استخدام خوارزمية مستعمرة النمل لإيجاد التخصيص الأمثل

Using ant colony algorithm to find the optimal assignment

م.م.أسماء صلاح الدين سليمان

asmaa.salah6500@gmail.com

قسم الرياضيات / كلية التربية الاساسية / جامعة تلعفر

تاريخ استلام البحث 2018/7/15 تاريخ قبول النشر 2018/10/23 تاريخ النشر 2019/8/19

المستخلص

تناول البحث استخدام خوارزمية مستعمرة النمل لإيجاد التخصيص الأمثل لتطبيق بسعة (3×3) ومقارنة نتائجها مع نتائج الطريقة الهنكارية. إذ أن التطبيق يتطلب ايجاد ست تخصيصات ممكنة وذلك لان عدد التخصيصات الممكنة تحسب على وفق الصيغة الاتية: $(3! = 3 \times 2 \times 1 = 6)$، وبما ان دالة الهدف في مشكلة التخصيص هي دالة تقليل كون دالة الهدف تمثل دالة الكلفة سواء اكانت الكلفة تمثل (وقت او جهد او مال) لذلك كان هدف البحث استخدام خوارزمية مستعمرة النمل ومقارنة نتائجها بالطريقة التقليدية (الطريقة الهنكارية) من ناحية وقت التنفيذ وعدد التكرارات ودقة النتائج. وقد تم التوصل الى ان اقل تخصيص من بين التخصيصات الستة هو ذلك التخصيص الذي تكون فيه قيمة دالة الهدف مساوية الى 27 وباستخدام تكرارين في مستعمرة النمل، وهذا ما اكدته نتائج الطريقة الهنكارية. ان التطبيق المستخدم في هذا البحث يتضمن توزيع ثلاث مهام من قبل الاب ليقوم بها الاولاد مقابل الحصول على مبلغ من المال بحيث يقوم كل واحد منهم بمهمة واحدة وكل مهمة يقوم بها واحد فقط من الاولاد. اذ يمكن الاستفادة من تحديد التخصيص الامثل في حال تكليف الشخص المناسب ليقوم بمهمة معينة في مختلف مجالات الحياة الاقتصادية والاجتماعية. بحيث لا يقوم هذا الشخص بمهمة اخرى غيرها ولايقوم بهذه المهمة غير الشخص المكلف بها وبذلك نضمن قيام جميع الاشخاص(الافراد) بمهام معينة وكذلك القيام باداء جميع المهام من قبل كل الافراد باستخدام التخصيص باقل وقت وباقل جهد وكذلك باقل كلفة ممكنة.

الكلمات المفتاحية: خوارزمية مستعمرة النمل، التخصيص، الطريقة الهنكارية.

Abstract

The study examined the use of an ant colony algorithm to find the optimal assignment for a (3×3) application and compare its results with the results of the Hungarian method. The application requires six possible assignments because the number of possible assignments is calculated according to the following formula: $(3! = 3 \times 2 \times 1 = 6)$. Since the objective function in the assignment problem is a function of minimization for the fact that the target function represents the cost function whether it represents (time or effort or money). Therefore, the purpose of the research was to use the ant colony algorithm and compare its results in the traditional method (the Hungarian method) in terms of execution time, number of repetitions and accuracy of results. It has been concluded that the lowest allocation among the six assignments is the allocation in which the value of the target function is equal to 27 and using two replicates in the ants colony, as confirmed by the results of the Hungarian method. The application used in this research includes the distribution of three tasks by the father for the boys in exchange for a sum of money so that each one of them one task and each task performed by only one of the children. It is possible to make use of the optimal allocation of assignment if the right person is assigned to perform a specific task in various areas of economic and social life. Thus, this person does not perform any other task and does not perform this task other than the person in charge and thus ensure that all (individuals) to perform certain tasks as well as the performance of all tasks by all individuals using the allocation with the least time and effort as well as the lowest possible cost.

Keywords: *Ant colony Algorithm, assignment, Hungarian method.*

1. المقدمة Introduction :

في مشكلات الامثلية يبحث الفرد عن جعل دالة الهدف أعظم ما يمكن أو اقل ما يمكن، اذ يعتمد في ذلك على عدد محدد من المتغيرات. قد تكون هذه المتغيرات مستقلة عن بعضها البعض، أو مرتبطة ببعضها عن طريق قيد أو مجموعة قيود(برونسون،1988،15).

تهتم مسائل البرمجة الخطية بشكل عام بتعيين الموارد النادرة. من يد عاملة واليات ورأس مال ومواد واستخدامها بأفضل طريقة ممكنة بحيث تقل التكاليف إلى اقل ما يمكن أو تزيد الأرباح إلى اعظم ما يمكن(بقجة جي واخرون،1998،13).

ان خوارزمية أَمثَلَة مستعمرة النمل تعد إحدى الآليات البيولوجية التي أخذت حيزاً في تطبيقات التنقيب في البيانات، اذ تستلهم هذه الخوارزمية الاستخدام الأمثل لمسارات النمل الحقيقي في البحث عن الطعام. اذ أنها مستوحاة من تصرف النمل في البحث عن الطعام، فهي تعمل بناءً على المفهوم (Stigmergy)، بمعنى التحفيز غير المباشر لفعل الفرد عن طريق تتبع الأثر المتروك مسبقاً من إفراز النمل مادة عطرية (Pheromone) من قبل باقي أفراد مستعمرة النمل. (Olariu,2006,3-41; Weise,2009,245-246).

