التنبؤ باستخدام أنموذج انحدار بواسون

Prediction by Using Poisson Regression Model

م.م. هبة لقمان امين

Heba Loqman Ameen\assistant teacher

hebaloqmanmaster@ntu.edu.iq

الجامعة التقنية الشمالية

Technical Northern University

تاريخ استلام البحث 31 / 5 /2021 تاريخ قبول النشر 25/ 7/2021 تاريخ النشر 28 / 2021/10

المستخلص

تم في هذا البحث بناء أنموذج انحدار بواسون الذي تم تطبيقه على بيانات حقيقية ، تم الحصول عليها من معمل مشروب السفن – اب في الموصل، هذه البيانات تتكون من متغيرين ، الاول يسمى متغير الاستجابة يرمز له (y) الذي يمثل نسبة غاز ثاني اوكسيد الكاربون في مشروب سفن – اب ، والمتغير الثاني يسمى المتغير التفسيري يرمز له (x) والذي يمثل الضغط ، وبحجم عينة (600) مشاهدة ، وتم استخدام البرنامج الاحصائي IBM SPSS Statistics 23 في تحليل البيانات. استخدم المنهج التحليلي الاستنتاجي الذي يتمثل في دراسة تحليل الانحدارعن طريق بناء أنموذج انحدار بواسون مع التركيز على كيفية تقدير وتفسير معالمه من خلال تطبيق التحليل العددي بطريقة نيوتن – رافسون لتقدير معلمات الانموذج بعد فشل طريقة التقدير حسب طريقة الامكان الاعظم (Maximum Likelihood Method(ML))، الهدف من ذلك هو الحصول على الانموذج الملائم الذي يمثل البيانات قيد الدراسة ، واستخدم هذا الانموذج في التنبؤ بقيم متغير الاستجابة ، وتم الاعتماد على مقياس معدل مربعات الخطأ (Mean Square Error(MSE)) في مقارنة القيم الاصلية للبيانات مع القيم المتنبأ بها عن طريق الانموذج ، وقد بينت النتائج بعد تقدير أنموذج انحدار بواسون تقارب القيم التقديرية مع القيم الحقيقية وبقيمة MSE قليلة .

الكلمات المفتاحية : *التنبؤ ، الانحدار ، بواسون*

Abstract

In this research, the construction of Poisson regression model which it has been applied to real data, Obtained from the 7up drink Factory in Mosul, This data consists of two variables, The first is called a variable response, denoted by (y) which represents the percentage of carbon dioxide in a 7up drink, The second variable is called the explanatory variable, symbolized by (x), which represents pressure, and the Sample size (600) watch by using the IBM SPSS statistics 23 software to analyze the data, Use the inferential analytical approach Which is to study the regression analysis with Focusing on how to estimate and explain its parameters Through the application of numerical analysis in a way Newton – Raphson to estimate the model parameters After the failure of Maximum Likelihood Method(ML).The goal is to obtain the appropriate model which represents the data under study, use this model to predict the values of the response variable , and depend on Mean Square Error(MSE) In comparing the original values of the data with the predicted values through the model , Results after estimating the Poisson regression model showed that the estimated values converged with the real values and with a small MSE value.

Keywords : Prediction , Poisson , Regression

1.المقدمة Introduction

اصبحت بيانات العد متاحة بشكل واسع النطاق في العديد من المجالات منها الاقتصادية والعلوم الاجتماعية والطبية او التطبيقية ومن التوزيعات الاكثر شيوعاً لنمذجة بيانات العد هو توزيع بواسون الذي يعتبر من نماذج الانحدار المهمة التي يلجأ اليها العديد من الباحثين من اجل دراسة تأثير المتغيرات التوضيحية بشكل عام على متغير واحد يسمى التابع والمحصلة النهائية هو الحصول على معادلة احصائية توضح العلاقة بين المتغيرات (نوري وعبد اللطيف ، 2019 : 286). حيث اخذت هذه النماذج مكانة متميزة في تطبيقات متنوعة في عدة جوانب وعلوم مختلفة، وتعد عملية نمذجة المتغيرات القابلة للعد من المهام المهمة في العديد من الظواهر ، وإن دراسة أي ظاهرة من هذه الظواهر تحتاج جمع البيانات لهذه الظاهرة المدروسة وتحليلها باستخدام الطرق والاساليب الاحصائية المتنوعة للحصول على افضل قرار لهذه الظاهرة (العاني ، جبر ، 2014 : 249). هناك العديد من الامثلة التي يلائم تطبيق أنموذج انحدار بواسون في دراستها مثل عدد مرات الفشل لجهاز معين في ظروف تشغيل مختلفة ، عدد وفيات الاطفال الرضع ،عدد النباتات المتأثرة بمرض معين في الحقول وغيرها من الامثلة القابلة للعد (Hintze and Utah , 2007 : 325-1).

