استخدام سلاسل ماركوف للتنبؤ باحتمالات هطول الأمطار في محافظة السليمانية للسنوات (1993 حتى 2019)

بيستان بهاءالدين معروف	شه م ئازاد رحيم	بوتان كريم أحمد	هندرين عبد الله طاهر
جامعة السليمانية –	جامعة السليمانية –	جامعة السليمانية –	جامعة السليمانية –
كلية التجارة	كلية التجارة	كلية التجارة	كلية الادارة والاقتصاد

Using Markov Chains to Predict Precipitation Probabilities in Sulaymaniyah Governorate for the Years (1993 - 2019)

Bestan B. Marwf   Sham A. Rahim   Botan K. Ahmed

College of Commerce/ Uni. of Sulaimani

Hendren A. Tahir

College of Admin. & Eco. / Uni. of Sulaimani

تاريخ استلام البحث 2020/10/20   تاريخ قبول النشر 20/10/8

المستخلص:

تعد مسألة تقدير معدل الأمطار من المسائل المهمة التي تحتاج إلى دراسة وتحليل من خلال العلاقة الترابطية فيما بين السنوات و معدل الامطار, يتناول هذا البحث دراسة و تحليل النواحي و النظرية و مسألة التنبؤ بهطول معدل الأمطار في محافظة السليمانية بحيث اخذت عينة متكونة من 26 مشاهدة متتالية لهطول الأمطار من (1993 الي 2019) و أدنى معدل لهطول الأمطار كانت 154 ملل و أعلى كانت 1137 ملل ولقد قمنا بتصنيف البيانات الي اربعة أصناف و هي (حالة الجفاف و حالة منخفض وحالة الطبيعية حالة المرتفع) و كانت نتائج التنبؤات مصفوفة الماركوف في 28 عام القادم تكون نسبة هطول الأمطار في حالة الطبيعية و مرتفع و هذا يعني تكون ما بين (551الي 1137) ملل و هذا مؤشر جيد لإزدياد ثورة المائية في إقليم كردستان. **الكلمات المفتاحية: معدل الامطار، الجفاف، ثورة المائية.**

Abstract:

The issue of estimating the rainfall rate is one of the important issues that need to be studied and analyzed through the interrelationship between the years and the rate of rain. The precipitation was from (1993 to 2019), and the lowest rainfall was 154 mm and the highest was 1137 mm. We classified the data into four categories (dry state, low state, and normal state, high state) and the results of the predictions were a Markov matrix in 28 years Next, the percentage of precipitation will be in the normal state and high, which means that it will be between (551 to 1137) milliliters, and this is a good indicator of the increase in the water revolution in the Kurdistan region.

Key words: rainfall, drought, water revolution.

المقدمة:

تعد نظرية ماركوف، التي تستخدم في وصف كثير من الظواهر الاقتصادية والفيزيائية، تقييماً عشوائياً لنظام الحضور في حالات مختلفة وفي حقب زمنية متلاحقة. حسب هذه النظرية إن إمكانية الحضور في أي حالة وفي أي لحظة زمنية هي متحول عشوائي له قانون احتمالي يعرف بواسطة ($p_{i,j}$) ألتي تُعبر عن احتمالات الانتقال من الحال (i)إلى الحالة(j) خلال فاصل زمني واحد. إن وضع جميع هذه الحالات في جدول واحد، يعطينا ما يطلق عليه إسم المصفوفة الماركوفية. أن تطبيقات الماركوف أصبحت عناوين لكتب بارزة في الاحصاء وبحوث العمليات والرياضيات، مما يشير الى اهتمام العديد من المؤسسات والباحثين بهذا الموضوع.

مصفوفة مار كوف:

مصفوفة ماركوف وهي مصفوفة عشؤائية مربعة ذات رتبة (n*n) تمثل عناصرها بإحتمال انتقال(p_{ij}) لكل قيم (i,j)من حالة الي حالة اخر و التي تؤدي دوراَ حيوياَ ومهماَ فى التعبير عن العلاقات الرياضية متعددة المتغيرات بشكل بسيط يسهل فهمه وبالتالى إيجاد الحلول المناسبة لهذه العلاقات. فضلاً عن ذلك فإن المصفوفات لها تطبيقات فى مجالات عديدة، فمثلاَ فى الإقتصاد والإحصاء وبحوث العمليات والعمليات الإدارية وغيرها من المجالات. نجد أن المصفوفات هى الأساس فى صياغة نماذج المنتج والمستخدم Input– Output Models، وكذلك صياغة سلاسل ماركوف.