2. مشكلة التخصيص (مشكلة الإسناد) The assignment problem :

في مشاكل التخصيص يتم جدولة العاملين في الأعمال فردا فردا . على افتراض أن عدد العاملين مساوي لعدد الأعمال ، ولضمان توفر هذا الشرط يتم إيجاد عاملين وهميين أو أعمال وهمية حسب الحاجة. اذ يكون الزمن c_{ij} الذي يحتاجه العامل i لإكمال العمل j معروفا . والهدف هو أن يقوم كل عامل بعمل واحد فقط وكل عمل يقوم به عامل واحد فقط. بحيث يتم انجاز كل الأعمال في اقل كلفة او وقت. اذ يمكن تحويل مسائل التخصيص إلى مسائل نقل بإحلال العاملين محل المصادر والأعمال محل مواقع الطلب. بحيث يكون كل المتيسر والاحتياج مساوي للواحد . اذ يعتبر الحل بهذه الطريقة أكفأ من طريقة النقل العامة التي تستخدم مصفوفة الكلفة فقط (برونسون ، 1988 ، 119).

يعتمد نموذج التخصيص الكلاسيكي على آلية القيام بوظائف مختلفة من قبل عدد من الاشخاص بحيث يخصص كل شخص لكي يقوم بوظيفة واحدة فقط وكل وظيفة يقوم بها شخص واحد فقط. وأن الهدف من هذا التخصيص هو التخصيص بأقل كلفة ممكنة او وقت لقيام الاشخاص بالوظائف .

أن نموذج التخصيص العام يتضمن m من الاشخاص و n من الوظائف كما مبين في الشكل الآتي :

الوظائف

$$\begin{array}{cc|cccc|c}
 & & 1 & 2 & \cdots\cdots & n & \\
\hline
\text{الاشخاص} & 1 & C_{11} & C_{12} & \cdots\cdots & C_{1n} & 1 \\
 & 2 & C_{21} & C_{22} & \cdots\cdots & C_{2n} & 1 \\
 & . & . & & & . & . \\
 & . & . & & & . & . \\
 & m & . & & & . & 1 \\
 & & . & & & . & \\
 & & C_{m1} & C_{m2} & \cdots\cdots & C_{mn} & \\
\hline
 & 1 & 1 & & \cdots\cdots & 1 &
\end{array}$$

شكل (1) : مصفوفة الكلفة لنموذج التخصيص

إذ أن:

c_{ij} : تمثل كلفة تخصيص العامل i للقيام بالوظيفة j حيث $(j=1,2,\ldots..,n)$ و $(i=1,2,\ldots..,m)$.

وان $n = m$ اي ان عدد الصفوف (عدد الاشخاص) يجب ان يكون مساوي لعدد الاعمدة (عدد الوظائف) لكي تكون مسألة التخصيص متوازنة لنستطيع حلها بالطريقة المعتمدة في البحث.

يعتبر نموذج التخصيص حالة خاصة من مشاكل النقل إذ الاشخاص تمثل المصادر والوظائف تمثل أماكن الوصول . وأن قيم الكميات الموردة هي $a_i=1$ أما قيم الطلبات $b_j=1$ أيضا لكل $(j=1,2,\ldots..,n)$ و $(i=1,2,\ldots..,m)$. وأن كلفة نقل الشخص i إلى الوظيفة j هي c_{ij} اذ يمكن حل نموذج التخصيص مباشرة كنظام نموذج مسألة النقل في حالة كمية العروض وكمية المتطلبات تكون مساوية للواحد .

يمكن استخدام الطريقة الهنكارية (the Hungarian method) لحل مثل هذه النماذج (بقجة جي واخرون، 1998، 89 ; Taha,2011,235).

أن صيغة البرمجة الخطية لمسألة التخصيص هي كالآتي(Blumenfeld,2001,13):

$$minimize\ c = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} cij\ xij \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

Subject to the constraints

$$\sum_{j=1}^{n} xij = 1 \qquad (i = 1,2,\ldots.,m) \ldots\ldots\ldots\ldots (1.a)$$

$$\sum_{i=1}^{m} xij = 1 \quad (j = 1,2, \ldots, n) \ldots\ldots\ldots (1.b)$$

$$xij \geq 0 \quad (j = 1,2, \ldots, n) \text{ و } (i = 1,2, \ldots, m) \quad \ldots\ldots\ldots (1.c)$$

3. الطريقة الهنكارية Hungarian method:

طورت الطريقة الهنكارية لحل مسألة التخصيص وذلك بالاعتماد على خاصية رياضية اكتشفها العالم الهنكاري كوينغ könig (من هنا جاءت تسمية هذه الطريقة) على اعتبار أن قيم التكاليف c_{ij} غير سالبة .

خطوات خوارزمية الطريقة الهنكارية هي :

1) تعيين قيمة pi في مصفوفة الكلف الأصلية وهي اقل كلفة موجودة في الصف i. ويتم طرحها من كل عنصر من عناصر الصف i، (i=1,2,….,m).
2) تعيين قيمة qj من المصفوفة الناتجة من الخطوة (1) وهي اقل كلفة في العمود j وتطرح من كل عنصر من عناصر العمود j، (j=1,2,….,n) .
3) نجد أن كل صف وكل عمود يحوي على الأقل على صفر واحد من المصفوفة الناتجة من الخطوة (2). ومن ثم يتم تعيين التخصيص الأمثل من بين كل الأصفار الناتجة بعد أن يتم تعيين موقع الصفر الأمثل في كل صف وكل عمود (إذ أن كل صفر محدد لا يتم اختيار صفر غيره في نفس الصف ونفس العمود) بعدها يتم إيجاد حاصل جمع الكلف في المصفوفة الأصلية المقابلة للأصفار المخصصة في المصفوفة الناتجة من الخطوة (3) بعدها يتم الذهاب الى الخطوة 8.
4) في حالة عدم وجود حل امثل (مع الاصفار المدخلة) يمكن تأمينه من الخطوة 1 و2 يتم الانتقال الى الخطوة 5 .
5) رسم خطوط مستقيمة عمودية أو افقية على الاصفار، في المصفوفة الاخيرة بحيث تغطي جميع الاصفار في المصفوفة ، ولتكن n تمثل عدد الصفوف أو الاعمدة (بما أن المصفوفة مربعة، عدد الصفوف = عدد الاعمدة) و N تمثل الخطوط المستقيمة العمودية أو الافقية . فأذا كانت n=N اي تم الوصول الى الحل اذهب الى الخطوة 3 ، اما اذا كانت $n < N$ فانه لا يمكن التخصيص اذهب الى الخطوة 6 .
6) يتم اختيار اصغر قيمة غير مغطاة في المصفوفة وطرحها من جميع عناصر المصفوفة غير المغطاة ، ثم القيام بإضافة القيمة المختارة للقيمة الواقعة عند كل تقاطع للخطين المرسومين .
7) اذا لم يتم ايجاد حل امثل من الاصفار الناتجة في المصفوفة اذهب الى الخطوة 4 والا فاذهب الى الخطوة 3 لحساب الحل الامثل.
8) التوقف (Taha,2011,236 ; بقجة جي واخرون،1998،90).