يعتبر أنموذج انحدار بواسون حالة خاصة من النماذج الخطية المعممة Generalized linear models والتي يرمز لها بالرمز GLMs من حيث الية البناء ، وتكمن اهمية هذا البحث في كونه يقدم احد اهم نماذج تحليل الانحدار وهو أنموذج انحدار بواسون كما ان اهميته تنبع من استخدام احد البرامج الاحصائية مثل برنامج SPSS Statistics23 وبيان طريقة التطبيق العملي مما يساعد المتخصصين في مجال علم الاحصاء وغيرهم من تحليل بياناتهم بكل يسر وسهولة.

اهتم العديد من الباحثين بدراسة هذا الانموذج ، وفيما يلي استعراض لاهم ماكتب في هذا المجال فقد تم وصفه اولاً في عام 1972 من قبل الباحثين (Nelder and Wedderburn) كحالة خاصة من النماذج الخطية المعممة.

- ان الباحثان ((Cameron and Trivedi قدما في العام 1998 تعريف كامل وتوضيحي عن انحدار بواسون.
- عام 2013 قدم الباحث (صبري) بحثاً حول مقارنة طرائق تقدير معلمات أنموذج انحدار بواسون عندما تعاني البيانات من مشكلة التعدد الخطي شبه تام عبر طريقة انحدار الحرف وطريقة مقدرات ليو .
- في عام 2014 قام الباحثان (العاني و جبر) دراسة استعمال نماذج انحدار بواسون المختلط للبيانات الطويلة لتحليل صفات دم الاغنام، وقد استخدم طرائق متعددة المتغيرات لايجاد تقديرات معلمات الانموذج.
- كما قدم في عام 2016 كل من (Saraiva, Suzuki , Filho and Louzad) بحثاً عن التنبؤ لنتائج كرة القدم باستخدام أنموذج انحدار بواسون وتم تطبيقه على الدور الوطني لكرة القدم في البرازيل.
- في نفس العام قدم كل من (Muoka, Ngesa and Waititu) بحثاً يشرح النماذج الاحصائية لبيانات العد واعتبر أنموذج انحدار بواسون الاكثر ملائمة لتحليل بيانات العد، حيث استخدم التقنية الاحصائية للمحاكاة لمقارنة اداء تلك النماذج مع اختلاف النسب الصفرية التي تمت من المحاكاة ، وكما استخدم معيار (Akaike Information Criterion(AIC)) لدراسة مقارنة بين افضل انموذج يمثل مجموعات بيانات المحاكاة.
- في عام 2017 قدم الباحثان (علي و جواد) بحثاً حول مقارنة طريقة بيز وطريقة الامكان الاعظم الكاملة لتقدير أنموذج انحدار بواسون الهرمي وطبقت على وفيات الامهات في بغداد.

– في عام 2019 قدم الباحثان (الجمال و عبد الله) بحثاً يهدف الى دراسة استخدام خوارزمية الأعشاب الضارة ومقارنتها مع طرائق اخرى في اختيار المتغيرات في انموذج انحدار بواسون بآستخدام المحاكاة والبيانات الحقيقة و تم استخدام أسلوب مونت – كارلو في المحاكاة لتوليد بيانات تتبع انموذج انحدار بواسون تبعاً لعوامل مختلفة كحجم العينة، وعدد المتغيرات المستقلة.