بسلسلة ماركوف $X=[X_n: n\in N]$ تتمتع المصفوفة الماركوفية بخواص عديدة ، وتدعى العملية التصادفية اذا تحقق الشرطين الآتيين :

1. $P[X_{n+1}=j/X_n] = P[X_{n+1}=j/X_0.....,X_n]$,$j \in I, N\in n$

2. والخاصية مهمة يبين أن سلسلة ماركوف ما هي إلا سلسلة من المتغيرات العشوائية بحيث إن لكل ($N\in n$) فأن الحالة المقبلة (X_{n+1}) لا تعتمد على حالات السابقة بشرط قاطع أن تكون الحالة(X_n)معروفة . فأذا كانت سلسلة ماركوف تحقق العلاقة التالية فأنها تكون متجانسة زمنياً أو مستقرة

$P[X_{n+1}=j/X_{n=i}]$.

بناء على ذلك توضع الإحتمالات الانتقالية في مصفوفة تربيعية أبعادها n ×nتسمى بالمصفوفة الانتقالية او المصفوفتة ماركوف والتي تميز بما يلي

1.إن كل عنصر من عناصر هذا المصفوفة يجب ان لايكون سالب pij>0

2. إن مجموع عناصر كل صف فيها يجب أن يساوي الواحد الصحيح $\sum_{j=1}^{n} pij = 1$

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix}$$

العمليات العشوائية:

هي عبارة عن مجموعة من المتغيرات العشوائية { $X_t,\ t >= 0$} مرتبطة بالزمن ، كما يمكن تعريفها بإنها عبارة عن متسلسلات من المتغيرات العشوائية تولدت بواسطة القوانين الاحتمالية و احيانا يطلق عليها عملية الفرصة

ويرمز للعملية التصادفية ذات المتغيرات المتقطة بالرمز :

$\{X_n : n=0,1,2........\}$

اما للعملية التصادفية ذات المتغيرات المستمرة فهي:

$\{X_t: 0 \leq t \leq \infty,\ t \in T \}$

عمليات ماركوف ومكوناتها:

تعرف بانها وسيلة لتحليل متغيرات الانية لمتغير العشوائي معين لحصول على التنبؤ بالتغيرات المستقبلية لهذا المتغير. وقد أطلقت هذا التسمية نسبة للعالم الرياضي الروسي {A.markov الذي استخدم هذا الأسلوب في البداية لدراسة حركة جزئيات غاز ما في أناء مغلق ثم التنبؤ بحركة هذه الجزئيات في المستقبل.

ان عملية التصادفية {$X_t: t \in T$} يطلق عليها عملية ماركوف إذا كان احتمال الشرطي ل {Xt}يعتمد فقط على ((X_{t+1}لاية المجموعة من فترات الزمنية (($t_1<t_2....... <t_n$اي انة يحقق العلاقة التالية:

$$P\{x_{tn}<= x_n/X_{tn}=x_1,x_2,....x_{tn-1}=x_{n-1}\}=p\{X_{tn}<=X_n/X_{tn-1}=X_{n-1}\}$$

أن عملية ماركوف تتكون من مجموعة من الحالات يجب أن تكون الظاهرة في حالة من الحالات وإن احتمال انتقال الي حالة معينة في المستقبل يعتمد فقط على حالتها في الحاضر ولا يعتمد على حالتها في الفترات السابقة (احتمال سلوك مستقبلي يعتمد على الحالتها في الوقت الحاضر ولا يتعلق بسلوكه بالماضي)

فروض تحليل ماركوف:

هناك أربعة فرضيات أساسية لِتطبيق تحليل المار كوف

1. إن الحالات الممكنة يجب أن يكون عدد محدود ونهائي1.
2. ثبوت احتمال تغير حالة من وقت لآخر.2

