



## المجلة العراقية للعلوم الإحصائية

www.stats.mosuljournals.com



# تطبيق أنموذج انحدار بواسون الهرمي على وفيات بوباء كورونا المستجد في مستشفيات مدينة الموصل

محمود أحمد محمد الطائي و بان غانم عمر العاني

قسم الاحصاء والمعلوماتية، كلية علوم الحاسوب والرياضيات، جامعة الموصل، الموصل، العراق

### الخلاصة

تناول هذا البحث دراسة أنموذج انحدار بواسون الهرمي الجزئي (ذو المقطع العشوائي) حيث يعد هذا الأنموذج من اهم النماذج الواسعة التطبيق في تحليل البيانات التي تتصف بكون المشاهدات تأخذ شكلاً هرمياً. حيث تم التطرق إلى طريقة الإمكان الأعظم الكاملة في تقدير معالم الأنموذج. تم تطبيق الأنموذج على أعداد الوفيات بوباء كورونا المستجد في مدينة الموصل والمسجلة خلال الفترة (2021/9/1 – 2021/1/1) حيث جرى اختيار أربعة مستشفيات رئيسية في المدينة لتمثل مجموعات المستوى الثاني من البيانات (مستشفى ابن سينا، مستشفى السلام، مستشفى الشفاء، مستشفى الموصل العام). توصل البحث إلى ملائمة الأنموذج لمثل هذا النوع من البيانات، حيث تبين أن هناك بعض العوامل تساهم في زيادة أعداد الوفيات بالوباء مثل العمر المتقدم للمصاب، مدة البقاء بالمستشفى، نسبة الأوكسجين بدم المصاب، إضافة عن الإصابة ببعض الأمراض المزمنة كالربو. أوصت الدراسة بالتعمق أكثر في دراسة الأنواع الأخرى من هذه النماذج، واستخدام طرق تقدير أخرى فضلاً عن الاهتمام بطرق تسجيل البيانات من قبل دائرة الصحة بالمدينة.

### معلومات النشر

تاريخ المقالة:  
تم استلامه في 4 آذار 2022  
تم القبول في 9 نيسان 2022  
متاح على الإنترنت في 1 كانون الاول 2022

### الكلمات الدالة:

نموذج انحدار بواسون الهرمي ذو المقطع العشوائي، طريقة الإمكان الأعظم الكاملة، معامل الارتباط الداخلي، التأثيرات الثابتة والعشوائية.

### المراسلة:

محمود أحمد محمد الطائي  
mhmoodytaee552@gmail.com

DOI: <https://doi.org/10.33899/ijoss.2022.176199> , ©Authors, 2022, College of Computer and Mathematical Science, University of Mosul.  
This is an open access article under the CC BY 4.0 license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

## 1. مقدمة Introduction

تعد نماذج متعددة المستويات من النماذج التي تستخدم في تحليل البيانات متعددة المستويات والتي تتوفر بشكل كبير في المجالات الاجتماعية والزراعية والصحية والبيئية وغيرها من الدراسات وتقوم هذه النماذج بتقدير العلاقة بين متغير تابع وعدد من المتغيرات المستقلة ضمن مستويات مختلفة ولا يوجد حد لعدد مستويات أي نوع من الدراسة ونادراً ما يتم التعامل مع أكثر من أربعة مستويات. لقد اهتم العديد من الكتاب والباحثين بنماذج الانحدار بشكل عام والانحدار الهرمي بشكل خاص وهناك من تناول موضوع انحدار بواسون الهرمي. في عام (1978) تمت دراسة مصادر التعقيدات المتعددة في تحليل البيانات التعليمية متعددة المستويات، حيث تم تطبيق تحليل متعدد المستوى بمستوى واحد لتحليل بيانات افتراضية متعددة المستويات والتي تباينت فيها العلاقة المنهجية بين نوعية المعلم/الصف وعدم تجانس الانحدارات داخل المجموعة. وتم التوصل إلى أن تحليل البيانات بمستوى واحد المقترح يمكن أن يعطي تقديرات مضللة لتأثيرات المعلم/المجموعة على متوسط نتائج المجموعة (Leigh, et al, 1978). عام (1985) قدم (Albert) بحثاً تطرق فيه إلى أنموذج بواسون الهرمي للبيانات ومن ثم تحليلها بطرق مختلفة عن ما تناوله الآخرون، حيث استعمل طريقة الإمكان الأعظم بمعلومات كاملة لتقدير معلماته وتوصل إلى أن هذه الطريقة تعطي أفضل تقدير (Albert, 1985). عام (2007) قدم (Andrew) بحثاً استخدم فيه نماذج متعددة المستوى (الهرمي) حيث ذكر أن هذه النماذج هي تميم لنماذج الانحدار الاعتيادية، إلا إن معاملات الانحدار فيها تكون متغيرة وليس ثابتة ولها نموذج خاص بها، كما بين نقاط الضعف والقوة في هذه النماذج من خلال مثال تطبيقي للتنبؤ بمستويات غاز الرادون في المنزل بالتطبيق على عينة من مقاطعات الولايات المتحدة، وتوصل إلى أن أنموذج

متعدد المستويات هو نموذج فعال للغاية للتنبؤات على المستويين (الأول والثاني) ولكن يمكن بسهولة أن يُساء تفسيرها (Andrew & Hill, 2007).

تتمثل مشكلة البحث في أنه على الرغم من مضي ثلاث سنوات على انتشار وباء كورونا في جميع أنحاء العالم نجد أن هناك شحة النماذج الرياضية والإحصائية الملائمة لدراسة هذا الوباء، وتحليل الأسباب والعوامل التي تؤدي إلى ازدياد أعداد الإصابات والوفيات على حد سواء. وفي العراق بصورة عامة، ومدينة الموصل بصورة خاصة لم يتم التطرق لحد الآن إلى أي دراسة إحصائية تتناول النماذج الملائمة لدراسة العوامل التي تؤثر في أعداد الوفيات بهذا الوباء. يهدف البحث إلى بيان أهمية وكيفية تطبيق نماذج انحدار بواسون الهرمية ذات المقاطع العشوائية في أحد المجالات الصحية من خلال تحديد أهم العوامل التي تؤثر على زيادة عدد الوفيات بوباء كورونا في مستشفيات مدينة الموصل. إن معرفة أهم العوامل التي تؤثر في أعداد الوفيات بالوباء تساعد القائمين على تخطيط الرعاية الصحية والمعنيين بهذا المجال من معرفة سلوك والاتجاهات المستقبلية لتطور المرض، وبالتالي توظيف الإمكانيات المتاحة في سبيل السيطرة على انتشار الوباء وبالتالي تقليل عدد الوفيات قدر الإمكان. يتسند البحث إلى فرضية رئيسية مفادها أن نماذج انحدار بواسون الهرمية ذات المقاطع العشوائية ملائمة لتمثيل البيانات الخاصة بأعداد الوفيات بهذا الوباء، إضافة إلى أن أعداد الوفيات تتأثر بمجموعة من العوامل والمتغيرات.

