المجلة العراقية للعلوم الإحصائية

www.stats.mosuljournals.com

لوحة السيطرة بيتا لمراقبة النسب مع التطبيق

اسيل قاسم عبد الكريم و خالدة احمد محمد الحمداني

قسم الاحصاء والمعلوماتية ، كلية علوم الحاسوب والرياضيات ، جامعة الموصل ، الموصل ، العراق

معلومات النشر

تاريخ المقالة:
تم استلامه في 10 شباط 2020
تم القبول في 11 اذار 2021
متاح على الإنترنت في 1 حزيران 2021

الكلمات الدالة:
توزيع بيتا،سيطرة بيتا

المراسلة:
اسيل قاسم عبد الكريم
aseel.csp155@student.uomosul.edu.iq

الخلاصة

تم في هذا البحث باستخدام لوحة بيتا لمراقبة بيانات الكسر (وهي إحدى لوحات الصفات النوعية) تعرض لوحة بيتا حدود السيطرة لها بناء على التوزيع الاحتمالي بيتا وتم تطبيق هذه اللوحة على مجموعة بيانات خاصة بنسب الفول السوداني الملوث بالمواد السامة ل34 دفعة بوزن 120 رطلاً ومن ثم مقارنتها مع لوحة شيوارت التقليدية لوحة (p) ومن ثم يتم اجراء دراسة الحساسية لمقارنة كلتا اللوحتين في حالتين : تحت السيطرة (in control) وخارج نطاق السيطرة (out of control) , وباستخدام عدة قيم لمتوسط النسب وبأحجام عينات مختلفة ويتم التقييم بالاعتماد على أحد المعايير التي تقيس كفاءة اللوحة ألا وهو معدل طول التشغيل (average run length) لكلتا الحالتين ويكون معدل التشغيل في الحالة الأولى دالة للخطأ من النوع الاول وفي الحالة الثانية يكون دالة للخطأ من النوع الثاني لمقارنة اللوحات ولكشف الانحراف في العملية. وقد أكد تحليل الحساسية باستخدام عدة قيم لمعدل الكسر(النسب) الاداء المتفوق للوحة بيتا مقارنة بلوحة p مما نتج عن التقريب المقترح قيمة معدل طول التشغيل ARLo في حالة السيطرة أكبر بقليل ، وان قيمة معدل طول التشغيل في حالة خارج السيطرة ARL1 كان أصغر بكثير.

DOI: https://doi.org/10.33899/iqjoss.2021.168379 , ©Authors, 2021, College of Computer & Mathematical Science, University of Mosul, Mosul
This is an open access article under the CC BY 4.0 license (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

1 - مقدمة Introduction

تؤدي لوحات السيطرة النوعية دوراً مهما في عملية المراقبة الاحصائية ، إن عمليات السيطرة الإحصائية ((Statistical Process Control (SPC عادة ماتستخدم في مراقبة واكتشاف التحولات في عمليات الإنتاج ، وتعد لوحات السيطرة للصفات (Attribte) أدوات مهمة موجودة في عمليات السيطرة الإحصائية (SPC) لمراقبة العمليات باستخدام البيانات المتقطعة(discrete data) . وكانت لوحتا p و np أكثر شيوعًا لرصد الوحدات غير المطابقة ، والتي طورها Shewhart في عام 1924. ثم طورت لتكون أكثر حساسية للكشف عن الانحرافات في العملية الانتاجية . يتم حساب تقديرات المتوسط والتباين للبيانات بافتراض ان التوزيع الاحتمالي لها هو توزيع ثنائي الحدين وبمعلمتي n و p لعدد الوحدات غير المطابقة ، ويتم حساب حدود السيطرة بناءً على التقريب للتوزيع الطبيعي (Normal distribution approximation) للبيانات ان المتغيرات من النوع الكسرية (Fraction type) هي مشاهدات مُعَبَّر عنها في الفترة [0،1] . وفي هذه البحث يقع الكسر ضمن الفترة [0،1] التي تمثل: (1) نسبة مئوية – النسبة بين رقمين من النوع المتقطع (فمثلا ، عدد الأجزاء المعيبة في دفعة إنتاج ما) ، و (2) النسبة – النسبة بين رقمين مستمرين (مثلا حجم الكحول في النبيذ) .وهناك بعض القواعد التي تتعامل مع افتراض التماثل والتقريب للتوزيع الطبيعي حيث في سنة (1989) أقترح كل من (Schader و Schmid) أن التقريب الطبيعي لتوزيع ذي الحدين يكون مناسباً اذا تحقق الشرطان الآتيان :

$np\,(1-p) \geq 9$ (i)

$0 < p \leq 0.5 \leq (1-p)$ عندما $np \geq 5$ (ii)

وبالمثل في (2003) وصف كل من (Fleiss, Levin وPaik) أن التقريب يكون مناسباً عندما تكون قيمة p تقع في هذه الفترة ($0.3 \le p \le 0.7$) و عندما تكون n كبيرة للغاية بالنسبة ل ($n\,p \ge 5$) و $n\,(1-p) \ge n$ بينما يبقى التباين ثابتاً $np(1-p)$. في حين أشار(Montgomery) في (2005) إلى أن التقريب الطبيعي لتوزيع ذي الحدين يكون مناسباً عندما :