3. التنبؤ بأي حالة في وقت قادم تكون من خلال مصفوفة التغير.3

4. إن حالة القادمة مرتبطة بالحالة القائمة مباشرةً وليست قبلها4

سلسلة ماركوف

تعرف بانها سلسلة من الحالات التي تمر بها الظاهرة خلال مدة زمنية معينة او سلسلة من المواقع التي يمر بها جسم متحرك خلا مدة زمنية مختلفة استنادا إلى حالات انتقال من حالة إلى حالة اخرى وفي مجال العينة متقطعاً تسمى الحالة بسلسلة ماركوف وفي مجال العينة مستمر تسمى بعمليات ماركوف. ان سلسلة ماركوف هي اسلوب يتم بواسطته تحليل التغيرات الحالية لظاهرة معينة من اجل التنبؤ بالتغيرات المستقبلية للظاهرة نفسها. اي ان سلسلة ماركوف هي حالة خاصة من العمليات العشوائية. اي ان احتمال حدوث العملية في المستقبل يعتمد على الحاضر فقط دون الاعتماد على الماضي.

حسب المتغيرات يقسم سلاسل ماركوف الى نوعين

سلاسل ماركوف -متقطعة الزمن

إذا كانت لدينا نظام تشتغل في فترات زمنية منتظمة (يومياً أو أسبوعيا أو شهرياً ...) حينها يمكن السيطرة علي عملية التقدير العشوائي الحركي باعتماد علي مصفوفة التي تمثل احتمالات التحرك من حالة الي حالة أخرى في مدةة زمنية واحدة، وذلك علي أساس فرض إن هذه المصفوفة لا تتغير عبر زمن و هذا يدل علي إن سلسلة ماركوف متقطعة الزمن.

سلاسل ماركوف - مستمرة الزمن

إن زمن في هذا نوع من المار كوف تكون مستمراً حين تتوزع الزمن توزيعاً إسمياً، أي أن الزمن تكون عاملاً مستمراً ولِتحقيق شروط المار كوفية يجب انتقال من حالة الي حالة إخري إن يعتمد علي الحالة السابقة لها فقط وهذا ما تسمي بسلسلة ماركوف مستمرة الزمن

5-مصفوفة الاحتمالات الانتقالية

إذا كان (Pij) يمثل احتمال انتقال الظاهرة من الحالة (i) إلى الحالة (j) في مدة زمنية معينة واحدة وكانت سلسلة ماركوف تحتوي على (N) من الحالات اذ (N) عدد صحيح موجب، فيمكن ان توضع الاحتمالات الانتقالية بهيئة مصفوفة كما يأتي:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdot & \cdot & p_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdot & \cdot & p_{nn} \end{bmatrix} .$$

وهي مصفوفة مربعة ذات درجة (n x n) عناصرها غير سالبة ومجموع كل صف فيها يساوي الواحد الصحيح، فَلو أريدنا إيجاد قيمة إحتمال الظاهرة من الحالة ((iإلى الحالة (j)بعدد محدود من الخطوات أو المدة الزمنية مقدارها (m) فان:

$$\mathbf{P\ \{X_{n+m} = j \ /\ X_n = i\} \ \ldots\ (1)\quad P\ _m^{hj} \ldots\ (2)}$$

P_m^{hj}: يمثل الاحتمالات الانتقالية خلال (m) من الخطوات، وان ما ورد في العلاقة (1)لكل (N ∈m,n)

$$\mathbf{P^{(n+m)} = p^n . p^m}$$

$P^{(n+m)}$:تمثل مصفوفة الاحتمالات الانتقالية لسلسلة ماركوف بعد (n+m) من الخطوات، اما العنصر الواقع في صف(i)و عمود (j)من مصفوفة $P^{(n+m)}$فيكون:

$$\sum_{h=0}^{a} p_{ih}\, p_{hj}$$

2-6 الاستقرارية للعمليات العشوائية [8, 7]

تعني الإستقرارية عدم تغير الصفات الإحصائية للعملية التصادفية بدرجة أو بأخرى بمرور الزمن، وتكون سلسلة ماركوف ذات الزمن المتقطع مستمرة أو متجانسة زمنياً إذا كانت الاحتمالات الانتقالية لا تعتمد على الفارق الزمني حسب الشرط الآتي

$$P_{ij} = P\{X_{n+1} = j / X_n = i\}$$

ومن التطبيق يمكن الحصول على الاحتمالات الانتقالية خلال (n)من النقلات بضرب مصفوفة الاحتمالات الانتقالية بنفسها(n) من المرات، وبذلك ستكون سلسلة ماركوف ممثلة بالمصفوفة الآتية

