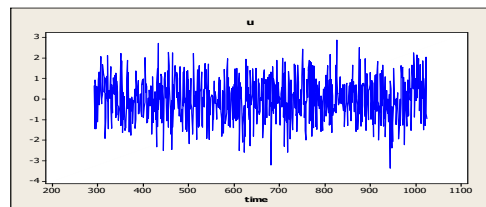
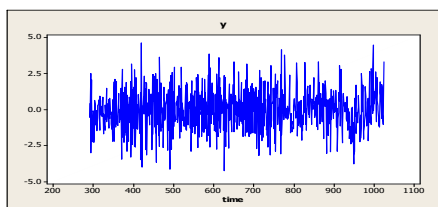
حزمة المعايير لبيانات القسم الأول (1-291)

قيم \hat{k}	Best model	Aic	Loss	Fpe	Resid	Cross	Fitting	Unit Circle
1-100	armax(1,1,8,1)	0.1368	0.9135	1.1211	عشوائية	غير مرتبطة	19.16	مستقر
1-150	oe(1,1,1)	0.1908	1.1614	1.2092	عشوائية	غير مرتبطة	15.36	مستقر
1-160	armax(1,1,8,1)	0.1344	0.9504	1.1265	عشوائية	غير مرتبطة	6.896	مستقر
1-170	armax(1,2,1,1)	0.0941	1.0216	1.0959	عشوائية	غير مرتبطة	11.97	مستقر

بملاحظة الجدول آنفاً نجد ان أقل قيمة لمعيار المعلومات اكاكي هي عند قيمة $\hat{k} = 170$ المقابلة لنموذج $ARMAX(1,2,1,1)$ ، وعند المقارنة نجد

$$AIC_0(T = 291) = 0.0896 < AIC_1(k = 170) = 0.0941$$

وهذا يقودنا إلى قبول فرضية العدم التي تنص على أنه لا توجد نقطة تغيير في المتسلسلة ومن ثم التوقف عن تقسيم بيانات القسم الأول والانتقال إلى بيانات القسم الثاني. الشكل (5) يبين رسم متسلسلة بيانات القسم الثاني (1024-292) بعدد يبلغ (733) قيمة لكل من متسلسلي الإدخال والخراج ولقد تم إيجاد النموذج المناسب لهذه البيانات بالاعتماد على أقل قيم من معايير المعلومات والأخطاء العشوائية وعدم معنوية الارتباط التقاطعي بين المدخلات وسائر المخرجات. الجدول (4) يوضح النتائج النهائية للنماذج التي تم اختيارها لبيانات القسم الثاني ونلاحظ ان افضل نموذج يحقق الشروط الاحصائية هو نموذج ARX بالرتب (3,7,1). إذ $AIC_0(T=733)=0.3834$ والشكل (6) يوضح عدم استقرار دائرة الوحدة وعدم معنوية كل من سائر المخرجات ودالة الارتباط التقاطعي بين المدخلات وسائر المخرجات الخاصين بنموذج $ARX(3,7,1)$ لبيانات القسم الثاني.



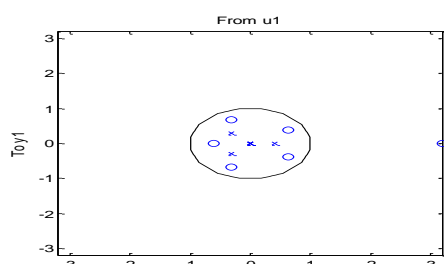
الشكل رقم (5)

يمثل الرسم الزمني لسلسلتي المدخلات والمخرجات لبيانات القسم الثاني

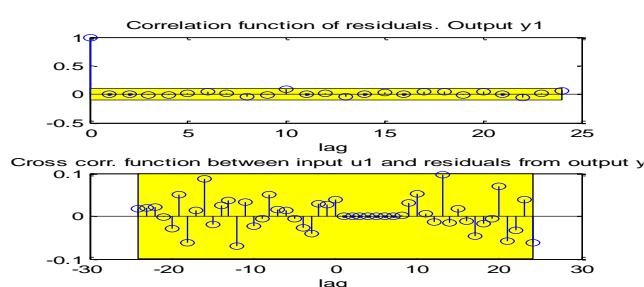
جدول رقم (4)