4. أمثَلَية مستعمرة النمل Ant Colony Optimization (ACO):

قدمت امثلية مستعمرة النمل في التسعينات كطريقة مبتكرة ومستوحاة من الطبيعة لحل مسائل الامثلية المركبة الصعبة اذ اقترحها العالم Derigo في عام 1992 لحل هذه المسائل ومنها جدولة سير العجلات وجدولة المواعيد

وغيرها، اذ تعتمد هذه الخوارزمية على السلوك التعاوني في مستعمرة النمل الحقيقية القادرة على ايجاد المسار الاقصر من العش الى مصدر الغذاء (Socha and Dorigo,2008,1155−1156 ; Singiresu,2009,714).

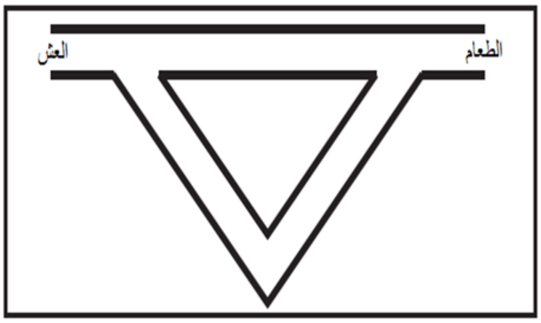
وتعتبر هذه الخوارزمية تقنية حدسية (ارشادية) تقوم على اساس تتبع اثر المادة العطرية (pheromone) ومتابعة سلوك بعض النمل. اذ أن في هذه الخوارزمية يقوم النمل الاصطناعي بإجراءات بناء حل عشوائي وذلك باستخدام المادة العطرية (pheromone) الاصطناعية والمعلومات الحدسية (Blum,2005,354 −355).

وحسب الدراسات السابقة فقد قدم كل من الباحثين Krzysztof Socha and Marco Dorigo (2008) بحثهما حول استخدام خوارزمية مستعمرة النمل المستمرة لحل مسائل الامثلية المركبة وتبين من خلال النتائج التي توصلوا اليها كفاءة هذه الخوارزمية مقارنة مع الخوارزميات الحدسية الاخرى.

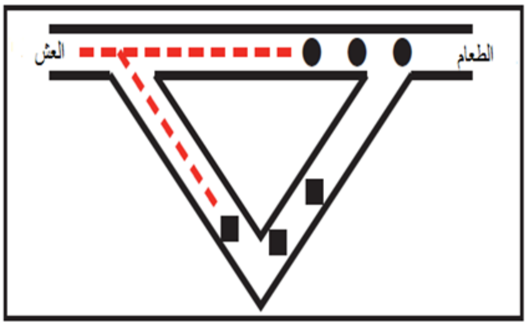
وتمكن الباحثون Liu et al. (2004) من توسيع خوارزمية النمل في التنقيب ليقدموا الخوارزمية (Ant−Miner3) من خلال تغييرين رئيسين، الأول: من خلال قانون تحديث جديد لإفراز النمل، والثاني: تشجيع الخوارزمية أكثر نحو الاستكشاف (Exploration) بأسلوب جديد لطريقة الانتقال في فضاء البحث من نقطة إلى أخرى، الذي يزيد من احتمالية اختيار بند لم يُختر في القاعدة المكتشفة السابقة، وأعطت النتائج زيادة ملحوظة في الدقة (Liu et al. ,2004 ,31).

كما اقترح الباحثان Holden and Freitas (2005) خوارزمية مركبة من خوارزمية أمثَلَة عناصر السرب وخوارزمية النمل Ant colony optimization and Particle swarm optimization (PSO/ACO)، لبناء أنموذج للتصنيف الهرمي الذي بمقدوره التعامل مع المتغيرات المتقطعة والمستمرة، وقُيّم أداء الخوارزمية على بيانات بيولوجية التي تتطلب التصنيف الهرمي للأنزيمات، وقورنت النتيجة مع خوارزمية أمثَلَة عناصر السرب و كانت الخوارزمية المركبة قد حصلت على نتائج أفضل من ناحية دقة التصنيف وشمولية القواعد المكتشفة (Holden and Freitas, 2005, 100).

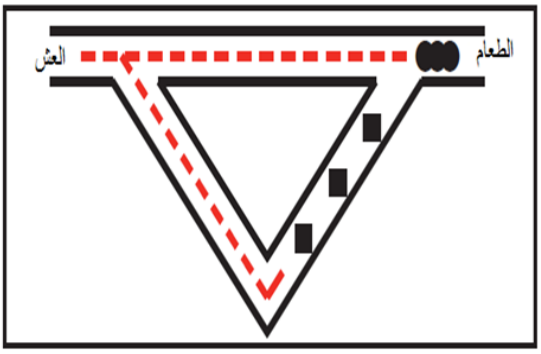
والشكل (2) يوضح سلوك النمل للمسار الأقصر أثناء البحث عن الطعام:



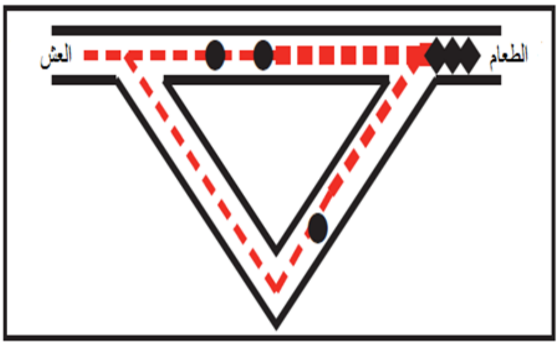
(أ) النمل جميعهم في العش،والبيئة خالية من إفراز النمل.