(i) $np \ge 10$

(ii) $p\ (0.1 \le p \le 0.9)$

وفي الكثير من الدراسات ، تُستخدم لوحة p عندما تكون قيم المعلمة p صغيرة (الخ ... ;0.01 ; 0.05 ; 0.1 ;p = 0.001). في هذه الحالات ، يكون التوزيع ذو الحدين منحرفًا تمامًا، ويكون التقريب للتوزيع الطبيعي غيرمناسب ؛ لأنه يسمح بقيم سالبة أو أكبر من واحد . وفي عام (1991) اقترح Queensberry لوحة Q ذات الحدين (Binomial Q Chart) لمراقبة البيانات الكسرية غير المطابقة باستخدام التحويل غير الخطي لحدود السيطرة ، وأظهر أنه يقترب من التوزيع الطبيعي أقرب إلى ذات الحدين . اما في (1996) فقد قدّم (Heiman) تعديلاً لحدود السيطرة في لوحة p لأحجام العينات الكبيرة sam-ple (n >10000) مشيرًا إلى أنه في هذه الحالة ، تكون حدود السيطرة ضيقة ، وبالتالي يزيد من معدل الإنذار الخاطئ (false alarm). كما اقترح كل من(SchwertmanوRayan) في (1997) تعديلا لحدود السيطرة للوحة nP لتطابق التقريب الطبيعي (Normal approximation) عندما ($p < 0.03$) . بينما أقترح (Chen) في (1998) تعديلا على حدود السيطرة للوحة P وقارنها بلوحة P التقليدية ولوحة Q ذات الحدين باستخدام معدل الإنذار الخاطئ . اما في (2008) فقد قام كل من (Sim وLim) بتكييف لوحة السيطرة للصفات لرصد البيانات ذات القيمة الصفرية واستخدما الفاصل الزمني (Blyth-Still) مع 3σ لحساب حدود السيطرة على افتراض أن هذه البيانات تتبع التوزيع ذا الحدين وبواسون . وقارن (Bourke) في عام (2008) الأداء لأربع لوحات سيطرة من خلال مراقبة تحولات الجزء غير المطابق في العمليات الصناعية. ومن ثم لاحظ أوجه التشابه في أداء لوحة السيطرة التركيبي(Synthetic control chart) ولوحة np على مدى فترة زمنية طويلة من عملية السيطرة. ولأغراض مماثلة قارن (Aebtarm وBouguila) في (2011) الأداء لاحدى عشرة لوحة سيطرة لرصد العيوب مع توزيع بواسون . عندما يكون توزيع البيانات في العملية الصناعية غير مثماثل يزداد معدل الانذار الخاطئ مع عدم التناسق بسبب التناقض بين شكل توزيع البيانات والتوزيع الطبيعي لها . واقترح (Nelson) في هذه الحالات افتراض أن توزيع البيانات معروف وانشاء لوحة سيطرة بحدود دقيقة يوفّر معدلات إندار خاطئة مرغوبة . لقد تم في هذا البحث بتطبيق لوحة بيتا للسيطرة على متغيرات من نوع الكسر في العمليات الصناعية . حيث تفترض لوحة السيطرة هذه أنه يمكن تقريب بيانات الكسرية عن طريق توزيع بيتا وبناء حدود سيطرة جديدة بناءً على هذا التوزيع . تم تطبيق لوحة بيتا على بيانات نسبة الفول السوداني الملوث على كل من لوحتي بيتا للسيطرة ولوحة شيوارت ((Shewhart (p)) التقليدية لأغراض المقارنة باستخدام البرامجيتين Minitab , R .

2- هدف البحث

تم استخدام لوحة السيطرة بيتا(Beta control chart) لمراقبة العمليات التي تقيس متغيرات من النوع الكسرية. وتعتمد لوحة السيطرة هذه على توزيع احتمالية بيتا لتقدير حدود السيطرة للبيانات الكسرية التى لها قيم مقيدة (Restricted) في الفترة الزمنية [1 , 0] . ومن ثم تطبيق اللوحة على بيانات ومقارنتها مع لوحة P ، ثم حساب تحليل الحساسية لعدة قيم من الكسور اي النسب .

3 – لوحة بيتا للسيطرة Beta Control Chart

يستخدم توزيع بيتا لنمذجة المتغيرات المستمرة المحددة ضمن الفترة الزمنية [1 ، 0] ، مثل المعدلات ،الكسور والنسب و كذلك توزيع بيتا ، يكون محددا أيضًا عندما يقتصر متغير قيد الاهتمام y على المدة الزمنية المستمرة [a , b] حيث إن a وb قيم معلومة و $a < b$ في هذه الحالات دون فقدان العمومية يمكن نمذجة $(y - a) / (b - a)$ بدلا من نمدجة y مباشرة . حيث إن y متغير عشوائي يتوزع بيتا . وصف Johnson واخرين في (1995) ، وان المتغير العشوائيy يتوزع توزيع بيتا بمعلمتي شكل و بدالة كثافة احتمالية لها تكون على النحو الآتي :

$$f(y;\Theta_1,\Theta_2) = \frac{\Gamma(\Theta_1+\Theta_2)}{\Gamma(\Theta_1)\Gamma(\Theta_2)}\, y^{\Theta_1-1}\,(1-y)^{\Theta_2-1} \qquad \text{وان} \quad 0 < y < 1$$