– في نفس العام قدم الباحثان (نوري وعبد اللطيف) بحثاً يهدف لاستعراض ومقارنة طرائق إختيار المتغيرات في انموذج انحدار بواسون عبر طرائق الامكان الجزائية باستخدام المحاكاة والبيانات الحقيقة ، تم استخدام أسلوب مونت – كارلو في المحاكاة لتوليد بيانات تتبع انموذج انحدار بواسون تبعا لعوامل مختلفة كحجم العينة وقيمة معامل الارتباط البسيط وعدد المتغيرات المستقلة.

2. هدف البحث Research Objective

إن الهدف الرئيسي من هذه الدراسة هو التنبؤ باستخدام أنموذج انحدار بواسون ، الذي يعتبر احد اساليب النمذجة من حيث الية بناء شكله الرياضي واعتماده في التحليل الاحصائي للتغلب على بعض مشاكل الانحدار التقليدي، ومن ثم نبين اهم فرضياته وخصائصه ، وبيان كيفية بناء هذا الانموذج من خلال تحليل البيانات التي تكون بشكل بيانات معدودة كذلك تم التطرق الى تقدير معلمات أنموذج انحدار بواسون بصيغته الهيكليه من خلال اعتماد التحليل العددي وذلك لفشل التقدير حسب طريقة الامكان الاعظم (Maximum Likelihood Method)والتي يرمز لها بالرمز MLM وذلك باستخدام البرنامج الاحصائي SPSS ، ودراسة تاثير المتغير التوضيحي على متغير الاستجابة (المعتمد) من خلال أنموذج انحدار بواسون.

3. أنموذج انحدار بواسون Poisson Regression Model

إن أنموذج انحدار بواسون من النماذج الخطية اللوغاريتمية (Log-Linear Models) وجاءت هذه التسمية من خلال اخذ اللوغاريتم الطبيعي لصيغة الانموذج فإنها تتحول الى صيغة خطية يعالج انموذج انحدار بواسون ويتعامل مع التاثيرات التي تحدث لمتغيرات الاستجابة والتي تكون نادرة الحصول مثل عدد حالات تصادم السفن، وهو الانموذج الملائم لتحليل البيانات التي تكون بهيئة بيانات معدودة (Count Data) او معدلات (Rate Data) وان هذه البيانات هي اعداد صحيحة غير سالبة (علي وجواد ، 2017 : 508). حيث اعتبر أنموذج انحدار بواسون هو حالة خاصة من النماذج الخطية المعممة والرابط الاساسي هو:-

$$g(\lambda) = log\, log\, (\lambda) \tag{1}$$

ناتجة عن العلاقة اللوغارتمية الخطية (log-linear) بين المتوسط والتنبؤ الخطي.

(Avcı,Alturk and Soylu , 2015 : 1)

4. تحديد الصيغة العامة لانموذج انحداربواسون Specification of General Form for the Poisson Regression Model

توزيع بواسون هو الاساس لتطوير نماذج بيانات العد (Muoka, Ngesa and Waititu , 2016 : 257)، ولعرض الشكل العام لانموذج انحدار بواسون نفرض ان المتغير العشوائي المتقطع (Y_i) يمثل عينة عشوائية التي تتوزع توزيع بواسون والمشروطة بمتجه من المتغيرات التوضيحية او التفسيرية (X_i) بدالة توزيع الاحتمال (pdf (Probability Distribution Function)) لـ (Y_i) (David and Jemna , 2015 : 156) هي:-

$$f\left(\frac{y_i}{x_i}\right) = \frac{e^{-\lambda_i}\lambda_i^{y_i}}{y_i!} \tag{2}$$

ان المعادلة (2) تمثل احتمالية المتغير (Y_i) التي تأخذ القيم $y_i(y_i \epsilon N)$ ،كل منها يتبع توزيع بواسون بمتوسط $\lambda > 0$ هو متوسط الاستجابة لعدد الاحداث التي تحدث في فترة زمنية معينة تستبدل بدالة غير خطية (اسية) .

يمكن التعبير عنها بالعلاقة التالية (ابو بكر ، 2019 : 10) :

$$E\left(\frac{y_i}{x_i}\right) = \lambda_i = e^{x_i^t \beta} \qquad (3)$$

حيث ان (β) تمثل متجه معلمات الانحدار .