## 2- نموذج انحدار بواسون: Poisson Regression Model

قبل التطرق إلى مفهوم نموذج انحدار بواسون ينبغي التعرف على توزيع بواسون وأهم خصائصه. يُعد توزيع بواسون احد التوزيعات المتقطعة المهمة جداً في الكثير من التطبيقات الإحصائية، ويسمى في بعض الأحيان بتوزيع الحوادث نادرة الحصول كحوادث سقوط الطائرات، عدد الوحدات المعيبة في إنتاج واسع لمصنع معين، وغيرها من الأمثلة التي تصنف بطابع الندرة (Hermiz,1990). لنفرض أن  $(y_i)$  يمثل عدد الأوقات لحصول حدث ما خلال فترة زمنية معينة، فإن ذلك المتغير يتبع توزيع بواسون بمعلمة  $(\mu)$ ، كما أن دالة الكتلة الاحتمالية للتوزيع هي: (Al-Nasir & Rashid, 1988)

$$P(Y_i | \mu) = \frac{e^{-\mu} \mu^{y_i}}{y_i!} ; y_i = 0,1,2, \dots \quad (1)$$

حيث أن:  $\mu$  : تمثل معلمة التوزيع وهي ذات قيمة موجبة. ومن أهم خصائص توزيع بواسون هي:

1. معدل أو توقع عدد مرات حصول حدث معين خلال فترة من الزمن يمثل معلمة التوزيع وهي بذات الوقت وسطه الحسابي (المعدل) للتوزيع أي أن  $E(Y) = \mu$ .
2. تباين التوزيع يساوي الوسط الحسابي له، أي أن  $V(Y) = E(Y) = \mu$  (Batah, 2011). إذ تعرف هذه الخاصية تساوي التشتت (Equi dispersion)، وفي التطبيق غالباً ما يكون تباين المتغير أكبر من الوسط الحسابي، وهذه الحالة تدعى بخاصية فوق التشتت (Over Dispersion) (Sabri,2013).
3. يتصف توزيع بواسون بأنه من التوزيعات الملتوية باتجاه اليمين.
4. كلما اقتربت قيمة المعلمة  $(\mu)$  من (10.5) فإن توزيع بواسون سيقتررب الى التوزيع الطبيعي.

يعتبر نموذج انحدار بواسون أحد أنواع نماذج الانحدار التي تنضوي تحت مظلة نماذج الانحدار الخطية-اللوجارتمية (Log-Linear Models)، وهو النموذج الملائم لتحليل البيانات التي تكون بهيئة بيانات عد (Count Data) أو معدلات (Rate Data)، وجاءت هذه التسمية لأن نموذج نتيجة لامتلاك الخطأ العشوائي فيه توزيع بواسون، ومن ثم يتوزع متغير الاستجابة وفقاً لذات التوزيع (بواسون). أما كونه خطياً - لوجارتمياً فذلك يعني ومن خلال أخذ اللوغارتم الطبيعي لصيغة الأنموذج فإنها تتحول إلى صيغة خطية (Hossain & Ahmed, 2012).

ويمكن كتابة نموذج انحدار بواسون وفق الصيغة الآتية (Sabri,2013):

$$y = e^{x\beta + u} \quad (2)$$

حيث أن:  $y$ : متجه متغير الاستجابة من الرتبة  $nx1$ .  $x$ : مصفوفة المتغيرات التوضيحية من الرتبة  $nx(k+1)$ .

$\beta$ : متجه معاملات الأنموذج من الرتبة  $(k+1)x1$ .  $u$ : موجة الأخطاء العشوائية من الرتبة  $nx1$ .

## 2-1 افتراضات أنموذج انحدار بواسون:

يعتمد أنموذج انحدار بواسون على ثلاثة افتراضات رئيسية:

1. الدالة الاحتمالية الشرطية لمتغير الاستجابة  $(y_i)$  عندما تكون معلمة التوزيع  $(\mu)$  معلومة تتبع توزيع بواسون بمعلمة قدرها  $(\mu)$ .
2. معلمة التوزيع في النموذج مساوية إلى (Christiansen & Morris, 1997):

$$\mu_i = e^{x_i' \beta} \quad (3)$$

حيث أن  $x'_i$  يمثل الصف (i) من مصفوفة المتغيرات التوضيحية  $X$ .

3. هناك استقلالية بين الأزواج المرتبة للمتغيرين  $(X_i, Y_i)$ .

إجمالاً وبأعامام خواص توزيع بواسون على أنموذج انحدار بواسون وفق الافتراضات الثلاثة، يكون الوسط الحسابي والتباين لمتغير الاستجابة  $y_i$  مساوياً إلى:

$$E(Y_i|X) = V(Y_i|X) = \mu_i = e^{x'_i \beta} \quad (4)$$

2-2 نماذج انحدار بواسون متعددة المستويات (الهرمي):

### Multilevel (Hierarchical) Poisson Regression Models

بصورة عامة يوجد أكثر من نوع للنماذج متعددة المستويات (الهرمي) هي:

1. أنموذج الانحدار التجميعي Pooled Regression Model: يعتمد هذا الأنموذج على معاملة جميع مجموعات البيانات كمجموعة واحدة من خلال إيجاد أنموذج واحد يتضمن معلمة المقطع ومعلمات الميول.

2. أنموذج الانحدار بدون تجميع No-Pooled Regression Model: يعتمد هذا الأنموذج على معاملة كل مجموعة من مجموعات البيانات بصورة مستقلة عن المجموعات الأخرى، لذلك سيكون لكل مجموعة أنموذج خاص بها بمعلمات المقطع والميول التي تختلف من أنموذج إلى آخر.

3. أنموذج الانحدار الجزئي Partial Pooling Model: يشمل هذا الأنموذج مؤشرات المجموعات ولكنه يضعه في معادلة انحدار واحدة كما هو موضح آنفاً في المعادلة (2)، وفي هذا الأنموذج تظهر معلمة عشوائية ولها توزيع (Andrew & Hill, 2007). هناك ثلاثة أنواع من نماذج التجميع الجزئي استناداً إلى طبيعة المعلمات العشوائية وكذلك المتغيرات التفسيرية في كل مستوى وهذه الأنواع هي:

- أنموذج مختلف (متفاوت) المقطع Varying Intercept Model ويدعى بأنموذج المقطع العشوائي Random Intercept Model
  - أنموذج مختلف (متفاوت) الميل Varying Slope Model ويسمى بأنموذج الميل العشوائي Random Slope Model.
  - أنموذج مختلف المقاطع ومختلف الميول Varying Intercept-Varying Slope.
- وسوف نركز في بحثنا هذا على أنموذج انحدار بواسون ذو التجميع الجزئي مختلف المقاطع لأنه يمكن أن يفسر كأنموذج بمقطع  $(\alpha_j)$  مختلف لكل مجموعة.

3-3 أنموذج انحدار بواسون الهرمي ذو المقاطع العشوائية:

### Hierarchical Poisson Regression Models with Random Intercept

بوجود متغير توضيحي واحد مضمن في معادلة الانحدار وفق أنموذج انحدار بواسون الهيكلية ذو التجميع الجزئي (Partial Pooling Model) والذي يشير إلى دراسة التأثيرات بشكل عام داخل كل مجموعة والتأثيرات الإجمالية للمتغيرات التوضيحية. يكون أنموذج انحدار بواسون الهرمي متعدد المستويات كالاتي (Andrew & Hill, 2007):

$$y_{ij} = e^{\alpha_{j(i)} + \beta x_{ij} + u_{ij}} \quad (5)$$

حيث أن:

$y_{ij}$ : يمثل متغير الاستجابة للملاحظة (i) الواقعة ضمن المستوى (j).

$\alpha_{j(i)}$ : معلمة المقطع وهي متغير عشوائي يمثل تأثير كل مستوى من المستويات (j).

$\beta$ : معلمة الانحدار (معلمة الميل الحدي) نفرضه ثابت (fixed) لكل المجموعات.

$x_{ij}$ : المتغير التوضيحي على المستوى-1 (الفردية)، ويمثل المشاهدة (i) الواقعة ضمن المستوى (j).

$u_{ij}$ : حد الخطأ العشوائي للمستوى-1 (الفردية) الذي يتبع توزيع بواسون بمعلمة قدرها  $(\mu)$ ، ويمثل الخطأ المصاحب لمتغير الاستجابة  $y_{ij}$ .

وأن معلمة المقطع العشوائية تمثل:

$$\alpha_j = \gamma_{00} + u_{0j} \quad (6)$$

حيث أن:

$\gamma_{00}$ : معلمة الحد الثابت للمستوى-2 (مستوى المجموعة)، ويمثل المتوسط العام لقيم متغير الاستجابة.

$u_{0j}$ : خطأ المستوى-2 يتوزع بواسون بمعلمة  $(\mu)$ ، ويمثل متوسط المجموعة (j).