حيث إن $\theta_1 > 0$, θ_2هي معلمات الشكل للتوزيع و $\Gamma(\Theta)$ هي دالة كاما. وان متوسط توزيع بيتا و تباينه هما على التوالي:

$$E(y) = \frac{\theta_1}{\theta_1 + \theta_2} \qquad (1)$$

$$Var(y) = \frac{\theta_1\ \theta_2}{(\theta_1 + \theta_2)^2\ (\theta_1 + \theta_2 + 1)} \qquad (2)$$

وان دالة التوزيع التراكمي ((CDF)) لتوزيع بيتا

$$F(y;\theta_1\ ,\ \theta_2) = \int_0^y f(u;\theta_1\ ,\ \theta_2)du\ = \frac{B(y;\theta_1\ ,\ \theta_2)}{B(\theta_1\ ,\ \theta_2)}$$

حيث إن $B(\theta_1, \theta_2)$، هي دالة بيتا و $B(y\ ,\ \theta_1\ ,\ \theta_2)$ ؛ هي دالة بيتا غير الكاملة. حيث أن الدالة الكمية quantile (function) هي

$$\psi(\alpha;\theta1,\theta2) = F^{-1}\ (y;\theta_1\ ,\ \theta_2)$$

(Nadarajah و Gupta 2004)

أن توزيع بيتا متعدد الاستخدامات للغاية ، وله مجموعة متنوعة من التطبيقات (Johnson وآخرون 2005) في حين أن (ten Sant0Anna, Caten) افترض في سنة (2012) أن المتغيرات من نوع الكسرية والنسبة تتوزع توزيع بيتا ، وأن لوحة بيتا تستوعب بشكل طبيعي عدم تماثل نوع البيانات الكسرية والنسبة ، وتكون حدود السيطرة تقتصر على الفترة [1 , 0] إن هذه الخصائص للوحة بيتا مفيدة مقارنة باللوحات المعتادة التي تفترض التقريب الطبيعي ، مثل لوحتي p و np ، المعروفة التي ترصد الوحدات غير المطابقة . يتم تحديد حدي السيطرة االادنى (LCL) والأعلى (UCL) للوحة بيتا للسيطرة بواسطة

$$LCL = \bar{p} - W_1 \sqrt[2]{S^2\ (\bar{p})} \qquad ; \qquad UCL = \bar{p} + W_2 \sqrt[2]{S^2\ (\bar{p})}$$

حيث إن $\bar{p}$ و $S^2\ (\bar{p})$ يمثلان المتوسط وتباين المتوسط المتغير الكسري ، وان W_1, W_2 هما ثوابت مجدولة التي تحدد عرض منطقة السيطرة (Control rejoin) لغرض بناء حدود السيطرة للوحة بيتا ، بالاعتماد على قيم (n و $\bar{p}$) على الرغم من أن لوحة بيتا المقترحة يقدم أساسًا نظريًا صارمًا ، إلا أن هذا يعدّ نقطة سلبية في عدم تضمين هذه اللوحة في حزم البرامج الاحصائية المتوافرة حاليا . تعرض لوحة Beta المقترحة التطبيق العملي نفسه والبساطة التشغيلية كما في لوحة p التي اقترحها Shewhart حيث لا قيود على حجم العينة و اسلوب أخذ العينات. على سبيل المثال ، يمكن جمع أحجام العينات 10 أو 15 أو 20 و ستكون تحليلات الكشف عن التحولات في العملية بالكفاءة نفسها عندما يكون حجم العينات من 50 أو 100 أو 200 .لمراقبة العمليات طويلة الأجل ، يجب أن يتم إعادة تقييم حدود السيطرة بشكل دوري ، حتى لو لم يكن هناك دليل على وجود اختلافات ويسمح هذا الإجراء الديناميكي للوحة السيطرة بتوفير مراقبة فعالة واكتشاف مصادر التباين. (Bayer, eals , 2018)

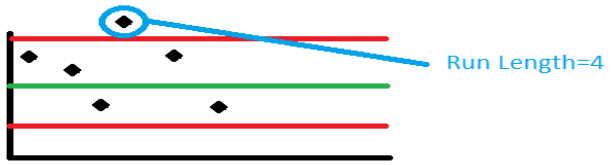
4 – تحليل الحساسية Sensitivity Analysis

هناك العديد من الأساليب لقياس كفاءة أداء لوحات السيطرة ، و يعّد معدل طول التشغيل (Average Run Length (ARL)) المقياس الأكثر استخداماً في عملية المراقبة الاحصائية لتقييم أداء حساسية لوحات السيطرة للكشف عن الانحرافات في مخرجات العملية . ويعدّ العالم (Pag) اول من استخدم مفهوم معدل طول التشغيل في عام (1954) وعرفه بأنه متوسط عدد العينات المفحوصة ، والتي تكون تحت السيطرة لحين حدوث مايشير الى أن العملية اصبحت خارج حدود السيطرة. (2005 ، Montgomery)