النماذج النهائية المختارة لبيانات القسم الثاني البالغ عددها (733)

Model	Aic	Loss	Fpe	Resid	Cross	Fitting
ARX(3,7,1)	0.3834	1.4260	1.4667	عشوائية	غير مرتبطة	19.07
ARMAX(1,2,3,1)	0.3933	1.4565	1.4817	عشوائية	غير مرتبطة	3.333
OE	لا يوجد نموذج مناسب إحصائياً					
BJ(2,1,2,8,1)	0.4100	1.4503	1.5057	عشوائية	غير مرتبطة	16.16



دائرة الوحدة لنموذج ARX(3,7,1)



الأخطاء ودالة الارتباط التقاطعي لنموذج ARX(3,7,1)

الشكل رقم (6): يمثل بعض المعايير لأفضل نموذج وهو ARX(3,7,1) للقسم الثاني

نلاحظ بأن النموذج الملائم لبيانات القسم الثاني لمتسلسلي المدخلات والمخرجات البالغ عددهم (733) كان غير مستقر مما يدل على أن هناك نقطة تغيير ضمن بيانات القسم الثاني، والاسلوب نفسه السابق تم ايجاد النقطة الثانية ($\hat{k}_2 = 778$) وان افضل النماذج التي تم اختيارها للأقسام الثلاثة التي تفصلها نقطتي التغيير هو نموذج ARX اي انه تم التوصل الى نموذج نوع عمليته يوافق النموذج الذي تم توليد البيانات من خلاله على الرغم من إن نقاط التغيير لاتطابق تماماً نقاط التغيير في عملية التوليد، الجدول (5) يبين النموذج المناسب للمتسلسلة ما قبل التقطيع والنماذج الملائمة للأقسام الثلاثة بعد عملية التقطيع.

جدول رقم (5)

يوضح نماذج ARX المختارة للأقسام الثلاثة التي تفصلها نقطتي التغيير

وكذلك النموذج ما قبل التقطيع ($\hat{k}_1 = 291, \hat{k}_2 = 778$)

قيم \hat{k}	na	nb	Nk	Aic	Loss	Fpe	Resid	Cross	Fitting	Unit Circle
1-1024	3	7	1	0.405	1.496	1.500	عشوائية	غير مرتبطة	11.84	غير مستقر
1-291	1	2	1	0.089	1.090	1.093	عشوائية	غير مرتبطة	17.34	مستقر
291-778	1	2	1	0.153	1.150	1.166	عشوائية	غير مرتبطة	21.31	مستقر
779-1024	2	2	1	0.040	0.992	1.039	عشوائية	غير مرتبطة	31.85	مستقر