أن أهم ما يؤثر بقيمة معلمة المقطع هو حجم العينة، وبالتعويض عن المعلمة  $\alpha_j$  (والتي تمثل متغير عشوائي) بالصيغة (6) نحصل على الأنموذج العام مع متغير توضيحي واحد على المستوى-1 (الفردية) (Hox, 2011):

$$y_{ij} = e^{\gamma_{00} + \beta x_{ij} + u_{0j} + u_{ij}} \quad (7)$$

نلاحظ بأن الأنموذج أصبح يحتوي جزأين، أحدهما ثابت (غير عشوائي) وهو  $(\gamma_{00} + \beta x_{ij})$  والآخر عشوائي وهو يحتوي حد الخطأ  $(u_{0j} + u_{ij})$  وهو يلخص التأثيرات على مستوى الفرد  $(u_{ij})$ ، وتلك التي على مستوى المجموعة  $(u_{0j})$  (Harvey & McDonald, 1988).

عموماً المعادلة (6) بمقاطع مختلفة للمجموعات (يسمى أنموذج مستوى المجموعة) يشمل الحد الثابت  $\gamma_{00}$  وحد الخطأ  $u_{0j}$  بالإمكان شمول متغير توضيحي واحد أو أكثر على مستوى المجموعة وكالاتي:

$$\alpha_j = \gamma_{00} + \gamma_{01}z_{0j} + u_{0j} \quad (8)$$

وبتعويض المعادلة (8) أنموذج مستوى المجموعة بالمعادلة (5) يصبح لدينا أنموذج متفاوت المقاطع بمتغيرين توضيحين، واحد على المستوى الفردي والثاني على مستوى المجموعة وكالاتي:

$$y_{ij} = e^{\gamma_{00} + \gamma_{01}z_{0j} + u_{0j} + \beta x_{ij} + u_{ij}} \quad (9)$$

الأنموذج أعلاه يحتوي على حدين للخطأ هما  $(u_{ij}, u_{0j})$ . عند زيادة عدد المتغيرات التوضيحية سنلاحظ زيادة في هيكلية الأنموذج بوجود معاملات مقاطع جديدة تخص المستوى ضمن المجموعة، فضلاً عن الميل الذي يعبر عن كامل التأثير للمجموعات ككل.

$$y_{ij} = e^{\gamma_{00} + \gamma_{01}z_{0j} + u_{0j} + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + u_{ij}} \quad (10)$$

حيث أن:

$\gamma_{00}$ : تمثل معلمة المقطع العام.

$\gamma_{01}$ : تمثل معلمة الميل لمستوى - المجموعة.

$u_{ij}$ : يمثل خطأ المستوى - الفردي.

$u_{0j}$ : يمثل خطأ المستوى - المجموعة.

$z_{0j}$ : يمثل متغير توضيحي لمستوى - المجموعة.

وباستخدام المصفوفات يمكن إعادة كتابة النموذج في الصيغة (10) أعلاه ليكون كما يلي:

$$\underline{y} = e^{\underline{x}\underline{\beta} + \underline{z}\underline{u} + \underline{e}} \quad (11)$$

حيث أن:

$\underline{y}$ : متجه متغير الاستجابة ذو الرتبة  $n \times 1$ .

$\underline{x}$ : مصفوفة المتغيرات التوضيحية للمعاملات الثابتة ذات الرتبة  $n \times (k+1)$ .

$\underline{\beta}$ : متجه المعاملات الثابتة (وبضمنها  $\gamma_{00}$ ) ذو الرتبة  $(p+1) \times 1$ .

$\underline{z}$ : مصفوفة المتغيرات التوضيحية للمعاملات العشوائية ذات الرتبة  $n \times (k+1)$ .

$\underline{e}$ : متجه الأخطاء العشوائية  $(u_{ij})$  للمستوى - الفردي ذو الرتبة  $n \times 1$ .

$\underline{u}$ : متجه الأخطاء العشوائية لمستوى - المجموعة ذو الرتبة  $(k+1) \times 1$ .

إذا كانت لدينا بيانات هرمية يمكن يستعمل أنموذج انحدار متعدد المستويات لإيجاد تقدير الارتباط بين المجموعات، ولكن بعد إزالة المتغير التوضيحي  $(x_{ij})$  من الأنموذج فان الصيغة (5) تصبح كالاتي:

$$y_{ij} = e^{\alpha_j(i) + u_{ij}} ; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad , \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (12)$$

وبتعويض الصيغة (6) في الصيغة (12) نحصل على أنموذج العدم أو الأنموذج الخالي (Empty Model) وكالاتي:

$$y_{ij} = e^{\gamma_{00} + u_{0j} + u_{ij}} \quad (13)$$

نلاحظ أن الصيغة أعلاه لا تفسر أي تباين في Y لأنها لا تتضمن أي متغير توضيحي، وتحليل التباين إلى مركبتين مستقلتين هما:

$u_{0j}$ : يمثل تباين خطأ المستوى - المجموعة، أو التباين بين المجموعات  $\sigma_u^2$ .

$u_{ij}$ : يمثل تباين خطأ المستوى - الفردي، أو التباين خلال المجموعات  $\sigma_e^2$ .

وتكمن فائدة تقدير الأتمودج الخالي (6) في معرفة أهمية تشعب البيانات nested (إضافة المستوى الثاني إلى البيانات) من خلال حساب ما يسمى بمعامل الارتباط الداخلي (ICC) Intra-class Correlation Coefficient الذي يحسب من الصيغة الآتية:

$$ICC = \frac{\sigma_u^2}{\sigma_u^2 + \sigma_e^2} = \frac{u_{0j}}{u_{0j} + u_{ij}} \quad (14)$$

حيث تشير إلى نسبة التباين التي تعزى للمجموعات (المستوى الثاني)، وأن  $1 \geq ICC \geq 0$  وكلما كانت كبيرة دل ذلك على التباين الكبير بين المجموعات. في عام (2004) أوضح Adams وآخرون أنه في الدراسات الصحية والطبية إذا كانت  $ICC \geq 0.05$  فإن ذلك يشير إلى وجود أهمية لإضافة المستوى الثاني إلى البيانات، أما إذا كانت  $ICC < 0.05$  فإن التباين بين المجموعات سيكون صغير جداً بالتالي فإنه لا توجد قيمة للمعلومات التي سيتم الحصول عليها نتيجة إضافة المستوى الثاني إلى البيانات. (Adams, et al., 2004)

#### 2-4 تقدير أنموذج انحدار بواسون الهرمي ذو التجميع الجزئي بطريقة الإمكان الأعظم الكاملة:

بالإمكان تقدير أنموذج انحدار بواسون الهرمي ذو التجميع الجزئي من خلال طريقة الإمكان الأعظم الكاملة (FML) Full Maximum Likelihood Method وذلك بأخذ اللوغاريتم الطبيعي للصيغة (11) لأجل تحويلها إلى صيغة خطية ليسهل التعامل معها في تطبيق خطوات الطريقة الخاصة بتقدير المعلمات وكالاتي:

$$\text{Log } y = \text{Log}(e^{\underline{x}\beta + \underline{z}u + e})$$

$$\Rightarrow y^* = \underline{x}\beta + \underline{z}u + e \quad (15)$$

وبذلك يمكن إجراء ذات خطوات التقدير بطريقة الإمكان الأعظم الكاملة المستخدمة حين تمتلك مشاهدات متغير الاستجابة التوزيع الطبيعي، أي أن:

$$\underline{y}^* \sim N(\underline{x}\beta, V)$$

حيث  $V$  تمثل مصفوفة التباين- والتباين المشترك وهي مصفوفة لمصفوفات قطرية (Block Diagonal) ذات رتبة  $(2n \times 2n)$ ، عناصر القطر الثانوي فيها تشير إلى عدم وجود تباين مشترك بين المشاهدات من مجموعات مختلفة.

$$V = \begin{bmatrix} \sigma_{u_0}^2 * J_{n_1} + \sigma_e^2 * I_{n_1} & 0 \\ 0 & \sigma_{u_1}^2 * J_{n_{12}} + \sigma_e^2 * I_{n_2} \end{bmatrix} \quad (16)$$

حيث أن:

$\sigma_{u_0}^2$ : مصفوفة التباين والتباين المشترك للمستوى-2 (المجموعة).