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} P0 & P1 & P2..... \\ P0 & P1 & P2..... \\ P0 & P1 & P2..... \end{bmatrix}.$$

نلاحظ إن جميع صفوف المصفوفةPمتطابقة وان $p^m = \hat{p}$ لجميع قيم $(m \leq 1)$

هذه الحالة تظهر عندما تستمر العملية التصادفية لزمن طويل وتدعى بحالة الثبات (state Steady) إذ تستقر نسبة عدد النقلات لكل حالة عند قيمة معينة، وتتميز باستقرار الاحتمالات فيها ويتم الحصول على التوزيع المستقر للعملية التصادفية.

الإسقرارية للعمليات العشوائية

إن مفهوم الإسقرارية بشكل عام يعني عدم تغير الصفات الإحصائية للعملية التصادفية بمرور الزمن، وحالة الثبات تظهر عندما تستمر العملية التصادفية لزمن طويل إذ تستقر نسب عدد الإنتقالات لكل حالة عند قيمة معينة، وتدعى بالإحتمالات المستقرة لتلك الحالة، أي يظه رسلوك عندما $(m \to \infty)$لذلك يمكن تعرف التوزيع المستقر كلآتي: إذا كانت $(\underline{\pi} = [\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n])$ تمثل المتجه الإحتمالي، و $(0 \leq \underline{\pi} \leq 1)$ و $(\sum \underline{\pi} = 1)$، يمكنإ يجاد التوزيع المستقرللفترالقادمةمن خلال الصيغة الأتية:

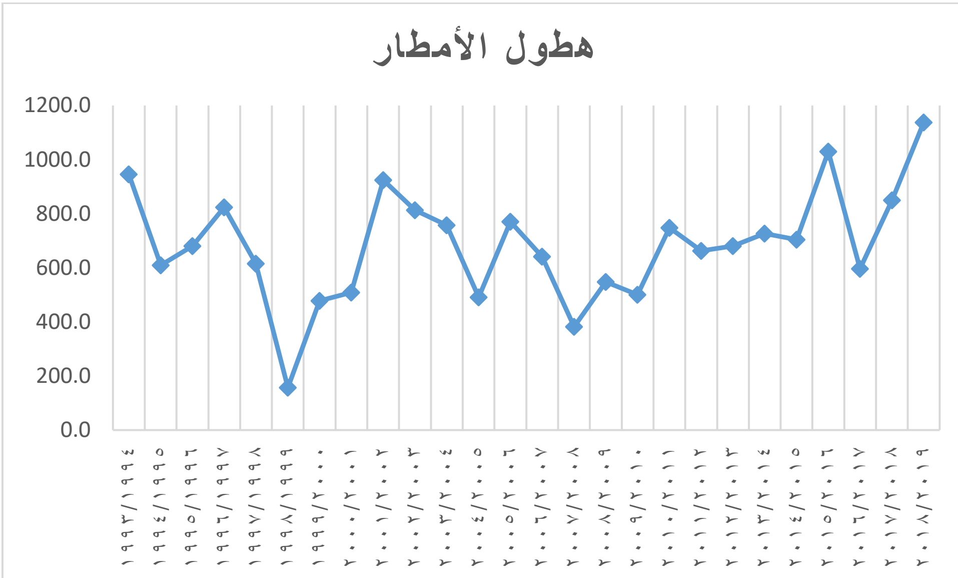
$$\pi\, p = \pi \quad \dots\dots\dots (3)$$

3-الجانب العملي

3-1 وصف البيانات:

تم الحصول على بيانات هذا البحث من مديرية الأرصاد الجوية و الزلزال السليمانية وتتمثل لبيانات على شكل سلسلة زمنية ل 26 أعوام متتالية لهطول الأمطار في محافظة سليمانية، و قد قمنا بتصنيف البيانات