5 – إستخدام معدل طول التشغيل لتقيم أداء لوحة السيطرة Using Average Run Length to determine the performance of a control chart

في مجال اختبارالفرضيات الإحصائية يمكننا قياس الخطأ من النوع الاول α والخطأ من النوع الثاني β . ولا يمكن استخدام هذه الطريقة للوحات السيطرة ؛ لأن لوحات السيطرة هي سلسلة من العينات بحسب اختبارات فرضية العينة وبدلا من الخطأ التقليدي α و β المستخدم باختبار الفرضيات ، عادة مايستخدم متوسط طول التشغيل (ARL) لقياس أداء لوحات السيطرة . في الشكل (1 - 2) تم أخذ أربع عينات قبل أن تتجاوز نقطة ما حد السيطرة الأعلى ، طول التشغل هو متغيّر عشوائيّ يمكن أن يأخذ قيماً صحيحة فقط ، ونحن بحاجة الى استخدام القيمة المتوقعة أو متوسط طول التشغيل لقياس الأداء . (ARL) متوسط طول التشغيل هو القيمة

المتوقعة من طول التشغيل ، والذي يمثل العدد المتوقع للمجموعات الفرعية حتى تشير للوحة للخروج عن السيطرة أولاً . يتم الان حساب معدل طول التشغيل في الحالتين ، وهما :



الشكل (1 – 2) تحديد طول التشغيل للوحة

أولاً : حساب طول التشغيل في حالة العملية تحت السيطرة (Calculate Average Run Length In - Control)

متوسط طول التشغيل ARL_0

إن متوسط طول التشغيل (ARL_0) هو العدد المتوقع للعينات حتى تشير لوحة السيطرة الى مؤشر خروج اللوحة عن السيطرة مع العلم أنها تحت السيطرة . و يمكننا ايضا القول بأنه قد تم ارسال إنذار. خاطئ (false alarm) ، ولتعريف متوسط طول التشغيل (ARL_0) رياضياً فإنه يفسرعلى أنه دالة للخطأ من النوع الأول (α) ويعتبر معيارا لكلفة القرارات الخاطئة ويمثل كالاتي:-

α = Pr [مع العلم أن العملية تحت السيطرة | اشارات للخروج عن السيطرة]

$$\alpha = 1 - P\,[\,LCL < y < UCL \mid P = P_0\,]$$

حيث إن P_0 تمثل متوسط المتغيّر Y في حالة استقرار العملية وعدم حدوث تغيير فيها

ولاشتقاق متوسط طول التشغيل ARL_0 طول التشغيل احتمالية الاشارة خارج السيطرة

1	α
2	$(1-\alpha)\alpha$
3	$(1-\alpha)^2\,\alpha$
4	.....
:	.....
K	$\alpha^{K-1}\,(1-\alpha)$

وبهذا يكون معدل طول التشغيل

$$ARL_0 = E\,(RL_0) = \sum_{k=1}^{\infty} K\,(1-\alpha)^{K-1}\,\alpha$$

$$ARL_0 = \frac{1}{\alpha} \qquad (3)$$

فإذا لم يحدث تغييرفي العملية فاحتمال وقوع نقطة خارج حدي السيطرة فان $\alpha = 0.0027$

وبذلك فإن متوسط طول التشغيل يكون $ARL_0 = 1 / 0.0027 = 370.4$ وهذا يعني أنه في حالة استقرار العملية يتوقع حدوث مؤشر خارج السيطرة بعد فحص 370.4 عينة .

ثانيا : حساب طول التشغيل للعملية خارج السيطرة (Calculate Average Run Length Out - Control)

ان متوسط طول التشغيل يمثل العدد المتوقع للعينات من دون إشارة الى وجود مؤشر يشير الى خروج اللوحة عن السيطرة مع العلم أنها خارج حدود السيطرة وضمن دالة من الخطأ من النوع الثاني . اي افتراض ان تغيرا قد حدث في مخرجات العملية عن مركزها بعدد من الانحرافات الخطأ من النوع الثاني، وهو يقيس معدل عدد المواد المنتجة الرديئة ويمثل كالاتي:-

β = Pr [مع العلم أن اللوحة خارج حدود السيطرة | عدم الاشارة خارج السيطرة لعينة ما]

$$\beta = 1 - P\,[\,LCL < y < UCL \mid P = P_1\,]$$

1 – β = Pr [مع العلم أن اللوحة خارج حدود السيطرة | تظهر لوحة شيوارت اشارات لعينة ما]

وحيث إن $P_1 = P_0 + \lambda$ وان λ تمثل التغيّر الناتج في العملية وهو دالة للتباين و P_1 تمثل متوسط المتغير Y في العملية الخارجة عن السيطرة . ولاشتقاق متوسط طول التشغيل ARL_1

طول التشغيل احتمالية الاشارة داخل السيطرة

1	β
2	$\beta\,(1-\beta)$
3	$\beta^2\,(1-\beta)$
……	:
K	$(1-\beta)\quad \beta^{K-1}$