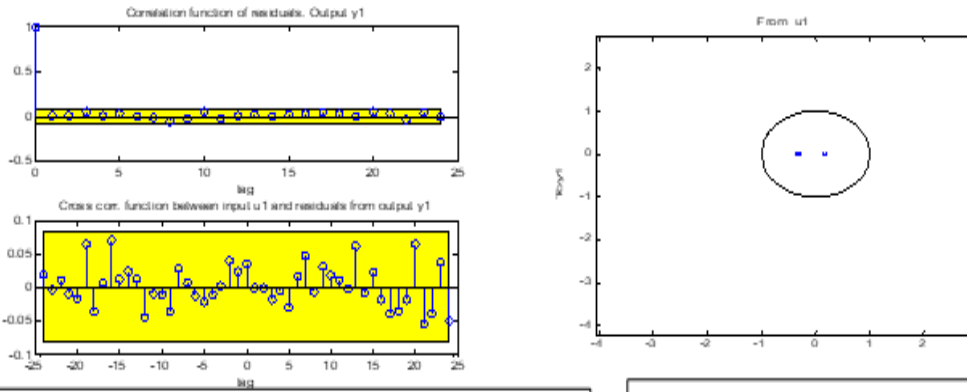
من خلال ملاحظة الجدول الذي يوضح النماذج الملائمة للأقسام الثلاثة لمتسلسلتي المدخلات والمخرجات نجد ان دالة الخسارة وقيمة معيار اكاكي للمعلومات ومعيار خطأ التنبؤ النهائي لاکاكي للقطاعات الثلاثة (أي بعد عملية التقطيع) اقل منها قبل عملية التقطيع وكذلك كانت نسبة المطابقة جيدة بعد عملية التقطيع وهذه النتيجة تشكل نجاحاً جيداً لعملية التقطيع. وكذلك نلاحظ بان النموذج الذي تم الحصول عليه قبل اجراء عملية التقطيع يوافق النموذج الذي تم توليد البيانات منه لكن برتب تختلف عن رتب النموذج الذي تم توليد البيانات منه. قبل اجراء عملية التشخيص المتعاقب على النموذج الذي تم ملاءمته لكامل البيانات المولدة، تم تطبيق أسلوب التراجع عن النموذج الأفضل الذي تم اختياره مع المحافظة على الشروط الإحصائية والهندسية للنموذج الذي يتم اختياره بعد عملية التراجع، والجدول (6) يوضح عملية التراجع عن نموذج $ARX(3,7,1)$.

جدول رقم (6)

عملية التراجع عن نموذج $ARX(3,7,1)$

Na	Nb	Nk	Aic	Loss	Fpe	resid	Cross	Unit Circle	Fitting
3	7	1	0.4058	1.4708	1.5002	عشوائية	غير مرتبطة	غير مستقر	11.84
3	6	1	0.4072	1.4758	1.5024	عشوائية	غير مرتبطة	غير مستقر	7.449
3	5	1	0.4092	1.4817	1.5054	عشوائية	غير مرتبطة	غير مستقر	7.068
3	4	1	0.4120	1.4888	1.5097	عشوائية	غير مرتبطة	غير مستقر	7.031
3	3	1	0.4101	1.4890	1.5069	عشوائية	غير مرتبطة	غير مستقر	4.916
3	2	1	0.4086	1.4897	1.5046	عشوائية	غير مرتبطة	غير مستقر	5.194
2	7	1	0.4063	1.4745	1.5010	عشوائية	غير مرتبطة	غير مستقر	11.96
2	6	1	0.4079	1.4798	1.5035	عشوائية	غير مرتبطة	غير مستقر	7.041
2	5	1	0.4100	1.4858	1.5066	عشوائية	غير مرتبطة	غير مستقر	6.827
2	4	1	0.4110	1.4904	1.5083	عشوائية	غير مرتبطة	غير مستقر	6.763
2	3	1	0.4091	1.4906	1.5055	عشوائية	غير مرتبطة	غير مستقر	4.895
2	2	1	0.4099	1.4947	1.5067	عشوائية	غير مرتبطة	مستقر	3.229

من ملاحظة الجدول (6) نجد ان أفضل نموذج وفق المعايير المبينة بعد اجراء عملية التراجع هو نموذج $ARX(2,2,1)$ إذ يحقق الشروط الاحصائية والهندسية وقيم مناسبة لمعايير المعلومات والمطابقة فضلاً عن عدد اقل من المعلمات وان رتب هذا النموذج هي رتب النموذج الحقيقي نفسها الذي تم توليد البيانات من خلاله، والشكل (7) يوضح استقرارية دائرة الوحدة وعدم معنوية كل من سائر المخرجات ودالة الارتباط التقاطعي بين المدخلات وسائر المخرجات الخاصة بنموذج $ARX(2,2,1)$.