على أربعة أصناف (100 – 350، 351 – 550، 551 – 750 و 751 – 1137) حيث سمينا الأصناف ب(الجفاف ، منخفض ، طبيعي و مرتفع) على التوالي وذالك بتوصية الجهة المختصة، ويمكن تمثيل البيانات كما في الشكل (3–1):



الشكل (3–1): هطول الأمطار في محافظة سليمانية

تكوين المصفوفة والنموذج لهطول الأمطار في محافظة سليمانية

توصيف عدد حالات الانتقال من حالة التأخر بل حالات تحت الدراسة ومن ثم قسمة عناصر الصف الأول على مجموع الكلي للصف الاول وقسمة عناصر الصف الثاني والصف الثالث والرابع على مجموع الكلي للصف على التوالي لغرض الحصول على مصفوفة ماركوف، والجدول(3–1) يبين عدد الإنتقالات للحالات تحت الدراسة.

الجدول رقم(3−1)

عدد حالات الانتقال

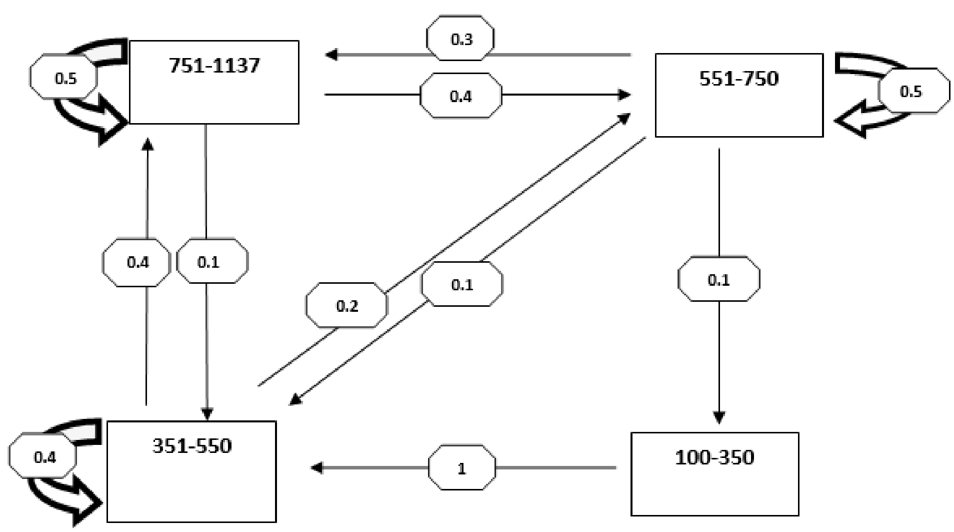
حالات الإنتقال	100-- 350	351 -- 550	551 -- 750	751 -- 1137	المجموع الصف
100-- 350	0	1	0	0	1
351 -- 550	0	2	1	2	5
551 -- 750	1	1	5	3	10
751 -- 1137	0	1	4	5	10
المجموع كلي	26				

وإن مصفوفة ماركوف تكون كالتالي:

الجدول رقم(3−2)

مصفوفة ماركوف لهطول الأمطار

حالات الإنتقال	100--350	351 --550	551 --750	751 --1137
100—350	0	1	0	0
351 – 550	0	0.4	0.2	0.4
551 – 750	0.1	0.1	0.5	0.3
751 – 1137	0	0.1	0.4	0.5



الشكل (3-2): يمثل نموذج سلسلة ماركوف بيانيا

$$P = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0.4} & \mathbf{0.2} & \mathbf{0.4} \\ \mathbf{0.1} & \mathbf{0.1} & \mathbf{0.5} & \mathbf{0.3} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0.1} & \mathbf{0.4} & \mathbf{0.5} \end{pmatrix}$$

إذن:

1. إحتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (100—350) ملل ويليه في العام القادم هطول الأمطار بنفس المعدل يساوي صفر.
2. إحتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (100—350) ملل ويليه في العام القادم هطول الأمطار بمعدل(351—550) ملل يساوي 1.
3. إحتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (100—350)ملل و يليه في العام القادم هطول الأمطار بمعدل(551—750)ملل يساوي صفر.
4. إحتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (100—350)ملل و يليه في العام القادم هطول الأمطار بمعدل(751—1137)ملل يساوي صفر.
5. إحتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (351—550)ملل و يليه في العام القادم هطول الأمطار بمعدل(100—350)ملل يساوي صفر.
6. إحتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (351—550)ملل و يليه في العام القادم هطول الأمطار بنفس المعدل يساوي 0.4.
7. إحتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (351—550)ملل و يليه في العام القادم هطول الأمطار بمعدل (551—750)ملل يساوي 0.2.
8. إحتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (351—550)ملل و يليه في العام القادم هطول الأمطار بمعدل (751—1137)ملل يساوي 0.4.

9. إحتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (551—750)ملل و يليه في العام القادم هطول الأمطار بمعدل (100—350)ملل يساوي 0.1.

10. إحتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (551—750)ملل و يليه في العام القادم هطول الأمطار بمعدل (351—550)ملل يساوي 0.1.

11. إحتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (551—750)ملل و يليه في العام القادم هطول الأمطار بنفس المعدل يساوي 0.5.

12. إحتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (551—750)ملل و يليه في العام القادم هطول الأمطار بمعدل (751—1137)ملل يساوي 0.3.

13. إحتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (751—1137)ملل و يليه في العام القادم هطول الأمطار بمعدل (100—350)ملل يساوي صفر.

14. احتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (751—1137) ملل ويليه في العام القادم هطول الأمطار بمعدل (351—550) ملل يساوي 0.1.

15. احتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (751—1137) ملل ويليه في العام القادم هطول الأمطار بمعدل (551—750) ملل يساوي 0.4.

16. احتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (751—1137) ملل ويليه في العام القادم هطول الأمطار بنفس المعدل يساوي 0.5.

3-التنبؤ باحتمالات التغير في الوقت اللاحق

يمكن التنبؤ ب الحالات تحت الدراسة للمدة المقبلة عن طريق تربيع مصفوفة ماركوف P وكما يلي:

$$P^2 = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.1 & 0.5 & 0.3 \\ 0.04 & 0.52 & 0.24 & 0.2 \end{pmatrix}$$

0.01	0.52	0.19	0.28
0.01	0.67	0.13	0.19

إذأن:

1. إحتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (100—350)ملل و يليه في العام القادم هطول الأمطار بنفس المعدل يساوي 0.1.
2. إحتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (100—350)ملل و يليه في العام القادم هطول الأمطار بمعدل(351—550)ملل يساوي 0.1.
3. إحتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (100—350)ملل و يليه في العام القادم هطول الأمطار بمعدل(551—750)ملل يساوي 0.5.
4. إحتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (100—350)ملل و يليه في العام القادم هطول الأمطار بمعدل(751—1137)ملل يساوي 0.3.
5. إحتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (351—550)ملل و يليه في العام القادم هطول الأمطار بمعدل(100—350)ملل يساوي 0.04.
6. إحتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (351—550)ملل و يليه في العام القادم هطول الأمطار بنفس المعدل يساوي 0.52.
7. إحتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (351—550)ملل و يليه في العام القادم هطول الأمطار بمعدل (551—750)ملل يساوي 0.24.
8. إحتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (351—550)ملل و يليه في العام القادم هطول الأمطار بمعدل (751—1137)ملل يساوي 0.2
9. إحتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (551—750)ملل و يليه في العام القادم هطول الأمطار بمعدل (100—350)ملل يساوي 0.01.

10. إحتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (551—750)ملل و يليه في العام القادم هطول الأمطار بمعدل (351—550)ملل يساوي 0.52.
11. إحتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (551—750) ملل ويليه في العام القادم هطول الأمطار بنفس المعدل يساوي 0.19.
12. إحتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (551—750) ملل ويليه في العام القادم هطول الأمطار بمعدل (751—1137) ملل يساوي 0.28.
13. إحتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (751—1137) ملل ويليه في العام القادم هطول الأمطار بمعدل (100—350) ملل يساوي 0.01.
14. إحتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (751—1137) ملل ويليه في العام القادم هطول الأمطار بمعدل (351—550) ملل يساوي 0.67.
15. إحتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (751—1137) ملل ويليه في العام القادم هطول الأمطار بمعدل (551—750) ملل يساوي 0.13.
16. إحتمال هطول الأمطار بنسبة معدل (751—1137) ملل ويليه في العام القادم هطول الأمطار بنفس المعدل يساوي 0.19.