وبهذا فإن ARL_1 يحسب كما يأتي :

$$ARL_1 = E\,(RL_1) = \sum_{k=1}^{\infty} K \quad \beta^{K-1}\,(1-\beta)$$

$$ARL_1 = \frac{1}{(1-\beta)} \qquad (4)$$

وبهذا فان معدل طول التشغيل هو عدد النقاط المرسومة (المجموعة الجزئية) من بداية تغيير العملية وحتى حدوث اشارة خارجة عن السيطرة لمقارنة أداء لوحات سيطرة مختلفة من حيث قدرتها على كشف التغيرات . وبهذا نستطيع القول إن معدل طول التشغيل يستخدم لعرض اداء لوحة معينة للسيطرة أو لمقارنة اداء عدة لوحات للسيطرة . (Montgomery ، 2005) على الرغم من أن لوحة بيتا المقترحة يقدم أساسًا نظريًا صارمًا ، إلا أن هذا يعدّ نقطة سلبية في عدم تضمين هذه اللوحة في حزم البرامج الإحصائية

6 – الجانب التطبيقي

ولغرض إجراء تقييم أداء لوحتي P وبيتا تم استخدام مجموعة من البيانات الحقيقية لدراسة الفول السوداني الملوث بالمواد السامة في 34 دفعة من 120 رطلا المتغير المرصود هو نسبة الفول السوداني الملوث كما هو موضح في الجدول (1) **(السدحان ، 2010)**

الجدول (1) نسب الفول السوداني الملوث

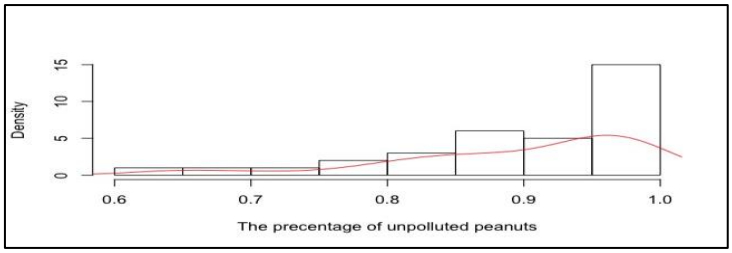
ت	البيانات	ت	البيانات
1	0.971	18	0.933
2	0.979	19	0.858
3	0.982	20	0.987
4	0.971	21	0.958
5	0.957	22	0.909
6	0.961	23	0.859
7	0.956	24	0.863
8	0.972	25	0.811
9	0.889	26	0.877
10	0.961	27	0.798
11	0.982	28	0.855
12	0.975	29	0.788
13	0.942	30	0.821
14	0.932	31	0.830
15	0.908	32	0.718
16	0.970	33	0.642
17	0.985	34	0.658

ولغرض دراسة تحليل هذه البيانات قمنا اولا بعمل توصيف لهذه البيانات كما هو موضّح في الجدول(2) (تم احتساب التباين بالصيغة العامة له)

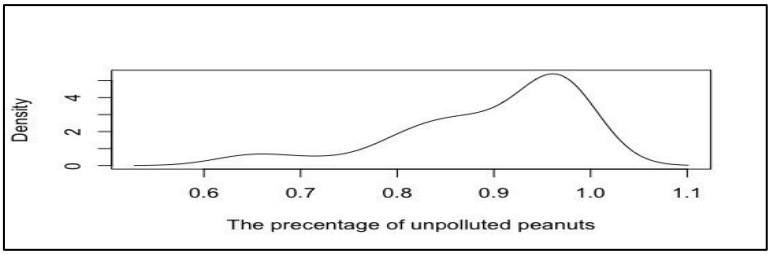
الجدول (2) الملخص الاحصائي لمتغير البيانات

المتغير	القيمة الصغرى	القيمة العظمى	المتوسط	التباين
Y	0.642	0.987	0.895824	0.00875

وبعد ذلك قمنا برسم كل من المدرج التكراري ودالة الكثافة الاحتمالية للمتغير قيد الدراسة (نسبة الفول السوداني الملوث) وكما هو موضح في الشكلين (1) (2) .



الشكل (1) المدرج التكراري للبيانات



الشكل (2) دالة الكثافة الاحتمالية للبيانات

ولتحديد التوزيع الاحتمالي للبيانات قمناباختبار الفرضية الآتية :

H_0 : البيانات تتوزع توزيع بيتا

H_1 : البيانات لا تتوزع توزيع بيتا

تم إجراء كل من الاختبارات التالية اختبار Kolmogorov _ Smirnov ، اختبار حسن المطابقة Chi _ Squared واختبار Anderson_ Darling وعن طريق مقارنة قيم المختبر الاحصائي مع القيم الحرجة عند مستوى معنوية 0.05 ، $\alpha = 0.01$ تبين أن قيم المختبر الاحصائي اصغر من القيم الحرجة اي انها تقع ضمن منطقة القبول ، وكما هو موضح في الجدول (3) مما يؤيد ان البيانات تتوزع توزيع بيتا .