نستخدم الرمز t لتمثيل وحدة الكشف هي غالباً تكون مدة من الزمن قد تمثل هذه الوحدة (الوقت،المكان،المسافة،المساحة، او حجم السكان) ، وفي حالة ان هذه القيمة غير معطاة او غير موجودة من المفترض ان تكون قيمتها واحد.(Hintze and Utah , 2007, 325-1)

ضمن ايطار النماذج الخطية المعممة فإن متوسط المتغير المعتمد هو مرتبط بالتنبؤ الخطي من خلال دالة الربط (link function) التي تعرف بالدالة اللوغارتمية (Log-Link) وتعرف بدالة الربط الطبيعية لتوزيع بواسون التي تأخذ قيم قابلة للعد التابعة للمتغير المعتمد Y))كمدخلات وتحولها الى قيم على الخط الحقيقي .

وبهذا يمكن كتابة معادلة انموذج انحدار بواسون بشكل مكافيء (ابو بكر ، 2019 : 10) و (David and Jemna ، 2015 : 156) و (Muoka, Ngesa and Waititu ، 2016 : 257) :-

$$ln\, ln\, (\lambda_i) = x_i^t \beta = \beta_0 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j x_{ij} = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_p X_p \qquad (4)$$

حيث ان اللوغارتيم للقيمة المتوقعة هو عبارة عن تركيبة خطية للمتغيرات المستقلة التي تحتوي على معالم مجهولة والتي تم تقديرها باستخدام طريقة الامكان الاعظم.

حيث ان :

y : متجه متغير الاستجابة ذي الرتبة . n*1

x : مصفوفة المتغيرات التوضيحية ذات الرتبة . n*(p+1)

β :متجه معلمات الانموذج ذي الرتبة . (p+1)*1

n : حجم العينة .

P :عدد المتغيرات التوضيحية .

5. دالة الربط The Link Function

المتغير المعتمد (y) يأخذ فقط قيم قابلة للعد واعتبار انحدار بواسون كـــــــ GLM)) ، وبايجاد المعادلة .)g(التي تكون مقيدة بـــــأن تكون قيمة (λ) موجبة وان يسمح ان يكون التنبؤ الخطي أي قيمة على خط الاعداد الحقيقة .

الاختيار الطبيعي لدالة ربط انحدار بواسون سوف تمثل الربط اللوغارتمي التي تأخذ ارقام العد كمدخلات وتحولها الى قيمة على خط الاعداد الحقيقة. (Nilsson and Nilsson , 2015 : 11)

$$g(\lambda) = ln\, ln\, (\lambda) = X\beta \qquad (5)$$

من خلال معكوس دالة الربط نحصل على:-

$$\lambda = e^{X\beta} \qquad (6)$$

6. تقدير معلمات نموذج انحدار بواسون باستخدام دالة الامكان الاعظم

Estimating the parameters of the Poisson Regression model using Maximum (MLE) Likelihood Function

هناك عدة طرق يمكن استخدامها في تقدير معلمات الانموذج المجهولة (β) ، على اية حال ان النهج القياسي عند التعامل مع GLMs)) هو استخدام طريقة الامكان الاعظم في تقدير المعلمات (Nilsson and Nilsson , 2015 : 11) ، والتي تعد من اهم طرق التقدير والاكثر استخداماً لما تمتاز به تقديراتها من خصائص جيدة خاصة في حالة العينات الكبيرة حيث تم اقتراح هذه الطريقة من قبل العالم .(R.A.Fisher)

إن مبدأ هذه الطريقة هو ايجاد تقدير لمعلمة المجتمع المجهولة التي تجعل دالة الامكان الاعظم في نهايتها العظمى وانها تعطي مقدرات كافية ان وجدت وتكون غير متحيزة وتمتاز بأقل تباين (ابو بكر ، 2019 : 15).

لتطبيق هذه الطريقة في تقدير معلمة أنموذج انحدار بواسون للمتغير المعتمد (y_i) لها توزيع بواسون بمتوسط (λ) ودالة كتلته الاحتمالية المعرفة في المعادلة رقم (2).

وبفرض ان المعدل (λ) له علاقة غير خطية بالمتغيرات المستقلة تأخذ شكل المعادلة رقم (6).