(ب) البحث عن الطعام يبدأ باحتمالية 50% من النمل يسلك المسار القصير و 50% من النمل يسلك المسار الاطول.



(ج) النمل الذي سلك المسار الأقصر،وصل مبكراً إلى مصدر الطعام، لذلك عند العودة فإن احتمالية سلوكهم المسار الاقصر يكون أكبر.



(د) أثر إفراز النمل على المسار الأقصر سوف يزداد تركيزه، وإن احتمالية أن يسلك باقي النمل هذا المسار يكون اكبر. وبسبب تبخر إفراز النمل على المسار الأطول، فإن كامل المستعمرة سوف تسلك المسار الأقصر.

الشكل (2): المسار الأقصر الذي يتبعه النمل في البحث عن الطعام (Blum,2005,356).

1.4 خطوات خوارزمية امثلة مستعمرة النمل:

<u>الخطوة الاولى</u>: تهيئة المعاملات الاولية للخوارزمية كالاتي :

1. عدد افراد النمل ضمن المستعمرة يكون محدداً ومناسباً وفق طبيعة المسألة وليكن (N).
2. عدد المسارات المنبثقة من العش ويكون محدوداً اذ يعتمد على طبيعة المسألة ويرمز لها بالرمز (X_{ij}).
3. T_{ij} وتمثل كمية المادة العطرية اذ تكون متساوية لجميع المسارات ضمن الحالة الاولية للخوارزمية اذ تساوي واحد.

$T_{ij} = 1 \quad for\ all\ X_{ij}$

4. ضبط معامل التكرار اذ ان قيمته تكون في البداية مساوية للواحد L=1، L يمثل معامل التكرار.

الخطوة الثانية: تحديد احتمالية كل مسار من مسارات البحث كالاتي :

1. احتمالية انتقاء مسار معين (P_{ij}) اذ يتم حسابها عن طريق قانون الاحتمالية الاتي :

$$P_{ij} = \frac{T_{ij}}{\sum_{j=1}^{p} T_{ij}} \quad \dots\dots\dots\dots\dots (2)$$

2. احتمالية كل مسار يتم جمعها مع احتمالية المسارات السابقة وبذلك يتم الحصول على ارقام عشوائية تقع ضمن الفترة $(0,1)$ والتي تمثل الاحتمالية لكل مسار.

الخطوة الثالثة: تحديد افضل المسارات واسوئها من بين المسارات التي اختارها افراد النمل وكالاتي :

1. توليد ارقام عشوائية عددها مناسب ولتكن $(r_1, r_2, \dots\dots, r_N)$ تقع ضمن الفترة $(0,1)$، اذ أن كل رقم يمثل نملة معينة ضمن المستعمرة ، اذ تقوم كل نملة بانتقاء مسار معين بالاعتماد على الخطوة السابقة وذلك من خلال مقارنة قيمة النملة مع احتمالية المسارات وانتقاء المسار الذي تقع قيمة النملة ضمن نطاق احتماليته .
2. تقييم قيمة كل مسار من المسارات التي تم انتقاؤها وذلك عن طريق تطبيق دالة الهدف على المسارات كافة اذ أن:

$$F = F(X_{ij})$$

دالة الهدف تختلف من مسألة الى اخرى وتعتمد على طبيعة المسألة. بعد ذلك تحدد قيمة المسار الأفضل (fbest) الذي يمثل اقصر مسار (min) من ضمن المسارات التي تم انتقاؤها من قبل افراد مستعمرة النمل.

fbest=min

ومن ثم تحدد قيمة اسوأ مسار (fworst) الذي يمثل اطول مسار (max) من ضمن المسارات التي تم انتقاؤها من قبل افراد مستعمرة النمل.

fworst=max

اذ ان:

fbest: تمثل افضل دالة function best

fworst: تمثل أسوأ دالة function worst.

الخطوة الرابعة: شرط التوقف

تتوقف الخوارزمية بعد ان يتم انتقاء المسار الأفضل من قبل افراد النمل جميعهم، والا سوف يعود افراد النمل جميعهم الى العش وتبدأ عملية البحث عن الطعام من جديد وفي هذه الحالة يتم تحديث المادة العطرية للمسارات جميعها، ويبدأ التكرار الثاني للخوارزمية اذ أن L=L+1. اذ يتم تحديث المادة العطرية من التكرار الثاني على وفق القانون الاتي :(Blum and Merkle,2008,43 ; Singiresu,2009,717)

$$T_{ij}^{(L)} = T_{ij}^{(old)} + \sum_{k} \Delta T^{(k)} \quad \dots\dots\dots\dots (3)$$

$T_{ij}^{(old)}$: تمثل كمية المادة العطرية في التكرار الاول اذ تحسب على وفق القانون الاتي :

$$T_{ij}^{(old)} = (1 - \mathrm{pp}) * T_{ij}^{(L-1)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

pp: تمثل معدل تبخر المادة العطرية (معدل اضمحلالها) عادة يكون ضمن المدى (0.5,0.8).