الجدول (3) اختبارات حسن المطابقة

		Kolmogorov	- Smirnoff	test	
				34 0.11314 0.73469 4	حجم العينة الاحصاءة قيمة P الرتبة
0.01	0.02	**0.05**	0.1	0.2	α
0.27279	0.25429	**0.22743**	0.20472	0.17909	القيمة الحرجة (الجدولية)
NO	NO	**NO**	NO	NO	الرفض
		Chi -	Squared		
				2 0.1817 0.91315 1	درجة الحرية الاحصاءة قيمة P الرتبة
0.01	0.02	**0.05**	0.1	0.2	α
9.2103	7.824	**5.9915**	4.6052	3.2189	القيمة الحرجة
NO	NO	**NO**	NO	NO	الرفض
		Anderson	Darling		
				34 0.79677 4	درجة الحرية الاحصاءة الرتبة
0.01	0.02	**0.05**	0.1	0.2	α
3.9074	3.2892	**2.5018**	1.9286	1.3749	القيمة الحرجة
NO	NO	**NO**	NO	NO	الرفض

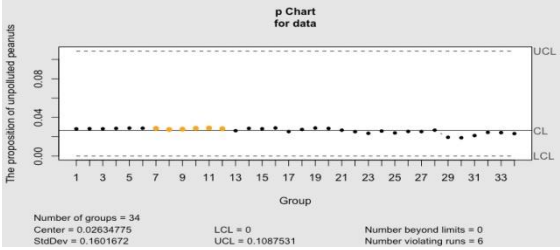
7 – تحليلات المقارنة لوحتي بيتا وشيوارت (p) على نسب الفول السوداني الملوث

تم حساب حدود السيطرة عن طريق الرسم البياني لاحتمالية الانذارات الكاذبة (false alarm) في عملية المراقبة بناءً على التوزيع الطبيعي للوحة (p) لشيوارت وبناءً على توزيع بيتا للوحة بيتا و الجدول (4) يبين حدود السيطرة المحسوبة باستخدام تقديرات العينة لكلتا اللوحتين.

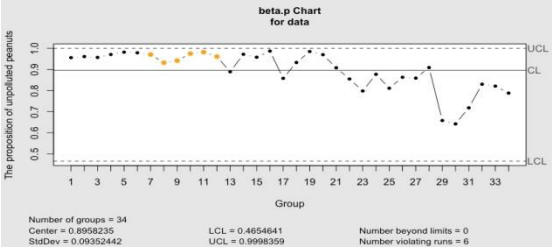
الجدول (4) حدود السيطرة للوحتي P وبيتا

	UCL	LCL	T
Shewhart	0.1087531	0	0.02364775
Beta	0.9998359	0.4654641	0.8958235

ومن ثم تم رسم كل من لوحتي P وبيتا ، لغرض مقارنتها كما في الشكلين المتتالين (3) و (4) على التوالي وفق البيانات المستخدمة.



الشكل (3) لوحة P شيوارت



الشكل (4) لوحة بيتا للسيطرة

من خلال ملاحظة الشكلين (3) و(4) أظهرت لوحة بيتا التغيرات الحاصلة في العملية بشكل أكثر وضوحا من لوحة P حيث إن النقاط قبل العينة 23 كانت فوق خط الهدف ومابعد العينة 23 ظهرت معظمها تحت خط الهدف ، فهذا يدل على السلوك غير الطبيعي لحجم السموم في المنتج اما لوحة p فلم تتمكن من توضيح السلوك الغير طبيعي لعملية السيطرة .

8 – تقييم الأداء للوحتي بيتا وشيوات Evaluation performance between shewart and beta chart

نقوم الآن بإجراء دراسة لمقارنة لوحة شيوارت وبيتا في في حالتين هما تحت السيطرة (in – control) وخارج نطاق السيطرة (out of control) بحساب متوسط طول التشغيل لقيم مختلفة من $\bar{p}$ و n وثم إجراء تحليل الحساسية باستخدام البرامجية الحسابية R ، بالنسبة لحالة تحت السيطرة نقوم بحساب ARL_0 من المعادلة (3) ، وبالنسبة للعملية خارج السيطرة يتم حساب ARL_1 من المعادلة (4) وكما أشرنا سابقا فإن ARL_0 هو دالة للخطأ من النوع الأول في حين ARL_1 هودالة للخطأ من النوع الثاني .

الجدول (5) مقارنة لقيم كل من ARL لكل من لوحتي شيوارت وبيتا للقيم $\lambda = 0.01$ $n = 250$ $P_0 = 0.01$ و $\lambda = 0.01$ $n = 2000$ $P_0 = 0.001$