والعلاقة بين القيمة المتوقعة من المتغير العشوائي (y_i) والتنبؤ الخطي يمكن ان تكتب كالاتي (Nilsson and Nilsson, 2015 : 12):-

$$\lambda_i = exp(\sum_{j=0}^{p} \beta_j x_j) \qquad (7)$$

حيث ان $y_i \sim Po(\lambda_i), i = 0,1,\dots,k$:

ولتقدير معالم أنموذج انحدار بواسون تستخدم طريقة الامكان الاعظم لقياسات العينة حيث تعرف بأنها التوزيع المشترك لتلك القياسات ، فاذا رمزنا لدالة الامكان بالرمز (L) وبالتالي يتم تعريفها على النحو التالي (Nilsson and Nilsson , 2015 : 12):-

$$L(\beta) = \prod_{i=1}^{k} p(Y_i = y_i) = \prod_{i=1}^{k} \frac{\lambda_i^{y_i} e^{-\lambda_i}}{y_i!} = \frac{\prod_{i=1}^{k} \lambda_i^{y_i} e^{-\lambda_i}}{\prod_{i=1}^{k} y_i!} \qquad (8)$$

حيث ان (λ_i) هي دالة من. $\beta = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p)$

تقديرات الامكان الاعظم $\hat{\beta} = (\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_p)$ هي قيم من المعلمات التي تعظم دالة الامكان الاعظم. $L(\beta)$

لتسهيل العملية الحسابية ، وذلك باخذ اللوغاريتم لدالة الامكان الاعظم $L(\beta)$ حيث يمكن الحصول على تقديرات الامكان الاعظم من خلال تعظيم لوغاريتم الامكان الاعظم وبهذا نحصل على المعادلة التي يمكن كتابتها بالشكل التالي :

$$L(\beta) = -\sum_{i=1}^{k} log\, log\,(y_i!) + \sum_{i=1}^{k} y_i\, log\, log\,(\lambda_i) - \sum_{i=1}^{k} \lambda_i \qquad (9)$$

وباخذ المشتقة الاولى لمعادلة دالة لوغاريتم الامكان الاعظم ومساواتها بالصفر كما يأتي (ابو بكر،2019):-

$$\frac{\partial L}{\partial \beta} = \sum_{i=1}^{k} x_i \left(y_i - e^{x\beta}\right) = 0 \qquad (10)$$

ان المعادلة اعلاه لا تولد حلولاً صحيحة ونهائية لانها تؤدي الى مجموعة من المعادلات غير خطية ، لذلك يجب حلها باستخدام الطرق العددية التي تمثل الخوارزمية التكرارية لايجاد معاملات الانحدار التي تحقق الحد الاقصى لدالة الامكان الاعظم.(Hintze and Utah , 2007 : 325-2)

من بين الطرق التكرارية الاكثر شيوعاً لحل هذه المعادلة تم استخدامها للتحليل هي طريقة نيوتن رافسون (Newton-Raphson) .

لنحصل على تقدير المعلمة والتي تاخذ الشكل التالي (ابو بكر ، 2019 : 16):-

$$\hat{\beta} = \sum_{i=1}^{n} x_i\left(y_i - e^{x_i'\beta}\right) = 0 \qquad (11)$$

7.فروض أنموذج انحدار بواسون Assumptions of Poisson Regression

عند استخدام انحدار بواسون لتحليل بيانات ظاهرة معينة لابد من التحقق او التاكد من بعض الافتراضات من ان البيانات التي تريد تحليلها يمكن تحليلها باستخدام انحدار بواسون عند تحقق تلك الافتراضات من اجل الحصول على نتائج صحيحة يمكن الاعتماد عليها.

يقوم نموذج انحدار بواسون على ثلاثة افتراضات رئيسية (علي و جواد ، 2017 : 508 و 509):-

الافتراض الاول : ان الدالة الاحتمالية الشرطية لمتغير الاستجابة (y_i) عندما تكون معلمة التوزيع(λ) معلومة تتبع توزيع بواسون بمعلمة قدرها (λ) كما في صيغة التوزيع المبينة في المعادلة (1) المذكورة انفاً.