دالة الارتباط الذاتي للاخطاء ودالة الارتباط التقاطعي لأفضل نموذج $ARX(2,2,1)$

دائرة الوحدة لأفضل نموذج $ARX(2,2,1)$

الشكل (7)

يمثل بعض المعايير لأفضل نموذج بعد عملية التراجع $ARX(2,2,1)$

بتحديث معلمات أفضل نموذج تم الحصول عليه من التشخيص خارج الخط ومقارنته مع النموذج الذي تم الحصول عليه بعد تطبيق آلية التراجع وبعد تحديث معلماته أيضاً ومن خلال الأسلوبين تم الحصول على النتائج الآتية:

أولاً: باستخدام عامل التغاضي الذي تتراوح قيمته بين (0.95-0.99)

جدول رقم (7)

يوضح معايير التشخيص على الخط on-line لنموذج ARX قبل وبعد التراجع باستخدام عامل التغاضي.

النموذج قبل التراجع ARX(3,7,1)						النموذج بعد التراجع ARX(2,2,1)				
F,f.	Resid	Cross	fitting	Aic	Loss	Resid	Cross	Fitting	Aic	Loss
0.95	عشوائية	غير مرتبطة	-237.331	370.88 4	2975.9 6	عشوائية	مرتبطة	13.281	69.007	130.281
0.96	عشوائية	غير مرتبطة	-369.348	476.50	2891.1	عشوائية	مرتبطة	14.472	66.654	128.679
0.97	عشوائية	غير مرتبطة	-368.64	476.17 9	2882.4	عشوائية	مرتبطة	14.918	64.658	127.343
0.98	عشوائية	غير مرتبطة	-367.958	475.83 2	2874.9	عشوائية	غير مرتبطة	15.232	63.192	126.381
0.99	عشوائية	غير مرتبطة	-367.31	475.50 2	2866.1	عشوائية	غير مرتبطة	15.370	62.576	125.994

عند مقارنة أنموذج ARX قبل وبعد التراجع نجد ان افضل نتائج معايير التشخيص هي لنموذج ARX بعد التراجع عندما تكون قيمة عامل التغاضي (0.99).

ثانياً: باستخدام مرشح كالمن وقيم التغيرات (0.0001,0.001,0.01)

جدول رقم (8)

يوضح معايير التشخيص على الخط on-line لنموذج ARX قبل وبعد التراجع باستخدام

مرشح كالمن

Kf	النموذج قبل التراجع ARX(3,7,1)					النموذج بعد التراجع ARX(2,2,1)				
	Resid	cross	fitting	Aic	Loss	resid	Cross	Fitting	Aic	Loss
0.01	عشوائية	مرتبطة	- 334.309	566.656	2871.6	عشوائية	غير مرتبطة	10.432	84.175	141.125
0.001	غير عشوائية	مرتبطة	- 300.024	693.385	2898.1	عشوائية	غير مرتبطة	14.586	66.141	128.339
0.000 1	عشوائية	غير مرتبطة	- 366.661	475.166	2858.1	عشوائية	غير مرتبطة	15.315	63.255	126.455

عند مقارنة نموذج ARX قبل التراجع مع نموذج ARX بعد التراجع مع استخدام مرشح كالمن وعند جميع قيم التغيرات نلاحظ بأن قيمة كل من دالة الخسارة ومعيار المعلومات اكاكي لنموذج ARX بعد التراجع اقل مما هي عليه لنموذج ARX قبل التراجع وكذلك كانت نسبة المطابقة افضل بعد التراجع. لوحظ ان نتائج التشخيص على الخط لنموذج ARX(2,2,1) بعد عملية التراجع سواء باستخدام عامل التغاضي او مرشح كالمن كانت أفضل من نتائج التشخيص على الخط لنموذج ARX(3,7,1) قبل التراجع، ولكن عند مقارنة نتائج المعايير الإحصائية والهندسية لنموذج ARX(2,2,1) بعد عملية التراجع في حالة التشخيص على الخط مع نتائج النماذج الثلاثة المرشحة للأقسام الثلاثة التي تم الحصول عليها من عملية التقطيع والموضحة في الجدول(9) نجد بان نتائج النماذج الثلاثة للأقسام الثلاثة أفضل من نتائج نموذج ARX(2,2,1) بعد التراجع سواء باستخدام عامل التغاضي او مرشح كالمن من حيث تحقق الشروط الإحصائية والهندسية وقيم مناسبة لمعايير المعلومات والمطابقة فضلاً عن عدد اقل من المعلمات وهذا يمثل