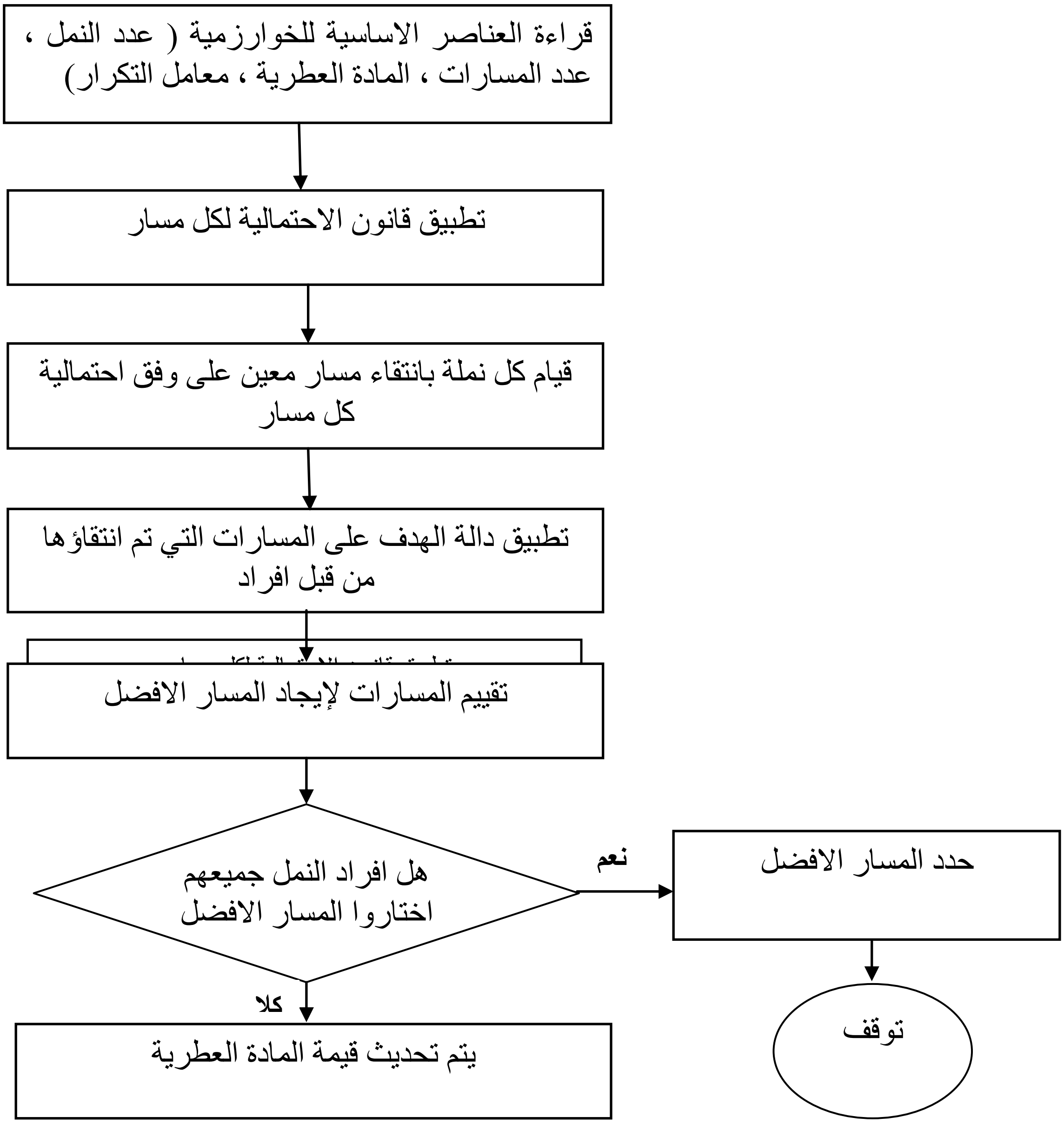
$\sum_k \Delta T^{(k)}$: كمية المادة العطرية التي تم وضعها من قبل افضل نملة.

k: تسلسل النملة التي اختارت افضل مسار.

Σ: عند وجود اكثر من نملة سلكت المسار الافضل نفسه اذ ان:

$$\sum_k \Delta T^{(k)} = \frac{fbest}{fworst} \ldots\ldots\ldots(5)$$

لتوضيح منهجية خوارزمية النمل بصورة اكثر دقة، يكون من خلال الشكل (3):



الشكل(3): المخطط الانسيابي لخوارزمية امثلة مستعمرة النمل.

2.4 التطبيق:

في هذا الجزء من البحث تم استخدام تطبيق معتمد من المصدر(Taha,2011, p.235) وحله باستخدام خوارزمية مستعمرة النمل لبيان دقة نتائج هذه الخوارزمية وسرعة تنفيذها باستخدام تكرارين، والذي يوضح كيف ان الاب يقوم بتوزيع المهام على ابناءه الثلاث بحيث يقوم كل ابن بعمل واحد فقط دون القيام بغيره وكل عمل يقوم به ابن واحد فقط دون ان يقوم غيره من الابناء في ذلك اذ يمكن تعميم ذلك التطبيق على الكثير من مجالات الحياة الاقتصادية والاجتماعية. بهدف تحقيق خاصية التخصيص وهي على سبيل المثال ان يقوم كل شخص بوظيفة واحدة فقط وكل وظيفة يقوم بها شخص واحد فقط او ان كل عامل يعمل على الة واحدة فقط وكل الة يعمل بها عامل واحد فقط وهكذا والتالي بيان التطبيق بالتفصيل.

جو كالن لديه 3 اطفال (جون ، كارن ، تيري) اراد ادخار بعض النقود لنفقاته الشخصية، سيد كالن اختار 3 اعمال ترتيبية لأطفاله (قص الاعشاب، طلاء باب الكراج، غسل سيارات العائلة). ليتجنب المنافسة المتوقعة بين الاشقاء التقى بكل واحد منهم على انفراد ليخبرهم باجورهم مقابل كل عمل من هذه الاعمال الثلاثة والمصفوفة الاتية تبين مشكلة تخصيص السيد كالن.