الافتراض الثاني : ان معلمة التوزيع في النموذج مساوية الى

$$\lambda_i = e^{x_i\beta} \qquad (12)$$

إذ ان :

x_i' : يمثل الصف i من مصفوفة المتغيرات التوضيحية X.

الافتراض الثالث : هناك استقلالية بين الازواج المرتبة للمتغيرين. (Xi,Yi)

اجمالاً وباعمام خواص توزيع بواسون على نموذج انحدار بواسون وفق الافتراضات الثلاثة ،يكون الوسط الحسابي والتباين لمتغير الاستجابةyi مساوياً الى :

$$E\left(\frac{y_i}{x}\right) = var\left(\frac{y_i}{x}\right) = \lambda_i = e^{x_i\beta} \qquad (13)$$

8.الحالات التي لا يستخدم فيها انحدار بواسون Cases where Poisson regression is not used

الحالات التي يتعذر فيها استخدام أنموذج انحدار بواسون والتي تعرف بالنقاط التالية (ابو بكر، 2019: 14):-

1- اذا احتوت بيانات y على اصفار ، فلن يستخدم انحدار عادة انحدار بواسون.

2- اذا كانت بيانات y غير صحيحة ، فلن يستخدم انحدار بواسون.

3- لا توجد فجوات بين قيم متغير الاستجابة ، على سبيل المثال (0 و 5) يتم تمثيل كل الاعداد الصحيحة بينهما من خلال احتمالات كبيرة هذا يعني على سبيل المثال اذا كانت بيانات y الخاصة بك يمكن ان تكون مضاعفات 5 فقط مثل (0 ، 5 ، 10 ، 15 ، وما الى ذلك) فلن يستخدم انحدار بواسون.

4- لا يوجد حد علوي مميز على y ، وهذا يعني انه اذا كانت بيانات y الخاصة بك مقيدة اعلاه كما هو الحال في استجابة الاستبيان التي يمكن ان تكون (0 أو 1 او 2 أو 3 او 4) مع عدم وجود شي اعلى فلن يستخدم انحدار بواسون.

5- اذا كان توزيع البيانات لمتغير الاستجابة ملتوي نحو اليسار فلن يستخدم انحدار بواسون لان توزيع بواسون ملتوي نحو اليمين.

9.الجانب العملي The Practical Side

إن تنفيذ الجانب التطبيق في بحثنا هذا تمثلت بالخطوات السابقة التي تم شرحها في الجانب النظري ، وطبقت على بيانات حقيقية تم اخذها من معمل السفن في مدينة الموصل وعددها (600) عينة (البدراني ، 2002) ، واستخدام البرنامج الاحصائي SPSS23 في التحليل الاحصائي وايضاً استخدمنا برنامج Matlab15b لرسم البيانات .

تم الحصول على النتائج الخاصة بالعينة المدروسة وكما موضحة بالخطوات التالية :-

أ- تقدير معلمات الانموذج **Estimate model parameters**

بعد تحليل البيانات باستخدام برنامج (SPSS23) حصلنا على النتائج التالية الموضحة في الجدول رقم (1) الذي يوضح معلمات أنموذج انحدار بواسون:-

جدول رقم (1) : القيم التقديرية لمعلمات نموذج انحدار بواسون

			95% Wald Confidence Interval		Hypothesis Test				95% Wald Confidence Interval for Exp(B)	
Parameter	B	Std. Error	Lower	Upper	Wald Chi-Square	df	Sig.	Exp(B)	Lower	Upper
(Intercept)	.794	.5140	-.213-	1.802	2.387	1	.122	2.213	.808	6.059
x	.254	.1965	-.131-	.639	1.666	1	.197	1.289	.877	1.894
(Scale)	1a									

حيث يتبين من الجدول رقم (1) ان قيمة = 0.794 β_0 وان قيمة = 0.254 β_1

بعد تقدير معلمات الانموذج β_0 و β_1 يمكن كتابة صيغة انموذج انحدار بواسون بالشكل التالي :-

$$\hat{y}_i = e^{0.794+0.254\, x_i} \qquad (14)$$

ب - التنبؤ **Predict**

بما ان الهدف من تحليل سلسلة المشاهدات بعد ايجاد الانموذج هو التنبؤ ، لذلك فباستخدام الانموذج الذي حصلنا عليه في المعادلة (14) فقد تم تقدير قيم عشرة (10) مشاهدات وذلك من تسلسل المشاهدة (591) الى المشاهدة (600) ، ومن ثم مقارنتها مع القيم الاصلية والموضح ذلك في الجدول (2) ، وكانت قيمة MSE تساوي 0.018 حيث ان:-

$$MSE = \frac{1}{m}\sum_{t=1}^{m} (y_t - \hat{y}_t)^2 \qquad (15)$$

وان :

yt: تمثل القيم الحقيقية او المشاهدات الاصلية .