نجاح واضح لأسلوب عملية التقطيع ويمكن اعتبار عملية التقطيع آلية افضل من عملية التراجع عندما يحتوي النظام على نقاط تغيير أي عندما يكون النظام غير مستقر.

جدول رقم (9)

يوضح معايير التشخيص on-line لنموذج ARX بعد التراجع ومعايير التشخيص off-line
لنماذج ARX للقطاعات الثلاثة بعد عملية التقطيع

قيم \hat{k}	na	nb	Nk	Aic	Loss	Resid	Cross	Fitting	Unit Circle
1-1024 عندما R=0.0001	2	2	1	63.25 5	126.455	عشوائية	غير مرتبطة	15.21 5	مستقر
1-1024 عندما $\lambda=0.99$	2	2	1	62.57 6	125.994	عشوائية	غير مرتبطة	15.37	مستقر
1-291	1	2	1	0.089 6	1.0901	عشوائية	غير مرتبطة	17.34	مستقر
291-778	1	2	1	0.153 7	1.1504	عشوائية	غير مرتبطة	21.31	مستقر
779- 1024	2	2	1	0.040 0	0.9921	عشوائية	غير مرتبطة	31.85	مستقر

(8) الاستنتاجات والتوصيات:**أولاً: الاستنتاجات:**

- 1- الاعتماد على حزمة من المعايير الإحصائية والهندسية مهد الطريق إلى النجاح في تشخيص نموذج تتفق عملياته مع عملية النموذج الذي تم توليد البيانات منه الا انه لم يكن الرتب الأصلية نفسها للتوليد، علماً أن النموذج الذي تم الحصول عليه كان غير مستقر وهذه النتيجة تتفق مع وجود نقاط تغيير في سلوك النظام الحركي غير المستقر وهذه النتيجة تعد المرحلة الأولى في التشخيص خارج الخط.
- 2- بعد اجراء عملية التراجع واعتماد حزمة المعايير الاحصائية والهندسية مجتمعة أمكن تشخيص النموذج $ARX(2,2,1)$ كأفضل نموذج لتمثيل البيانات في عملية التشخيص خارج الخط وتقديمه نتائج ايجابية للشروط الاحصائية والهندسية من حيث عشوائية الاخطاء وعدم وجود ارتباط تقاطعي معنوي والاستقرارية انظر الجدول (6) والشكل (7). إن هذا النموذج ورتبه هي نفسها للنموذج الاصلي ورتبه الذي ولدت منه البيانات. من خلال النقطتين (1) و (2) آنفاً نستنتج ان التشخيص خارج الخط وبعد تطبيق آلية التراجع قاد الى تشخيص النموذج الاصلي ورتبه الذي تم توليد البيانات منه.
- 3- باستخدام اسلوب التقطيع واعتماد حزمة المعايير الاحصائية والهندسية أمكن الحصول على نماذج عملية النموذج الاصلي نفسها الذي ولدت منه البيانات وبرتب قريبة جداً من رتب النموذج الاصلي باستثناء الجزء الاخير من البيانات الذي قدم نموذجاً مطابقاً تماماً للنموذج الاصلي الذي ولدت منه البيانات.
- 4- بمقارنة نتائج نموذج $ARX(2,2,1)$ - بعد التراجع - المستحصل عليها من التشخيص على الخط وعند استخدام عامل التغاضي بقيمة 0.99 وكذلك عند استخدام مرشح كالمن وبقيمة تغاير 0.0001 مع النماذج الثلاثة التي تم الحصول عليها من عملية التقطيع نجد بان نتائج النماذج التي تم الحصول عليها من عملية التقطيع كانت أفضل من جهة حزمة المعايير الاحصائية.
- 5- بعد تطبيق اسلوب التشخيص على الخط من خلال اعتماد آلية التراجع على النموذج المستحصل عليه من التشخيص خارج الخط، فان تطبيق اسلوب التشخيص على الخط يحتاج الى وقت وجهد اكبر مقارنة بأسلوب التقطيع لأنه يتطلب مراحل عديدة، وبذلك فإن اسلوب التقطيع يعد اقرب واسرع في الوصول الى النموذج الامثل الذي ولدت منه البيانات وبناتج افضل لحزمة المعايير.