	Mow	paint	
John	15$	10$	9$
Karen	9$	15$	10$
Terri	10$	12$	

1.2.4 ايجاد التخصيص الامثل باستخدام الطريقة الهنكارية:

بما أن سعة المصفوفة 3×3 إذن هناك $(3! = 3 \times 2 \times 1 = 6)$، 6 تخصيصات ممكنة لهذه المشكلة تأخذ الاشكال التالية :

0 1 0	1 0 0	1 0 0
1 0 0	0 0 1	0 1 0
0 0	0 1	0 0

0 0 1	0 0 1	0 1 0
0 1 0	1 0 0	0 0 1
1 0	0 1	1 0

بتطبيق الخطوة 1 و 2 من خوارزمية الطريقة الهنكارية تم الحصول على النتائج المبينة في المصفوفات الآتية:

15 10
9
9 15
10
10 12

P1=9
P2=9
P3=8

$\rightarrow$

6 1 0
0 6 1
2 4 0

$\rightarrow$

6 0 0
0 5 1
2 3
0

q1=0 q2=1
q3=0

ومن ثم تم تطبيق الخطوة 3 وكانت النتيجة هي كما في المصفوفة أدناه :

6 0 0
0 5 1
2 3
0

إذ أن الكلفة الكلية تحسب كالآتي :

T.C. = 10 + 9 + 8 = 27

من المصفوفة الأخيرة نلاحظ أن التخصيص الأمثل من بين التخصيصات الستة (إذ أن التخصيصات الستة يتوفر فيها الشرط الموضح في المصفوفة بالشكل (1) وهو أن حاصل جمع عناصر كل صف وحاصل جمع عناصر كل عمود في هذه المصفوفات تساوي 1) هو :

0	1	0	a1=1
1	0	0	a2=1
0	0	1	a3=1
b1=1	b2=1	b3=1	

ملاحظة: مصفوفة التخصيص أعلاه تمثل قيم xij. إذ يمكن حساب الكلفة الكلية (T.C.) لمسألة التخصيص بنفس الطريقة التي تحسب فيها (T.C.) لمسائل النقل بالاعتماد على مصفوفة التخصيص الأمثل ومصفوفة الكلف الأصلية وبتطبيق المعادلة (1) وكالاتي:

15 10
9
9 15
10
10 12

مصفوفة الكلف الاصلية وتمثل القيم داخلها cij

0	1	0
1	0	0
0	0	1

مصفوفة التخصيص الامثل وتمثل القيم داخلها xij

T.C.=(0*15)+(1*10)+(0*9)+(1*9)+(0*15)+(0*10)+(0*10)+(0*12)+(1*8) =27

وهذا ما سيتم إتباعه في الفقرة الآتية (في خوارزمية مستعمرة النمل) عند حساب دالة الهدف لكل مسار.

2.2.4 ايجاد التخصيص الامثل باستخدام خوارزمية مستعمرة النمل:

تم في هذا الجزء من البحث استخدام خوارزمية مستعمرة النمل لإثبات أن امثل تخصيص من بين التخصيصات الستة هو التخصيص المتمثل بالمصفوفة الآتية :

0 1
0
1 0
0
0 0

إذ أن الكلفة الكلية لهذا التخصيص = 27

أن خطوات خوارزمية مستعمرة النمل تمثل بالخطوات الآتية :

الخطوة الاولى:

1. عدد افراد النمل يكون بعدد الاطفال اذ أن $N = 3$.
2. عدد المسارات المنبثقة من العش بعدد الاعمال اي أن:

$$X_{ij} = 3 \qquad ;\forall i,j = 1,2,3$$

i : تمثل افراد النمل و j : تمثل المسارات.

3. كمية المادة العطرية هي:

$$T_{ij} = 1 \qquad ; \forall X_{ij}$$

4. معامل التكرار $L = 1$.

الخطوة الثانية:

تم تحديد احتمالية كل مسار من مسارات البحث وكالاتي:

1. تم حساب احتمالية انتقاء مسار معين P_{ij} على وفق القانون رقم (2):

اذ كانت النتائج كالاتي:

$$P_{i1} = \frac{1}{3} \quad ,P_{i2} = \frac{1}{3} \quad ,P_{i3} = \frac{1}{3}$$

2. احتمالية كل مسار يتم جمعها مع احتمالية المسارات السابقة وبذلك تم الحصول على ارقام عشوائية بين (0,1) التي تمثل احتمالية كل مسار، وبما أن احتمالية كل مسار = $\frac{1}{3}$ لذلك فأن:
   - احتمالية المسار الاول X_{i1} تقع ضمن الفترة $(0,\frac{1}{3})$.
   - احتمالية المسار الثاني X_{i2} تقع ضمن الفترة $(\frac{1}{3},\frac{2}{3})$.
   - احتمالية المسار الثالث X_{i3} تقع ضمن الفترة $(\frac{2}{3},1)$.

الخطوة الثالثة:

تم توليد قيم عشوائية تتبع التوزيع المنتظم (0,1) وبعدها تم اخذ جميع الطرق الممكنة لتسلك كل نملة جميع المسارات الممكنة على وفق قانون التباديل باستخدام برنامج الـ(matlab 2013) اذ تم الحصول على النتائج الاتية:

$$r_{1j} = [0.5321 \;\; 0.2132 \;\; 0.7253]$$

$$r_{2j} = [0.5321 \;\; 0.7253 \;\; 0.2132\;]$$

$$r_{3j} = [0.2132 \;\; 0.5321 \;\; 0.7253]$$

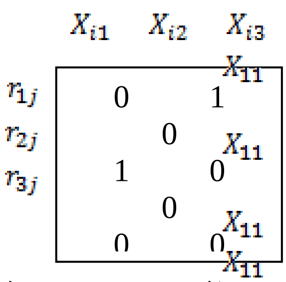
$$r_{4j} = [0.2132 \;\; 0.7253 \;\; 0.5321]$$

$$r_{5j} = [0.7253 \;\; 0.5321 \;\; 0.2132\;]$$

$$r_{6j} = [0.7253 \;\; 0.2132 \;\; 0.5321]$$

تفسر المتجهات اعلاه بالصيغة الاتية:

من المتجه الاول نجد أن $r_{11} = 0.5321$ وهذه القيمة محصورة ضمن الفترة $(\frac{1}{3},\frac{2}{3})$ اي ضمن المسار الثاني X_{i2} لذلك النملة الاولى ستسلك المسار الثاني X_{i2}، وان $r_{12} = 0.2132$ وهذه القيمة محصورة ضمن الفترة $(0,\frac{1}{3})$ اي ضمن المسار الاول X_{i1} لذلك النملة الثانية ستسلك المسار الاول X_{i1}، وان $r_{13} = 0.7253$ وهذه القيمة محصورة ضمن الفترة $(\frac{2}{3},1)$ اي ضمن المسار الثالث X_{i3} لذلك النملة الثالثة ستسلك المسار الثالث X_{i3}، وبذلك ستأخذ مصفوفة التخصيص الشكل الاتي:



الشكل(4): مصفوفة التخصيص الخاصة بالمتجه الاول

من المصفوفة اعلاه الصفوف تمثل النملات والاعمدة تمثل المسارات، اذ ان:

X_{i1} : يمثل المسار الاول الذي تسلكه النملة i و X_{i2} المسار الثاني الذي تسلكه النملة i و X_{i3} المسار الثالث الذي تسلكه النملة i وان r_{1j} : يمثل النملة الاولى التي تسلك المسار j و r_{2j} يمثل النملة الثانية التي تسلك المسار j و r_{3j} يمثل النملة الثالثة التي تسلك المسار j وان i, j =1,2,3 .

وهكذا تفسر باقي المتجهات والشكل الاتي يوضح مصفوفات التخصيص لجميع المتجهات:

$A_1 =$
0 1
0
1 0
0
0 0

المتجه الاول

$A_2 =$
0 1
0
0 0
1
1 0

المتجه الثاني

$A_3 =$
1 0
0
0 1
0
0 0

المتجه الثالث

$A_4 =$
1 0
0
0 0
1
0 1

المتجه الرابع

$A_5 =$
0 0
1
0 1
0
1 0

المتجه الخامس

$A_6 =$
0 0
1
1 0
0
0 1

المتجه السادس

الشكل(5): مصفوفات التخصيص للمتجهات الستة.

اذ أن قيمة دالة الهدف لكل تخصيص تحسب على وفق المعادلة (1) والجدول الاتي يوضح هذه القيم:

رقم التخصيص	دالة الهدف
الاول	$T.C(A_1) = 27$
الثاني	$T.C(A_2) = 30$
الثالث	$T.C(A_3) = 38$
الرابع	$T.C(A_4) = 37$
الخامس	$T.C(A_5) = 34$
السادس	$T.C(A_6) = 30$

من ذلك نستنتج بأن المسار الأفضل الذي يمثل اقصر مسار (min) من ضمن المسارات الستة هو :

$$fbest = \min(T.C.) = A_1 = 27$$

والمسار الاسوأ الذي يمثل اطول مسار (max) من ضمن المسارات الستة هو :

$$fworst = \max(T.C.) = A_3 = 38$$

بما أن افضل دالة هدف هي:

$$fbest = \min(T.C.) = A_1 = 27$$

في الخوارزميتين الهنكارية ومستعمرة النمل لذلك نبدأ بعملية البحث عن الطعام من جديد وذلك بتحديث المادة العطرية للمسارات كافة على وفق المعادلات (3) و(4) و(5) **خطوة اولى:** اذ نبدأ بالتكرار الثاني للخوارزمية L=L+1، أي ان L=2 وتوليد قيمة عشوائية ضمن الفترة (0.5,0.8) لتمثل قيمة التبخر pp ولتكن 0.7 وكانت النتائج كالاتي:

$$T_{ij}^{(old)} = 0.3$$

$\sum_k \Delta T^{(k)} = 0.7105$

$T_{ij}^{(2)} = 1.0105 \cong 1.01$

الخطوة الثانية:

1. بتطبيق المعادلة (2) حصلنا على أن احتمالية اختيار كل مسار تساوي $\frac{1.01}{3.03}$

اي أن: $P_{i1} = \frac{1.01}{3.03}$,$P_{i2} = \frac{1.01}{3.03}$,$P_{i3} = \frac{1.01}{3.03}$

2. احتمالية كل مسار يتم جمعها مع احتمالية المسارات السابقة وبذلك تم الحصول على ارقاع عشوائية بين $(0,1)$ التي تمثل احتمالية كل مسار ، وبما أن احتمالية كل مسار = $\frac{1.01}{3.03}$ لذلك فأن:

- احتمالية المسار الاول X_{i1} تقع ضمن الفترة $(0,\frac{1.01}{3.03})$.
- احتمالية المسار الثاني X_{i2} تقع ضمن الفترة $(\frac{1.01}{3.03},\frac{2.02}{3.03})$.
- احتمالية المسار الثالث X_{i3} تقع ضمن الفترة $(\frac{2.02}{3.03},1)$.

الخطوة الثالثة:

تم توليد قيم عشوائية تتبع التوزيع المنتظم $(0,1)$، ثم اخذ جميع الطرق الممكنة لتسلك كل نملة جميع المسارات الممكنة على وفق قانون التباديل اذ تم الحصول على النتائج الاتية:

$r_{1j} = [0.9521\ \ 0.5210\ \ 0.1212]$

$r_{2j} = [0.9521\ \ 0.1212\ \ 0.5210]$

$r_{3j} = [0.5210\ \ 0.9521\ \ 0.1212]$

$r_{4j} = [0.5210\ \ 0.1212\ \ 0.9521]$

$r_{5j} = [0.1212\ \ 0.9521\ \ 0.5210]$

$r_{6j} = [0.1212\ \ 0.5210\ \ 0.9521]$

تم تفسير المتجهات اعلاه كما في التكرار الاول والشكل الاتي يوضح مصفوفات التخصيص لهذه المتجهات:

$B_1 =$

0 0
1
0 1
0
1 0

المتجه الاول

$B_2 =$

0 0
1
1 0
0
0 1

المتجه الثاني

$B_3 =$

0 1
0
0 0
1
1 0

المتجه الثالث

$B_4 =$

0 1
0
1 0
0
0 0

المتجه الرابع

$B_5 =$

1 0
0
0 0
1
0 1

المتجه الخامس

$B_6 =$

1 0
0
0 1
0
0 0

المتجه السادس

الشكل(6): مصفوفات التخصيص للمتجهات الستة.