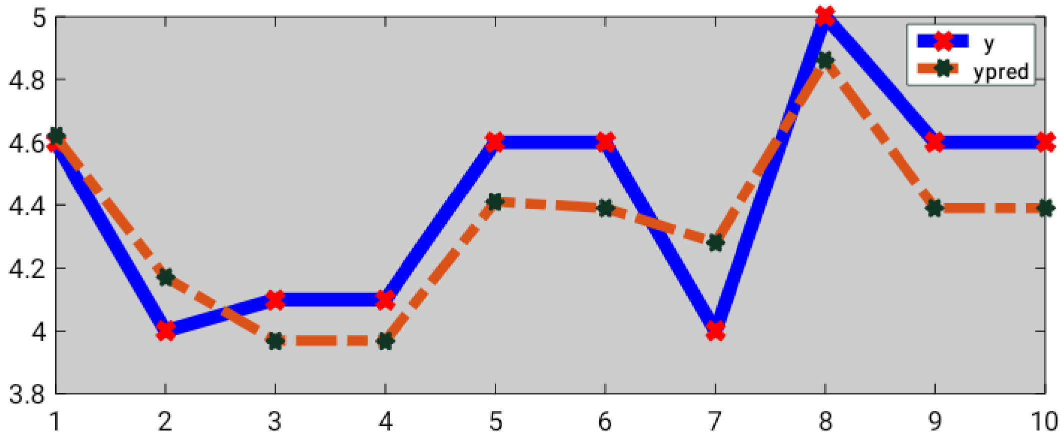
tŷ: تمثل القيم المتنبأ بها .

m: المجموع الكلي لعدد القيم المتنبأ بها.

جدول رقم (2) : القيم الحقيقة وقيم التنبؤ وقيمة **MSE** لعشرة مشاهدات تبدأ من التسلسل (591) الى (600)

الدورة Period	الاصلية y_i Original Values	المتنبأ $\hat{y}_i$ Forecasting Values
591	4.60	4.61
592	4.00	4.17
593	4.10	3.97
594	4.10	3.97
595	4.60	4.41
596	4.60	4.39
597	4.00	4.28
598	5.00	4.86
599	4.60	4.39
600	4.60	4.39
MSE	0.018	

وباستخدام برنامج Matlab15b يمكن توضيح نتائج المقارنة بين القيم الحقيقة والقيم المتنبأ بها في الشكل رقم (1) التالي :-



شكل رقم (1): مقارنة القيم الحقيقية**yi** والقيم المتنبأ بها **iŷ**

تبين من الشكل رقم (1) اعلاه تقارب القيم المتنبأ بها من القيم الاصلية ، حيث ان القيم الاصلية تمثل الرمز ◊ ، والقيم المتنبأ بها تمثل الرمز *.

10. الاستنتاجاتConclusions

من خلال ما تم تطبيقه في الجانب العملي تم التوصل الى عدة استنتاجات :

1- استخدمنا أنموذج انحدار بواسون وتوصلنا الى ان القيم المتنبأ بها قريبة جداً من القيم الاصلية.

2- طريقة الامكان الاعظم فشلت في التقدير ولذلك تم اللجوء الى التحليل العددي في ايجاد المقدر.

11.التوصياتRecommendations

على ضوء الاستنتاجات التي توصلنا اليها يمكن اجمال التوصيات التالية :-

1- من خلال دراستنا أنموذج انحدار بواسون للتحليل يلاحظ وجود عدة طرق لتقدير معلمات الانحدار ، لذا نوصي دراسة مقارنة عدة طرائق تقدير معلمات نموذج انحدار بواسون.