ثانياً: التوصيات:

على ضوء الاستنتاجات التي تم الحصول عليها نوصي بما يأتي:

- 1- تطبيق التشخيص المتعاقب على النماذج الحركية التصادفية الخطية متعددة المدخلات ومتعددة المخرجات.
- 2- استخدام معايير جديدة في ايجاد نقاط التغيير الموجودة في النظم الحركية الخطية غير المستقرة.

(9) المصادر:**أولاً: العربية**

1. حياوي، هيام عبد المجيد، (2006)، "تشخيص النظم الحركية الخطية التصادفية من خلال علاقتها مع الزمن"، اطروحة دكتوراه (غير منشورة)، كلية علوم الحاسوب والرياضيات، جامعة الموصل، العراق.

ثانياً: الاجنبية

2. Alkiviadis Tsimpiris, Dimitris Kugiumtzis, (2010). "Measures of Analysis of Time Series (MATS): A MATLAB Toolkit for Computation of Multiple Measures on Time Series Data Bases". Accepted in the Journal of Statistical Software.
3. Adriano Joaquim, 2011, ' Automated Methods for Fuzzy Systems BLS-RLS'.
4. Badong Chen, Yu Zhu, Jinchun Hu and Jose C. Principe ,(2013), " System Parameter Identification Information Criteria and Algorithms", Tsinghua University Press Ltd. Published by Elsevier Inc.
5. Bemporad Alberto, (2011), " System identification". University of Trento.
6. Bengt Carlsson, (2011), ' Recursive Identification', Uppsala Universities Institutional for Information's Technology.
7. Brailsford, Namwon Hyung, Penm and Terrell, (2004), 'The Sequential Fitting of Subset Autoregressions with a Forgetting Factor', Journal of Economic Research 9 ,P(29-57).
8. Boardman Anita, Fernando Soares Schlindwein, Ana Paula Rocha and Argentina Leite, (2002), " A study on the optimum order of autoregressive models for heart rate variability", INSTITUTE OF PHYSICS PUBLISHING.
9. Davis, R., T. Lee, and G. Rodriguez-Yam (2006). " Structural Break Estimation for Nonstationary Time Series Models". Journal of the American Statistical Association 101 (473), 229–239.

10. Lars Gustafsson,(1999),'Robust on Line Estimation ', Department of Automatic Control Lund institute of Technology.
11. Nelles, O.,(2001):"Nonlinear System Identification from Classical Approach to Neural Network and Fuzzy Models", Springer Verlag Belin Heidelberg Germany.
12. Navrátil and Bobál,(2009),' Recursive Identification Algorithms Library', International Conference on Process Control.
13. Rowell, D. (2008) ,'Introduction to Recursive-Least-Squares (RLS) Adaptive Filters ' , Massa Chusetts Institute of Technology Department of Mechanical Engineering.
14. Rolf Isermann and Marco M'unchhof,(2011)," Identification of Dynamic Systems : An Introduction with Applications", Springer Heidelberg Dordrecht London New York.
15. Shuhua Hu,(2007), " **Akaike Information Criterion**", Center for Research in Scientific ComputationNorth Carolina State University Raleigh, NC.