$\sigma_{u_1}^2$ : مصفوفة التباين والتباين المشترك للمستوى-1 (الفردى).

$I_{n_1}$ : مصفوفة الوحدة الخاصة بالمستوى-2.

$I_{n_2}$ : مصفوفة الوحدة الخاصة بالمستوى-1.

$J_{n_1}$ : مصفوفة جميع عناصرها (1) خاصة بالمستوى-2.

$J_{n_{12}}$ : مصفوفة جميع عناصرها (1) خاصة بالمستوى-1.

ويتعظيم المشاهدات في الدالة (16) تكون دالة الإمكان الأعظم كما يلي:

$$L(\underline{y}^* | \underline{x}, \beta) = \prod_{i=1}^n (2\pi)^{-\frac{1}{2}} * |\underline{V}|^{-\frac{1}{2}} * e^{-\frac{1}{2}(\underline{y}^* - \underline{x}\beta)' \underline{V}^{-1}(\underline{y}^* - \underline{x}\beta)}$$

$$\Rightarrow L = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} * |\underline{V}|^{-\frac{n}{2}} * e^{-\frac{n}{2}(\underline{y}^* - \underline{x}\beta)' \underline{V}^{-1}(\underline{y}^* - \underline{x}\beta)} \quad (17)$$

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي للصيغة (17) نحصل على:

$$\text{Log } L = -\frac{n}{2} \text{Log}(2\pi) - \frac{n}{2} |\underline{V}| - \frac{n}{2} (\underline{y}^* - \underline{x}\beta)' \underline{V}^{-1} (\underline{y}^* - \underline{x}\beta) \quad (18)$$

وبالاشتقاق الجزئي بالنسبة للمعلمة  $(\beta)$  نحصل على:

$$\frac{\partial \text{Log } L}{\partial \beta} = -2\underline{x}' \underline{V}^{-1} \underline{y}^* + 2\underline{x}' \underline{V}^{-1} \underline{x} \beta$$

وبمساواة ناتج الاشتقاق بالصفر يمكن الحصول على مقدرات الإمكان الأعظم لأنموذج انحدار بواسون الهرمي كما في أدناه:

$$-2\underline{x}' \underline{V}^{-1} \underline{y}^* + 2\underline{x}' \underline{V}^{-1} \underline{x} \underline{\beta} = 0$$

$$\hat{\underline{\beta}}_{FML} = (\underline{x}' \underline{V}^{-1} \underline{x})^{-1} \underline{x}' \underline{V}^{-1} \underline{y}^* \quad (19)$$

### 3- الجانب التطبيقي:

تمثل بيانات البحث عدد وفيات وباء كورونا المستجد مع بعض المتغيرات الخاصة بالمرضى المتوفين والمسجلة في أربع مستشفيات رئيسية بمدينة الموصل وهي (مستشفى أبن سينا، السلام، الشفاء، مستشفى الموصل العام) وذلك عن الفترة (2020/1/1 ولغاية 2021/9/1)، حيث تم الحصول على هذه البيانات من السجلات الخاصة بكل مستشفى.

### 3-1 وصف البيانات:

يعرض الجدول (1) وصفاً لبيانات ومتغيرات البحث، بلغ عدد وفيات وباء كورونا المسجلة بمستشفيات مدية الموصل والمشار إليه آنفاً خلال الفترة (2020/1/1 ولغاية 2021/9/1) (734) وفاة موزعة على (95) أسبوع. المتغير التابع (Y) يمثل عدد الوفيات بينما المتغيرات المستقلة (التوضيحية) عددها (7) وتمثل: الجنس ( $X_1$ )، العمر ( $X_2$ )، مدة البقاء (يوم) بالمستشفى لغاية الوفاة ( $X_3$ )، جهاز التنفس ( $X_4$ )، حالة سفر المتوفي ( $X_5$ )، نسبة الأوكسجين في الدم عند الوفاة ( $X_6$ )، وعوامل الخطورة ( $X_7$ ).

الجدول (1): وصف عينة البحث

Variable	Number	%
<b>Deaths per week (mean) (Y)</b>	7.73	--
<b>Gender (<math>X_1</math>)</b>		
Female (Ref.)	235	32.0
Male	499	68.0
<b>Age (years) (<math>X_2</math>)</b>		
< 15 (Ref.)	8	1.1
15 – 30	6	0.8
30 – 45	51	6.9
45 – 60	224	30.5
60 – 75	323	44.0
>= 75	122	16.6
<b>Stay in Hospital in days (mean) (<math>X_3</math>)</b>	6.70	--
<b>Respirator used (<math>X_4</math>)</b>		
Not used (Ref.)	410	55.8
Bipap	115	15.7
Cipap	209	28.5
<b>Travel case (<math>X_5</math>)</b>		
Not traveling (Ref.)	728	99.2
Travel	6	0.8
<b>% of Oxygen in the Blood (mean) (<math>X_6</math>)</b>		
<b>Chronic disease (<math>X_7</math>)</b>		
Not suffering (ref.)	48	6.5
Diabetes	178	24.2
Heart Failure	38	5.2
Stroke	38	5.2
Heart Attack	44	6.0
High blood pressure	54	7.4
Asthma	48	6.5
More than one disease	218	29.7
Other diseases	68	9.3

المصدر: مخرجات البرنامج SPSS-27

المتغيرات الكمية في هذا البحث هي:

- $(Y_{ij})$  : عدد الوفيات المسجلة بالمستشفى (j) خلال الأسبوع (i) حيث أن  $j=1,2,3,4$  و  $i=1,2,\dots,95$  مع العلم أن قيم المتغير هي:  $y_{ij}=0,1,\dots,15$  حيث أظهرت البيانات أن أكبر عدد للوفيات هو (15) وفاة حصلت خلال الأسبوع الـ (82) في مستشفى الشفاء.
  - $(X_3)$  : عدد أيام بقاء المتوفي بالمستشفى منذ دخوله المستشفى ولغاية وفاته، حيث  $x_3=0,1,2,\dots,57$  حيث تبين أن أطول مدة لبقاء المتوفي كانت بمستشفى الشفاء وبلغت (57) يوماً.
  - $(X_6)$  : نسبة الأوكسجين في دم المتوفي عند حصول الوفاة، حيث  $x_6=0.62, 0.63,\dots,0.98$
  - أما المتغيرات النوعية والتي سيتم معالجتها كمغيرات وهمية (dummy) في هذا البحث فهي:
    - $(X_1)$  : جنس المتوفي (نكر، أنثى)
    - $(X_2)$  : عمر المتوفي بالسنوات (أصغر من 15 سنة، 15-30 سنة، 30-45 سنة، 45-60 سنة، 60-75 سنة، أكبر من 75 سنة)
    - $(X_4)$  : جهاز التنفس المستخدم من المتوفي (بدون جهاز، جهاز bipap، جهاز cipap)
    - $(X_5)$  : حالة سفر المتوفي (لم يسافر، قادم من السفر)
    - $(X_7)$  : عوامل الخطورة، وتمثل الأمراض المزمنة المصاب بها المتوفي (غير مصاب، السكري، عجز القلب، جلطة دماغية، جلطة قلبية، ارتفاع ضغط الدم، الربو، أكثر من مرض، أخرى)
- ولغرض تعريف المتغيرات الوهمية، فإنه من المعروف أنه إذا كان عدد مستويات المتغير النوعي (k) فإنه يمكن تعريف عدد (k-1) من المتغيرات الوهمية (Ian, 1999)، (Long, 1997) وعلى النحو الآتي:

متغير الجنس:

$$x_1 = \begin{cases} 1 & \text{if the dead is male} \\ 0 & \text{if the dead is female} \end{cases}$$

متغير العمر: عدد مستويات هذا المتغير هي (6) بالتالي سينقسم إلى (5) متغيرات وهمية:

$$x_{22} = \begin{cases} 1 & \text{if the age between (15-30)} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$x_{23} = \begin{cases} 1 & \text{if the age between (30-45)} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$x_{24} = \begin{cases} 1 & \text{if the age between (45-60)} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$x_{25} = \begin{cases} 1 & \text{if the age between (60-75)} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$x_{26} = \begin{cases} 1 & \text{if the age is } \geq 75 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

وتمثل الفئة العمرية الأولى المتغير المرجعي (Ref.) الذي يستخدم لغرض المقارنة فقط.

$$x_{21} = \begin{cases} 1 & \text{if the age is } < 15 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

متغير جهاز التنفس المستخدم من قبل المتوفي: عدد مستويات هذا المتغير هي (3) بالتالي سينقسم إلى متغيرين وهميين:

$$x_{42} = \begin{cases} 1 & \text{if the dead takes bipap device} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$x_{43} = \begin{cases} 1 & \text{if the dead takes cipap device} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

ويمثل المستوى الأول المتغير المرجعي (Ref.) الذي يستخدم لغرض المقارنة فقط.

$$x_{41} = \begin{cases} 1 & \text{if the dead did not takes any device} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

متغير حالة السفر:

$$x_5 = \begin{cases} 1 & \text{if the dead was traveling} \\ 0 & \text{if the dead was not traveling} \end{cases}$$

متغير عوامل الخطر: عدد مستويات هذا المتغير هي (9) بالتالي سينقسم إلى (8) متغيرات وهمية:

$$x_{72} = \begin{cases} 1 & \text{if the dead had diabetes} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$x_{73} = \begin{cases} 1 & \text{if the dead heart failure} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$x_{74} = \begin{cases} 1 & \text{if the dead had a stroke} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$x_{75} = \begin{cases} 1 & \text{if the dead had heart attack} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$x_{76} = \begin{cases} 1 & \text{if the dead had high blood pressure} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$x_{77} = \begin{cases} 1 & \text{if the dead had asthma} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$x_{78} = \begin{cases} 1 & \text{if the dead had more than disease} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$x_{79} = \begin{cases} 1 & \text{if the dead had other diseases} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

ويمثل المستوى الأول المتغير المرجعي (Ref.) الذي يستخدم لغرض المقارنة فقط.

$$x_{71} = \begin{cases} 1 & \text{if the dead did not have a chronic disease} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

### 2-3 اختبار توزيع بواسون لعدد الوفيات:

الخطوة الأولى في بناء أنموذج انحدار بواسون الهرمي تكمن في اختبار توزيع بواسون للمتغير التابع، عليه فإن فرضية العدم المراد اختبارها هنا تنص على أن عدد وفيات كورونا يتبع توزيع بواسون، بينما الفرضية البديلة تنص على خلاف ذلك، أي أننا بصدد اختبار:

$H_0$ : The number of deaths follows a Poisson distribution

$H_1$ : The number of deaths does not follow a Poisson distribution

وتم تقدير معلمة التوزيع من خلال متوسط عدد الوفيات الأسبوعي حيث أن:

$$\hat{\lambda} = \bar{y} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k y_i = \frac{733}{95} = 7.71579$$

عليه المطلوب اختبار أن:

$$P(y_i) = \frac{e^{-7.71579} (7.71579)^{y_i}}{y_i!} ; y_i = 0,1,2, \dots, 15$$

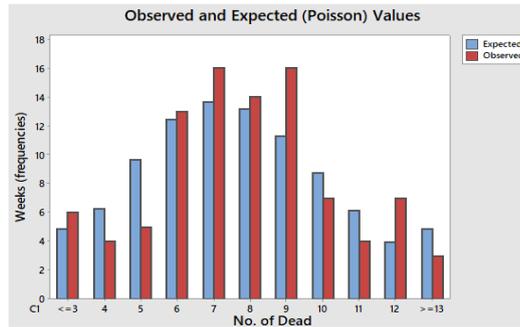
هناك عدة اختبارات لهذا الغرض، أكثرها انتشاراً اختبار مربع كاي لجودة المطابقة، نتائج هذا الاختبار كانت كما في الجدول الآتي:

الجدول (2): اختبار مربع كاي لجودة مطابقة توزيع بواسون لعدد الوفيات

Deaths	Observed Freq.	Poisson Prob.	Expected Freq.	Chi-Sq.
<=3	6	0.051277	4.8713	0.26150
4	4	0.065824	6.2533	0.81195
5	5	0.101577	9.6498	2.24055
6	13	0.130625	12.4093	0.02811
7	16	0.143982	13.6783	0.39409
8	14	0.138867	13.1923	0.04945
9	16	0.119052	11.3099	1.94493
10	7	0.091858	8.7265	0.34158
11	4	0.064432	6.1211	0.73499
12	7	0.041429	3.9357	2.38575
>=13	3	0.051078	4.8524	0.70716
Sum	95	1.000000	95	9.90005

المصدر: مخرجات البرنامج Minitab-17 Chi-Sq=9.90005 P-Value=0.359

يتبين من النتائج أعلاه أن القيمة الاحتمالية لاختبار مربع كاي بلغت (0.359) وهي أكبر من (5%) مما يعني قبول فرضية العدم، بمعنى أن عدد الوفيات يتبع توزيع بواسون بالمعلمة (7.71579). ويظهر الشكل (1): التقارب بين التكرارات الفعلية والتكرارات المتوقعة المحسوبة اعتماداً على توزيع بواسون.



المصدر: مخرجات البرنامج Minitab-17

### 3-3 تحديد مستويات البيانات:

المستوى الأول للبيانات يختص عادةً بأدنى مستوى للقياس بمعنى آخر فهو يختص بالأسابيع التي حدثت فيها وفيات وباء كورونا. أما المستوى الثاني فهو يعبر عن المستشفيات. ويلاحظ أن جميع المتغيرات التوضيحية المتناولة تختص بالوفيات وليس لها علاقة بالمستشفيات، بمعنى آخر أننا نتوقع أن تأثير المتغيرات التوضيحية في المتغير التابع (عدد الوفيات) سوف لن يختلف من مستشفى إلى آخر هذا يقودنا إلى استبعاد نموذج انحدار بواسون الهرمي ذو الميل (التأثيرات) المختلفة، وأن يكون الاهتمام منصباً حول نموذج انحدار بواسون الهرمي ذو المقاطع العشوائية المختلفة. وحيث أن المقطع يمثل متوسط عدد الوفيات لكل مستشفى لذلك سيتم التحقق عملياً من إمكانية استخدام هذا النوع من النماذج الهرمية من خلال إجراء تحليل التباين الأحادي لدلالة الفروق بين متوسطات الوفيات بالنسبة للمستشفيات على اعتبار أن عدد البيانات كبيراً وبالتالي يمكن افتراض أن البيانات تتبع التوزيع الطبيعي.

الجدول (3): متوسطات عدد وفيات وباء كورونا الأسبوعي للمستشفيات الأربع

المتوسط	المستشفى
$\bar{y}_1 = 2.37$	أبن سينا
$\bar{y}_2 = 3.65$	السلام
$\bar{y}_3 = 3.60$	الشفاء
$\bar{y}_4 = 2.21$	الموصل العام
$\bar{y} = 2.94$	الإجمالي

المصدر: مخرجات البرنامج SPSS-27

الجدول (4): جدول تحليل التباين لمتوسطات الوفيات حسب المستشفيات

Source of variation	Sum of Squares	Df	Mean Square	F	P-Value
Between Groups	113.081	3	37.694	10.281	.000
Within Groups	901.895	246	3.666		
Total	1014.976	249			

المصدر: مخرجات البرنامج SPSS-27

يلاحظ من نتائج جدو تحليل التباين أن القيمة الاحتمالية للاختبار كانت اقل من مستوى المعنوية (5%) مما يشير إلى وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطات الوفيات بالنسبة للمستشفيات. وتدعم هذه النتيجة سبب تطبيق نماذج انحدار بواسون الهرمي ذات المقاطع العشوائية.