	N / $\bar{p}$	2000 LCL	UCL	α	β	ARL	n / $\bar{p}$	250 LCL	UCL	α	β	ARL
Shewhart	**0.001**	-0.00112	0.031	0.0032		**312**	**0.001**	-0.004996	0.01898	0.0042		**238**
	0.002	-0.00096	0.00 4996		0.9	**10**	**0.02**	-0.006562	0.04696		0.88	**8**
	0.003	-0.0067	0.006671		0.03	**1**	**0.03**	-0.00266	0.06266		0.707	**3**
	0.005	0.0002687	0.0097313		0.21	**1**	**0.05**	0.0038	0.09135		0.120	**1**
	0.01	0.003325	0.016675		0.02	**1**	**0.01**	-0.00887	0.02887		0.1	**1**
Beta	**0.001**	0.00002	0.0049	0.0027		**370**	**0.01**	0.00028	0.043	0.0027		**730**
	0.002	0.000014	0.0071		0.003	**1**	**0. 02**	0.00231	0.063		0.860	**7**
	0.003	0.0004	0.009		0.004	**1**	**0. 03**	0.0059	0.079		0.560	**2**
	0.005	0.0013	0.0123		0.006	**1**	**0.05**	0.0157	0.107		0.072	**1**
	0.01	0.004	0.0194		0.001	**1**	**0. 01**	0.0482	0.173		0.001	

الجدول (6) مقارنة لقيم كل من ARL لكل من لوحتي شيوارت وبيتا للقيم $\lambda = 0.02$ $n = 350$ $P_0 = 0.1$ و P_0 $\lambda = 0.002 = 0. 1$ $n = 75$

	n / $\bar{p}$	350 LCL	UCL	α	β	ARL	n / $\bar{p}$	75 LCL	UCL	α	β	ARL
Shewhart	**0.1**	-0.3563	0.25213	0.0032		**333**	**0.1**	-0.00392	0.20392	0.003		**333**
	0.12	0.10329	0.13671		0.95	**20**	**0.12**	0.00743	0.2325		0.97	**33**
	0.15	0.09274	0.20725		0.50	**2**	**0.15**	0.02631	02736		0.92	**13**
	0.2	0.13586	0.2641		0.015	**1**	**0.2**	0.06144	0.33856		0.72	**4**
	0.3	0.22652	0.37348		0.21	**1**	**0.3**	0.14126	0.45874		0.2	**1**
Beta	**0.1**	0.054	0.156	0.0027		**370**	**0.1**	0	0.261	0.027		**370**
	0.12	0.0712	0.172		0.966	**31**	**0.12**	0.0250	0.293		0.971	**34**
	0.15	0.092	0.217		0.905	**11**	**0.15**	0.375	0.324		0.905	**11**
	0.2	0.135	0.264		0.650	**3**	**0.2**	0.65	0.395		0.65	**3**
	0.3	0.225	0.382		0.104	**1**	**0.3**	0.1312	0.519		0.104	**1**

من خلال ملاحظة الجدولين (5) و(6) نجد أن حساسية لوحات السيطرة التي تم فحصها عندما (P = 0.001) وحجم العينة 2000 لاحظنا أن $ARL_0 = 312$ للوحة شيوارت بينما كانت للوحة بيتا $ARL_1 = 370$ على الرغم من أن لوحة شيوارت توفر اكتشافات سريعة للتحولات في قيم المعلمات : $\bar{p}$ = (0.002 , 0.003 , 0.005 , 0.01) ولكن لوحة بيتا تظهر حساسية أكثر لاحتمال الانذار الخاطئ (false alarm) والاداء في اكتشاف التغيرات (detecting changes) مقارنة بلوحة شيوارت وبالمثل يحدث لقيمة المعلمة ($\bar{p}$ = 0.01 , 0.02 , 0.03 ,0.05) و n = 250 حيث تقدم لوحة بيتا أداء أفضل في اكتشاف التغيرات عندما P = 0.1 و n = 75 فان حدود السيطرة للوحة شيوارت في حالة تحت السيطرة تؤثر حدود السيطرة في الاداء غير المناسب . حيث تظهر حدود السيطرة هذه اوجه التشابه والأداء الأفضل عندما P = 0.1 و n > 250 . تفرض حدود السيطرة المقترحة في لوحة بيتا أن متوسط طول التشغيل $ARL_0 = 370$ باحتمالية 0.9973 اي ان $\alpha = 0.0027$ مع اكتشاف اسرع للتحولات لجميع حالات الخروج عن السيطرة ذات القيم الاقل . نظرا لكون التوزيع ذي الحدين وهو من التوزيعات المتقطعة يتم اقتطاع (truncated) حدود السيطرة الدنيا ل 3σعند القيمة صفر. و القيمة $\alpha = 0.0027$ فإن لوحة السيطرة مع التقريب بالتوزيع الطبيعي تقدّم حدوداً ضيقة (narrow limits) تولد متوسط طول التشغيل ، ويكون اقل من 370 من العينات وانذارات خاطئة.

9 – تعريف حدود الشكل المغلق Definition of closed form limits

تم حساب حدودالسيطرة الدنياوالعليا لقيم النسب الصغيرة الآتية (P = 0.002 , 0.02 . 0.05 and0.1) وبأحجام عينات مختلفة حيث ان (np = 1 , 2 , ... , 10) فعلى سبيل المثال ننظر لقيم الحدود الدنيا للوحة شيوارت وبيتا عندما n = 100 و p = 0.02 نلاحظ أن الحد الأدنى للوحة Shewhart يساوي 0.022 – في حين أن الحد الأدنى للوحة Beta المقابلة له يساوي 0.000351 كما هو موضح في الجدول (7) حيث إن قيم لوحة بيتا تقع ضمن المدى [0 , 1] في حين لوحة شيوارت تكون قيم الحدود الدنيا لها موجبة عندما $p \geq 0.2$ | $np \geq 8$ بينما حدود السيطرة في لوحة بيتا مناسبة لاي قيم n و p ، لأن الحدود الخاصة بها لا تعتمد على حجم العينة n .