حالة الإسقرار:

يمكن الوصول للحالة الإسقرار كما يلي:

$$\begin{bmatrix} \Pi_0 & \Pi_1 & \Pi_2 & \Pi_3 \end{bmatrix} * \begin{pmatrix} 0.1 & 0.1 & 0.5 & 0.3 \\ 0.04 & 0.52 & 0.24 & 0.2 \\ 0.01 & 0.52 & 0.19 & 0.28 \\ 0.01 & 0.67 & 0.13 & 0.19 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Pi_0 \\ \Pi_1 \\ \Pi_2 \\ \Pi_3 \end{pmatrix}$$

ثم:

$$0.1\,\pi_0 + 0.04\,\pi_1 + 0.01\,\pi_2 + 0.01\,\pi_3 = \pi_0 \quad \dots\dots\dots (3-1)$$
$$0.1\,\pi_0 + 0.52\,\pi_1 + 0.52\,\pi_2 + 0.67\,\pi_3 = \pi_1 \quad \dots\dots\dots (3-2)$$
$$0.5\,\pi_0 + 0.24\,\pi_1 + 0.19\,\pi_2 + 0.13\,\pi_3 = \pi_2 \quad \dots\dots\dots (3-3)$$
$$0.3\,\pi_0 + 0.2\,\pi_1 + 0.28\,\pi_2 + 0.19\,\pi_3 = \pi_3 \quad \dots\dots\dots (3-4)$$

$$\pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 = 1 \quad \dots\dots\dots (3-5)$$

بعد حل المعادلات الآتية تم إيجاد قيم كل من $(\pi_0 و \pi_1, \pi_2, \pi_3)$ وكانت النتائج كالآتي:

الجدول رقم(3−3)

توضح قيم المحتملة للحالات المستقرة في المدة الزمنية القادمة

π_0	0.0288
π_1	0.5405
π_2	0.213
π_3	0.2177

الاستنتاجات

نستنتج من خلال الجانب التطبيقي اعتمادا علي المصفوفة (P^2) إن هطول الأمطار في 19 السنوات القادمة تكون جيدة، إذا نظرنا علي العمود الأول و الذي يخص احتمال هطول الأمطار في حالات الثلاث للعام الحالي و يليه في العام القادم هطول الأمطار بمعدل (100−350) ملل احتمالها لا يتجاوز (0.04)، من خلال حالات الاستقرارية أن احتمال هطول الأمطار بمعدل (100−350) تساوي (0.0288) و لكن احتمال حالات الثلاث الأخرى عالية و هذا دليل علي أن هطول الأمطار تكون جيدة في السنوات القادمة بأذن الله عز وجل.

المصادر:

1. ابراهيم العلي، محمد عكروش، سلمان احمد" **تحليل حركة السوق باستخدام سلاسل ماركوف – دراسة تطبيقية على الشركات التالية (شركة غزل حماه –شركة غزل جبلة – الوليد للغزل**

بحمص)"، مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية – سلسلة العلوم الاقتصادية والقانونية المجلد (31) العدد (1). 2009.

2. الربيعي، فاضل محسن، عبد، صلاح حمزة " **مقدمة في العمليات التصادفية**"، بغداد، 2005.
3. شذا زبيدة. "**استخدام سلاسل ماركوف في التنبؤ**". جامعة حلب، كلية علوم، قسم الاحصاء الرياضي. 2010.
4. حسن عبد الهادي حسن "**احتساب معدل العطل الكلي للمكائن واحتمالات الانتقال من حالة تشغيلية لأخرى باستخدام سلاسل ماركوف**"، الغرى العلوم الاقتصادية والادارية، السنة التاسعة، العدد التاسع والعشرون، 2012.

1. Seneta E. "**Markov and the Birth of Chain Dependence**". International Statistical Review, 1995.
2. S. C. Kou, X. SunneyXie, and Jun S. Liu "**Markov Chain Monte Carlo in the Analysis of Single-Molecule Experimental Data**". American Institute of Physics, 2003
3. Jin Y. Wang "**Operation Research/Markov Chains**" College of Management, NCTU, 2009.
4. ACC Coolen. "**Markov Chains**" Compact Lecture Notes and Exercises, Department of Mathematics, King's College London, 2009.