2- نوصي بتطبيق أنموذج انحدار بواسون من خلال الاعتماد على اكثر من متغير توضيحي واحد .

3- نوصي باخذ متغيرات حقيقة فئوية ليكون التحليل اكثر دقة.

4- نوصي دراسة أنموذج انحدار بواسون اللامعلمي والشبه اللامعلمي.

5- نوصي بدراسة انموذج انحدار بواسون عندما تعاني البيانات من قيم متطرفة.

12. المصادر References

1- البدراني ، ظافر رمضان ، 2002 ، دراسة في تشخيص نظم السيطرة التصادفية مع إشارة خاصة الى اسلوب فضاء الحالة والاستقرارية ، اطروحة دكتوراه ، كلية علوم الحاسبات والرياضيات ، جامعة الموصل.

2- ابو بكر ، غريبة محمد ، 2019 ، انحدار بواسون مع تطبيق عملي باستخدام برنامج R ، جامعة سبها- كلية العلوم ، قسم الاحصاء.

3- الجمال ، زكريا يحيى ، عبد الله ، غادة يوسف ، 2019 ، اختيار المتغيرات في أنموذج انحدار بواسون باستخدام خوارزمية الاعشاب الضارة ، المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (30) 2019 ، منشور 2019/12/1.

4- العاني ، ايمان حسن ، جبر، حيدر ، 2016 ، استعمال نماذج انحدار بواسون المختلط للبيانات الطويلة لتحليل صفات دم الاغنام ، مجلة القادسية للعلوم الادارية والاقتصادية ، المجلد :18،العدد:2 لسنة 2016 ، قبول النشر 2014/12/4.

5- علي ، لمياء محمد ، جواد ، ايثار حسين ، 2017 ، مقارنة بين طريقة بيز وطريقة الامكان الاعظم الكاملة لتقدير أنموذج انحدار بواسون الهرمي وتطبيقها على وفيات الامهات في بغداد ، مجلة العلوم الاقتصادية والادارية ، العدد:101 ، المجلد:23 ، قبول النشر 2017/4/25.

6- نوري ، زكريا يحيى ، عبد اللطيف ، احمد مطلك ، 2019 ، اختيار المتغيرات في نموذج انحدار بواسون باستخدام طرائق الامكان الجزائية ، مجلة الادارة والاقتصاد/السنة 42 - العدد:2019/118 ، ISSN:1813-6729 ، قبول النشر 2018/2/21.

7 - Avcı Esin , Alturk Sibel, Soylu Elif Neyran , 2015 , Comparison Count Regression Models for Overdispersed Alga Data , www.arpapress.com/Volumes/Vol25Issue1/ IJRRAS_25_1 _01 , IJRRAS 25 (1) October 2015.

8 - David Mihaela , Jemna Dănuț-Vasile , 2015 , Modeling the Frequency of auto Insurance Claims by Means of Poisson and Negative Binomial Models , Scientific Annals of the “ Alexandru Ioan Cuza” University of Iaşi Economic Sciences , 62 (2) , 2015.

9 - Hintze Jerry L., Utah Kaysville , 2007 , Descriptive Statistics , Means , Quality Control , and Design of Experiments , NCSS Statistical System , 329 North 1000 East , Kaysville , Utah 84037, Phone (801) 546-0445, Fax (801) 546-3907, Copyright 2007.

10 - Muoka Alexander Kasyoki , Ngesa Oscar Owino , Waititu Anthony Gichuhi , 2016 , Statistical Models for Count Data , Science Journal of Applied Mathematics and Statistics, ISSN: 2376-9491 (Print), ISSN: 2376-9513 (Online).

11 - Nilsson Philip , Nilsson Sebastian, 2015 , Application of Poisson Regression on Traffic Safety , Royal Institute of Technology School of Engineering Sciences , KTH SCI , SE-100 44 Stockholm, Sweden.

12 - Saraiva Erlandson F. , Suzuki Adriano K. , Filho Ciro A. O. , Louzada Francisco , 2016 , Predicting football scores via Poisson regression model:applications to the National Football League , Communications for Statistical Applications and Methods , Vol. 23, No. 4, 297–319, Print ISSN 2287-7843 / Online ISSN 2383-4757.