3-4 تقدير معاملات نموذج انحدار بواسون الهرمي:

باستخدام طريقة الإمكان الأعظم الكاملة تم تقدير نماذج انحدار بواسون ذات المقاطع العشوائية وكانت النتائج كما في الجدول (5) وكالاتي:

الجدول (5): نتائج تقدير نماذج انحدار بواسون الهرمي ذات المقاطع العشوائية لبيانات البحث

Variable	Parameter	Coefficient	Standard Er.	t	Exp(coef.)	P-Value
Intercept	$\gamma_{00}$	1.948	0.9141	2.131 <sup>*</sup>	7.018	0.034
$x_1$	$\beta_1$	0.038	0.0837	0.452 <sup>n.s</sup>	1.039	0.652
$x_{22}$	$\beta_{22}$	-0.295	0.2772	-1.065 <sup>n.s</sup>	0.744	0.288
$x_{23}$	$\beta_{23}$	-0.520	0.3010	-1.727 <sup>n.s</sup>	0.595	0.086
$x_{24}$	$\beta_{24}$	0.015	0.2911	0.051 <sup>n.s</sup>	1.015	0.960
$x_{25}$	$\beta_{25}$	0.541	0.2638	2.051 <sup>*</sup>	1.718	0.041
$x_{26}$	$\beta_{26}$	0.877	0.3264	2.688 <sup>**</sup>	2.404	0.008
$x_3$	$\beta_3$	0.005	0.0022	2.278 <sup>*</sup>	1.005	0.024
$x_{42}$	$\beta_{42}$	-0.031	0.1316	-0.238 <sup>n.s</sup>	0.969	0.812
$x_{43}$	$\beta_{43}$	0.013	0.0928	0.144 <sup>n.s</sup>	1.013	0.886
$x_5$	$\beta_5$	-0.027	0.4184	-0.064 <sup>n.s</sup>	0.973	0.949
$x_6$	$\beta_6$	-1.452	0.8429	-1.722 <sup>*</sup>	0.234	0.046
$x_{72}$	$\beta_{72}$	0.050	0.1483	0.377 <sup>n.s</sup>	1.051	0.736
$x_{73}$	$\beta_{73}$	-0.085	0.2055	-0.414 <sup>n.s</sup>	0.918	0.679
$x_{74}$	$\beta_{74}$	-0.112	0.2318	-0.485 <sup>n.s</sup>	0.894	0.628
$x_{75}$	$\beta_{75}$	-0.099	0.1969	-0.501 <sup>n.s</sup>	0.906	0.617
$x_{76}$	$\beta_{76}$	-0.098	0.2027	-0.482 <sup>n.s</sup>	0.907	0.630
$x_{77}$	$\beta_{77}$	0.365	0.1890	1.931 <sup>*</sup>	1.002	0.043
$x_{78}$	$\beta_{78}$	0.299	0.1396	2.143 <sup>*</sup>	0.965	0.034
$x_{79}$	$\beta_{79}$	-0.088	0.2053	-0.427 <sup>n.s</sup>	0.916	0.670

Residual Effect:  $u_{ij} = 0.0$

Random Effect: $u_{0j} = 0.1$
Intercept (group1) $\alpha_{1(i)} = -0.1$
Intercept (group2) $\alpha_{2(i)} = 0.2$
Intercept (group3) $\alpha_{3(i)} = 0.2$
Intercept (group4) $\alpha_{4(i)} = -0.2$
** : significant at 1
** : significant at 5
n.s : not significant

المصدر: مخرجات البرنامج SPSS-27

من نتائج الجدول (5) نجد أنه يمكن حساب معامل الارتباط بين الفئات (المستشفيات) وكالاتي:

$$ICC = \frac{u_{0j}}{u_{0j} + u_{ij}} = \frac{0.066}{0.066 + 0.133} = 33\%$$

وتشير هذه النتيجة إلى أن (33%) من الاختلافات في تقدير عدد وفيات وباء كورونا تعود للمستشفى، وأن تباين عدد الوفيات بين المستشفيات يكون كبيراً بين المستشفيات، وبما أن  $ICC > 5\%$  فهذا يشير إلى أن عملية إضافة المستوى الثاني إلى البيانات كانت ذات أهمية وأن المعلومات التي سيتم الحصول عليها من المستوى الثاني (المستشفى) بخصوص عدد الوفيات ستكون مهمة. كما تظهر النتائج أن نموذج انحدار بواسون الشامل لجميع المستشفيات سيأخذ الصيغة الآتية:

$$\hat{y}_{ij} = \text{Exp}[\hat{\alpha}_j + 0.038(x_{1})_{ij} - 0.295(x_{22})_{ij} + \dots + 0.299(x_{78})_{ij} - 0.088(x_{79})_{ij} + 0.133]$$

واعتماداً على الصيغة (6) فإن تقدير معلمة المقطع العشوائية ستكون:

$$\hat{\alpha}_j = 1.948 + 0.066 = 2.014$$

وبذلك فإن نموذج انحدار بواسون لجميع المستشفيات سيكون:

$$\hat{y}_{ij} = \text{Exp}[2.014 + 0.038(x_{1})_{ij} - 0.295(x_{22})_{ij} + \dots + 0.299(x_{78})_{ij} - 0.088(x_{79})_{ij} + 0.133]$$

الصيغة الأخيرة تتضمن حدين للخطأ: الأول (0.133) خطأ المستوى-1 (البواقي)، أما الحد الثاني (0.066) خطأ المستوى-2 (المستشفيات) والذي يتكون بسبب اختلاف المستشفيات.

أما بخصوص نموذج انحدار بواسون لكل مستشفى، فقد كانت النماذج كما يأتي:

نموذج انحدار بواسون مستشفى ابن سينا:

$$y_{i1} = \text{Exp}[-0.128 + 0.038(x_{1})_{i1} - 0.295(x_{22})_{i1} + \dots + 0.299(x_{78})_{i1} - 0.088(x_{79})_{i1} + 0.133]$$

نموذج انحدار بواسون مستشفى السلام:

$$y_{i2} = \text{Exp}[0.222 + 0.038(x_{1})_{i2} - 0.295(x_{22})_{i2} + \dots + 0.299(x_{78})_{i2} - 0.088(x_{79})_{i2} + 0.133]$$

نموذج انحدار بواسون مستشفى الشفاء:

$$y_{i3} = \text{Exp}[0.202 + 0.038(x_{1})_{i3} - 0.295(x_{22})_{i3} + \dots + 0.299(x_{78})_{i3} - 0.088(x_{79})_{i3} + 0.133]$$

نموذج انحدار بواسون مستشفى الموصل العام:

$$y_{i4} = \text{Exp}[-0.241 + 0.038(x_{1})_{i4} - 0.295(x_{22})_{i4} + \dots + 0.299(x_{78})_{i4} - 0.088(x_{79})_{i4} + 0.133]$$

وبالنسبة لتأثير المتغيرات التوضيحية في عدد وفيات وباء كورونا ومن خلال نتائج الجدول (4) نجد الآتي:

- اعتماداً على القيم الاحتمالية لاختبار (t) المقابلة للمتغيرات التوضيحية التي كانت أكبر من مستوى المعنوية (5%) نجد أن متغيرات الجنس ( $x_1$ )، الفئة العمرية (15-30 سنة) ( $x_{22}$ )، الفئة العمرية (30-45 سنة) ( $x_{23}$ )، الفئة العمرية (45-60 سنة) ( $x_{24}$ )، استخدام جهاز التنفس bipap ( $x_{42}$ )، استخدام جهاز التنفس cipap ( $x_{43}$ )، سفر المتوفي، الإصابة بمرض السكري ( $x_{72}$ )، الإصابة بعجز القلب ( $x_{73}$ )، الإصابة بالجلطة الدماغية ( $x_{74}$ )، الإصابة بالجلطة القلبية ( $x_{75}$ )، الإصابة بمرض ارتفاع ضغط الدم ( $x_{76}$ )، جميعها كانت غير معنوية، بمعنى أنها لا تؤثر على زيادة عدد وفيات وباء كورونا.
- القيمة الاحتمالية لمتغير الفئة العمرية (60-75 سنة) ( $x_{25}$ ) بلغت (0.041) وهي أقل من مستوى المعنوية (5%) فهذا يشير إلى

أن هذا المتغير يؤثر معنوياً في عدد الوفيات، واعتماداً على قيمة معامل هذا المتغير والبالغة (0.541) فإن المصابين بوباء كورونا من ذوي الفئة العمرية (60-75 سنة) سيكونون معرضين للوفاة باحتمال (54%) أكثر من المصابين بالوباء من ذوي الفئات العمرية الأقل من هذه الفئة.

- القيمة الاحتمالية لمتغير الفئة العمرية (75 سنة فأكثر) ( $x_{26}$ ) بلغت (0.008) وهي أقل من مستوى المعنوية (1%) فهذا يشير إلى أن هذا المتغير يؤثر معنوياً في عدد الوفيات، واعتماداً على قيمة معامل هذا المتغير والبالغة (0.877) فإن المصابين بوباء كورونا من ذوي الفئة العمرية (75 سنة فأكثر) سيكونون معرضين للوفاة باحتمال (88%) أكثر من المصابين بالوباء من ذوي الفئات العمرية الأقل من هذه الفئة.

- القيمة الاحتمالية لمتغير مدة البقاء بالمستشفى ( $x_3$ ) بلغت (0.024) وهي أقل من مستوى المعنوية (5%) فهذا يشير إلى أن هذا المتغير يؤثر معنوياً في عدد الوفيات، واعتماداً على قيمة معامل هذا المتغير والبالغة (0.005) فإنه كلما زادت مدة بقاء المصاب بالمستشفى يوم واحد فإن هذا المريض سيكون معرضاً للوفاة باحتمال (0.5%).

- القيمة الاحتمالية لمتغير نسبة الأوكسجين في الدم ( $x_6$ ) بلغت (0.046) وهي أقل من مستوى المعنوية (5%) واعتماداً على قيمة معامل هذا المتغير والبالغة (-1.452) فهذا يشير إلى كلما زادت نسبة الأوكسجين في دم المصابين بكورونا ب (10%) فإن ذلك سيؤدي إلى خفض عدد الوفيات بمقدار (15) وفاة.

- القيمة الاحتمالية لمتغير الإصابة بالربو ( $x_{77}$ ) بلغت (0.043) وهي أقل من مستوى المعنوية (5%) فهذا يشير إلى أن هذا المتغير يؤثر معنوياً في عدد الوفيات، واعتماداً على قيمة معامل هذا المتغير والبالغة (0.365) فإنه عند إصابة المريض بالربو إلى جانب الإصابة بكورونا فإن هذا المريض سيكون معرضاً للوفاة باحتمال (37%) أكثر من المصابين بالأمراض المزمنة الأخرى.

- القيمة الاحتمالية لمتغير الإصابة بأكثر من مرض مزمن ( $x_{78}$ ) بلغت (0.034) وهي أقل من مستوى المعنوية (5%) فهذا يشير إلى أن هذا المتغير يؤثر معنوياً في عدد الوفيات، واعتماداً على قيمة معامل هذا المتغير والبالغة (0.299) فإنه عند إصابة المريض بأكثر من مرض مزمن إلى جانب الإصابة بكورونا فإن هذا المريض سيكون معرضاً للوفاة باحتمال (30%) أكثر من المصابين بالأمراض المزمنة الأخرى.

- مما سبق نجد أن أكثر المتغيرات التوضيحية تأثيراً في عدد الوفيات بوباء كورونا هو نسبة الأوكسجين في الدم، ثم يأتي متغير الفئة العمرية (75 سنة فأكثر) بالمرتبة الثانية، ثم متغير الفئة العمرية (60-75 سنة) بالمرتبة الثالثة، ثم متغير الإصابة بالربو بالمرتبة الرابعة، ثم متغير الإصابة بأكثر من مرض مزمن بالمرتبة الخامسة، وأخيراً متغير مدة البقاء بالمستشفى بالمرتبة السادسة. بينما لا يوجد تأثير معنوي من باقي المتغيرات التوضيحية في عدد الوفيات بوباء كورونا.

- وعند مقارنة المقاطع العشوائية لنماذج انحدار بواسون للمستشفيات الأربع، نجد أن احتمال الوفاة بوباء كورونا في مستشفى السلام يزداد ب (22%) مقارنةً بمستشفيات (الشفاء، ابن سينا، الموصل العام)، واحتمال الوفاة في مستشفى الشفاء يزداد ب (20%) مقارنةً بمستشفيات (ابن سينا والموصل العام)، في حين أن احتمال الوفاة بمستشفى ابن سينا يقل ب (18%) مقارنةً بمستشفيات (السلام والشفاء)، وأن احتمال الوفاة بمستشفى الموصل العام يقل ب (24%) مقارنةً بجميع المستشفيات الأخرى. وتتفق هذه النتيجة مع ترتيب المستشفيات من حيث متوسط عدد الوفيات والمذكورة في الجدول (2).

#### 4- الاستنتاجات:

1. ملائمة نماذج انحدار بواسون ذات المقاطع العشوائية لعدد الوفيات بوباء كورونا، وقدرة النموذج على فرز المتغيرات التي تؤدي إلى زيادة عدد الوفيات من غيرها.

2. المتغيرات التي لا تؤثر في زيادة احتمال الوفاة بوباء كورونا هي: الجنس، الفئة العمرية (15-60 سنة)، استخدام أجهزة التنفس الاصطناعي bipap و cipap، سفر المتوفي، الإصابة بالأمراض المزمنة: السكري، عجز القلب، الجلطة الدماغية، الجلطة القلبية، ارتفاع ضغط الدم.

3. إصابة المريض ذو الفئة العمرية (60-75 سنة) بوباء كورونا يزداد احتمال وفاته بنسبة (54%) أكثر من غيره من المصابين بالوباء، ويرتفع الاحتمال إلى (88%) إذا كان عمر المصاب (75 سنة فأكثر).

4. مدة البقاء بالمستشفى في لها تأثير إيجابي في زيادة احتمال الوفاة بكورونا، فكل يوم يمضي على بقاء المصاب بالمستشفى سيزيد من احتمال وفاته ب (0.5%) أكثر من باقي المصابين.

5. نسبة الأوكسجين في لها تأثير عكسي في زيادة احتمال الوفاة بكورونا، فكلما زادت نسبة الأوكسجين في دم المصاب بكورونا ب (10%) فإن احتمال وفاته سينخفض إلى (14%) مقارنةً بباقي المصابين.