قيمة دالة الهدف لكل تخصيص على وفق المعادلة (1) موضحة في الجدول الاتي:

رقم التخصيص	دالة الهدف
الاول	$T.C(B_1) = 34$
الثاني	$T.C(B_2) = 30$
الثالث	$T.C(B_3) = 30$
الرابع	$T.C(B_4) = 27$
الخامس	$T.C(B_5) = 37$
السادس	$T.C(B_6) = 38$

من ذلك نستنتج بأن المسار الأفضل الذي يمثل اقصر مسار (min) من ضمن المسارات الستة هو :

$$fbest = \min(T.C.) = B_4 = 27$$

والمسار الاسوأ الذي يمثل اطول مسار (max) من ضمن المسارات الستة هو :

$$fworst = \max(T.C.) = B_6 = 38$$

بما أن افضل دالة هدف هي:

$$fbest = \min(T.C.) = B_4 = 27$$

من التكرار الاول والثاني سنلاحظ بانه كلما بدأنا بتكرار جديد بالبحث عن الطعام وبتحديث المادة العطرية لجميع المسارات وبتطبيق المعادلات (3) و(4) و(5) أن التخصيص الامثل هو :

0 1
0
1 0
0
0 0

وهذا يؤكد لنا من خلال خوارزمية الطريقة الهنكارية وخوارزمية مستعمرة النمل أن المصفوفة أعلاه تمثل التخصيص الأمثل بالنسبة لهذه المسألة. اذ أن امثل مسار للنملة الاولى هو المسار الثاني وامثل مسار للنملة الثانية هو المسار الاول وامثل مسار للنملة الثالثة هو المسار الثالث، اذ أن هذه المسارات هي اقصر من غيرها بالنسبة للنملات الثلاث.

5. الاستنتاجات Conclusions:

1. النتائج المتوصل إليها باستخدام الطريقة الهنكارية تبين بان هناك تخصيص واحد من بين الست تخصيصات الممكنة للتطبيق الذي تم استخدامه في هذا البحث هو التخصيص الأمثل الذي يتوزع فيه كل الأعمال على كافة الأطفال بحيث أن كل طفل يقوم بعمل واحد فقط وكل عمل يقوم به طفل واحد فقط.

2. تم في هذا البحث استخدام خوارزمية مستعمرة النمل لإثبات ان هناك تخصيص واحد امثل من بين التخصيصات الممكنة اذ أن النتائج المتوصل اليها بينت بأن الخوارزمية اعطت نتائج افضل من الطريقة الهنكارية من ناحية وقت التنفيذ وعدد التكرارات ودقة النتائج.

3. التخصيص الذي تم اثباته بانه هو التخصيص الامثل باستخدام الطريقة الهنكارية وخوارزمية مستعمرة النمل يأخذ الشكل التالي .

0 1
0
1 0
0
0 0

على وفق هذا التخصيص فأن الطفل الاول John امثل عمل يقوم به هو الطلاء اذ حصل على $10 ، الطفل الثاني امثل عمل يقوم به هو قص الاعشاب يحصل مقابل هذا العمل على $9 والطفل الثالث فأن امثل عمل يقوم به هو غسل السيارات اذ يحصل مقابل هذا العمل على $8.

6. المصادر References:

أ- المصادر العربية:

1. برونسون، ريتشارد،(1988)،"بحوث العمليات"، الدار الدولية للاستثمارات الثقافية، مصر.
2. بقجة جي، صباح الدين واخرون، (1998)،" بحوث العمليات"، المركز العربي للتعريب والترجمة والتأليف والنشر، دمشق.

ب- المصادر الاجنبية:

3. Blum, C.(2005). Ant colony optimization: Introduction and recent trends. Elsevier, science direct, Physics of Life Reviews 2 , 353–373.
4. Blum, C. & Merkle, D. (2008). Swarm Intelligence. Spring –Verlag Berlin Heidelberg.
5. Blumenfeld, D. (2001). Operation Research Calculations HandBook. CRC Press LLC, Taylor & Francis Group, USA.
6. Holden N. & Freitas A. (2005). A Hybrid Particle Swarm/Ant Colony Algorithm for the Classification of Hierarchical Biological data. IEEE Swarm Intelligence Symposium, Pasadena, California, USA, pp.100–107.
7. Liu B., Abbass H. A. & McKay B. (2004). Classifcation Rule Discovery with Ant Colony Optimization. Journal: IEEE Computational Intelligence Bulletin - CIB , vol. 3, no. 1, pp. 31-35.
8. Olariu, S. & Zomaya, A. Y. (2006). Handbook of Bioinspired Algorithms and Applications. Taylor & Francis Group, USA.
9. Singiresu, S. (2009). Engineering Optimazation: Theory and Practice. Fourth Edition, John Wiley & Sons, Inc, Publication, Canada.
10. Socha, K. & Dorigo, M. (2008). Ant colony optimization for continuous domains. Elsevier, Science direct, European Journal of operational Research 185, 1155-1173.
11. Taha, H. A. (2011). Operations Research An Introduction . Pearson Precintle hall, 9th Edition ,New Jersey , USA .
12. Weise T. (2009). Global Optimization Algorithms Theory and Application. 2nd edition, it-weise.de (self-published), Germany.