6. إصابة مريض كورونا بالربو لها تأثير إيجابي في زيادة احتمال الوفاة بكورونا، حيث سيكون هذا المصاب معرضاً للوفاة باحتمال (36%) أكثر من باقي المصابين.
7. إصابة مريض كورونا بأكثر من مرض مزمن لها تأثير إيجابي في زيادة احتمال الوفاة بكورونا، حيث سيكون هذا المصاب معرضاً للوفاة باحتمال (30%) أكثر من باقي المصابين.
8. مما سبق نجد أن أكثر المتغيرات التوضيحية تأثيراً في عدد الوفيات بوباء كورونا هو نسبة الأوكسجين في الدم، ثم يأتي متغير الفئة العمرية (75 سنة فأكثر) بالمرتبة الثانية، ثم متغير الفئة العمرية (60-75 سنة) بالمرتبة الثالثة، ثم متغير الإصابة بالربو بالمرتبة الرابعة، ثم متغير الإصابة بأكثر من مرض مزمن بالمرتبة الخامسة، وأخيراً متغير مدة البقاء بالمستشفى بالمرتبة السادسة. بينما لا يوجد تأثير معنوي من باقي المتغيرات التوضيحية في عدد الوفيات بوباء كورونا.
9. تزداد احتمال الوفاة بوباء كورونا في مستشفى السلام ب (22%) مقارنةً بباقي مستشفيات الموصل، بينما احتمال وفاة المرضى المصابين بوباء كورونا والراقدين بمستشفى الموصل العام يقل ب (24%) مقارنةً بجميع المستشفيات الأخرى.

#### 5- التوصيات:

- على ضوء الاستنتاجات التي توصلنا إليها من خلال البحث يمكن إجمال التوصيات الآتية:
1. تناول البحث تأثير المتغيرات التوضيحية المتعلقة فقط بالمرضى المتوفين من جراء الإصابة بوباء كورونا من خلال نماذج انحدار بواسون ذات المقاطع العشوائية، ويمكن إضافة متغيرات ذات علاقة بالمستشفى كعدد الأطباء المتاحين، عدد الأسرة المتوفرة، عدد أجهزة التنفس الصناعي المتوفرة وغيرها، وعند هذه الحالة يمكن تناول نماذج أخرى كنماذج انحدار بواسون ذات الميول العشوائية أو النماذج المختلطة وذلك لبيان دور الجهات الصحية المتمثلة بالإمكانات المتاحة للمستشفيات في تقليل عدد الوفيات بوباء كورونا.
  2. يمكن تناول طرق أخرى إضافة إلى طريقة الإمكان الأعظم لتقدير معاملات نماذج انحدار بواسون الهرمي كطريقة المربعات الصغرى وطريقة بيز الحصينة وغيرها، مما يتيح المقارنة بين هذه الطرق من خلال بعض المعايير الإحصائية وصولاً إلى أكفأ طريقة في التقدير.
  3. يوصي البحث بالتعمق أكثر في دراسة وتحليل مدى كفاءة هذا النوع من نماذج الانحدار في التنبؤ بوفيات وباء كورونا من خلال فحص النماذج للتأكد من خلوها من مشاكل النماذج القياسية المعروفة كمشكلة الارتباط الذاتي، مشكلة عدم تجانس التباين ومشكلة تعدد العلاقات الخطية، واقتراح آلية لمعالجة هذه المشاكل حال وجودها في النموذج.
  4. توسيع نطاق البحث بشمول أكثر من مستويين، كأن تتم دراسة ظاهرة الوفيات ضمن مستشفى معين ضمن منطقة جغرافية معينة، فضلاً عن شمول متغيرات توضيحية على المستوى الثاني ليكون التحليل أكثر دقة.
  5. لاقى الباحثان صعوبة كبيرة في تنظيم البيانات المطلوبة للبحث عند جمعها من دائرة صحة محافظة نينوى، لذا نوصي باستعمال الأساليب الإحصائية المتطورة في تسجيل البيانات وتنظيمها وإدخال كوادرها دورات تدريبية بذلك لضمان دقة الإحصائيات.

#### المصادر:

- [1] Al-Husaine ,Maryam Abd Alhuseen (2014). " Building mixed linear regression models and applying them in the environmental field" ,MSc. Thesis, College of Administration and Economics,University of Baghdad.
- [2] Sabri, Husam Muwafaq (2013). " A comparison of the methods of estimating the parameters of the Poisson regression model in the presence of the polylinearity problem with a practical application",PH.D. Thesis, College of Administration and Economics,University of Baghdad.
- [3] Hermiz, Ameer Hanaa (1990)."Mathematical Statistics", Directorate of Book House for Printing and Publishing,Neynawa,Iraq
- [4] Adams, G. et al (2004). "Patterns of intra-cluster correlation from primary care research to inform study design and analysis", *J. Clin. Epidemiol.*, 57: 785-794
- [5] Albert, J. (1985). "Simultaneous Estimation of Poisson Means Under Exchangeable and Independence Models", *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 23: 1-14.
- [6] Al-Nasir, A.M. & Rashid, D.H. (1988). "Statistical Inference", Baghdad University, Higher Education Printing Press, Baghdad, Iraq.
- [7] Andrew, G. & Hill, J. (2007). "Data Analysis Using Regression and Multilevel/ Hierarchical Models", Cambridge University Press, New York, USA.
- [8] Batah, F.S. (2011). "A New Estimator by Generalized Modified Jackknife Ridge Regression Estimator", *Journal of Basrah Researches (Science)*, 37 (4): 138-149.

- [9] Christiansen, C.L. & Morris, C.N. (1997). "Hierarchical Poisson Regression Modeling", *Journal of the American Statistical Association*, 92 (438): 618-632.
- [10] Famoye, F. et al (2004). "On the Generalized Poisson Regression Model with An Application to Accident Data", *Journal of Data Sciences*, 2: 267-295.
- [11] Harvey, G. McDonald, R.P. (1988). "A general model for the analysis of multilevel data". *Psychometrika*, 53 (4): 455-467.
- [12] Hossain, S. & Ahmed, E. (2012). "Shrinkage and penalty estimators of a Poisson regression model", *Australian and New Zealand Journal of Statistics*, 54 (3): 359-373.
- [13] Hox, J.P. (2011), " Multilevel Analysis : Techniques and Applications", 2<sup>nd</sup> ed., Utrecht University, Netherlands.
- [14] Ian, H. L. et al. (1999). "Multilevel Modeling of the Geographical Distributions of Diseases", *Applied Statistics*, 48 (2): 253-268.
- [15] Leigh, B.; Robert, L.L. & Frank, J.C. (1978). "Analyzing Multilevel Data in the Presence of Heterogeneous within-Class Regressions", *Journal of Educational Statistics*, 3: 347-383.
- [16] Leyland, A.H. & Goldstein, H. (2001), "*Multilevel Modeling of Health Statistics*", John Wiley & Sons.
- [17] Long, J.S. (1997). "*Regression Models for Categorical and Limited Independent Variables*", SAGE Publication Inc., USA. **BY**

### **Application of Poisson's Hierarchical Regression Model to the Deaths of Covid-19 in Mosul City Hospitals**

**Mahmood Ahmad Mohamad Al-Taae**

**Ban Ghanim Omar Al-Ani**

[mhmoodaltaee552@gmail.com](mailto:mhmoodaltaee552@gmail.com)

[drbanalani@uomosul.edu.iq](mailto:drbanalani@uomosul.edu.iq)

Department of Informatics & Statistic, College of Computer & Mathematical Science, University of Mosul, Mosul, Iraq

#### **Abstract**

This research deals with the study of the partial hierarchical Poisson regression model (with a random intercept), where this model is one of the most important models widely applied in analyzing data that is characterized by the fact that the observations take a hierarchical form. Where it the full maximum likelihood (FML) method is used to estimate the model parameters. The model was applied to the covid-9 deaths in Mosul city, were recorded during the period (1/1/202 - 1/9/2021), where four major hospitals in the city were selected to represent the group of second level of data (Ibn Sina Hospital, Al Salam Hospital, Shifa Hospital, General Mosul Hospital).

The research found the adequate of the model for this type of data, as it was found that there are some factors that contribute to the increase in the number of deaths in the epidemic, such as the advanced age of the patient, the length of stay in the hospital, the percentage of oxygen in the patient's blood, in addition to the incidence of some chronic diseases such as asthma. The study recommended a more in-depth study of other types of these models, and the use of other estimation methods, in addition to paying attention to the methods of data recording by the city health department.

**Keywords:** hierarchical Poisson regression model with random intercept, full maximum likelihood method, intraclass correlation coefficient, fixed and random effects