الجدول (7) حدود السيطرة للبيانات بواسطة لوحتي شيوارت وبيتا

			Shewart		Beta	
P	n	np	LCL	UCL	LCL	UCL
0.002	500	1	-0.00399	0.00799	0.000002	0.00757
0.02	50	1	-0.03939	0.07939	0.000023	0.07941
0.05	20	1	-0.09620	0.1962	0.000062	0.4191
0.2	5	1	-0.3366	0.736656	0.000073	0.6541
0.002	1000	2	-0.00223	0.006238	0.000032	0.00541
0.02	100	2	-0.022	0.062	0.000351	0.05291
0.05	40	2	-0.0533	0.1533	0.002251	0.2234
0.2	10	2	-0.1794	0.5799	0.0345	0.3124
0.002	1500	3	-0.00146	0.01238	0.000081	0.004520
0.02	150	3	-0.0142	0.0542	0.000621	0.04532
0.05	60	3	-0.0344	0.01344	0.004541	0.17271
0.2	15	3	-0.1098	0.5098	0.008125	0.4672
0.002	2000	4	-0.000009	0.00499	0.000215	0.00406
0.02	200	4	-0.0096	0.0496	0.00216	0.0414
0.05	80	4	-0.0231	0.1231	0.00651	0.1621
0.2	20	4	-0.06832	0.4683	0.02173	0.3113
0.002	2500	5	-0.0006	0.00468	0.000257	0.00375
0.02	250	5	-0.00656	0.04656	0.00257	0.0376
0.05	100	5	-0.01538	0.11538	0.0773	0.2765
0.2	25	5	-0.04	0.44	0.074	0.3560
0.002	3000	6	-0.000447	0.00444	0.000285	0.00357
0.02	300	6	-0.00424	0.04428	0.00287	0.0274
0.05	120	6	-0.00968	0.10966	0.00495	0.0397
0.2	30	6	-0.0191	0.4191	0.0213	0.2571
0.002	3500	7	-0.000026	0.004265	0.00312	0.00315
0.02	350	7	-0.00245	0.04245	0.00327	0.03314
0.05	140	7	-0.00525	0.10525	0.0215	0.2218
0.2	35	7	-0.002837	0.40283	0.0326	0.0412
0.002	4000	8	-0.0000119	0.004119	0.000359	0.002935
0.02	400	8	-0.001	0.041	0.00359	0.02825
0.05	160	8	-0.00169	0.010169	0.02341	0.1129
0.2	40	8	0.010263	0.3897	0.003567	0.0071
0.002	4500	9	0.000003	0.00398	0.000384	0.00396
0.02	450	9	0.00002	0.0397	0.00385	0.03261
0.05	180	9	0.00126	0.09873	0.02487	0.2063
0.2	45	9	0.021145	0.37888	0.03101	0.0361
0.002	5000	10	0.0000105	0.00389	0.000408	0.00322
0.02	500	10	0.001217	0.03878	0.00409	0.03215
0.05	200	10	0.003766	0.09623	0.01667	0.00886
0.2	50	10	0.0303	0.3697	0.0329	0.03166

10 – الاستنتاجات

عندما تم تطبيق البيانات الخاصة لنسب الفول السوداني الملوث على كل من لوحتي بيتا وشيوارت (P) تبين أن لوحة بيتا تودي نتائج أكثر دقة من لوحة شيوارت . أكد تحليل الحساسية باستخدام العديد من القيم الكسرية الأداء المتميز للوحة بيتا مقارنة بلوحة شيوارت (P) ونتج عن التقريب المقترح ARL_0 أكبر قليلاً ، وأن ARL_1 أصغر بكثير.

11-Reverence

1-Al-Sadhan, Abdullah Ibrahim, "Peanuts are among the most famous foods that are contaminated with aflatoxins." The International Agency for Research on Cancer puts aflatoxins in the list of primary causes of tumors, Riyadh Magazine, June 15, 2010, Issue 15331

2 - Aebtarm, S., & Bouguila, N. (2011). An empirical evaluation of attribute control charts for monitoring defects. Expert Systems with Applications, 38, 7869–7880

3 - Bayer , Fabio , Tondalob , Catia and Mulle , Fernanda ,(2018) " Beta regression control chart for monitoring fractions and proportions", Computers & Industrial Engineering 2018 1 – 23 April .

4 - Bourke, P. D. (2008). Performance comparisons for the Synthetic control chart for detecting increases in fraction nonconforming. Journal of Quality Technology, Milwaukee, 40(4), 461–475.

5 - Chen, G. (1998). An improved p Chart through simple adjustments. Journal of Quality Technology, Milwaukee, 30(2), 142–151

6 - Fleiss, J. L., Levin, B., & Paik, M. C. (2003). Statistical methods for rates and proportions (3rd ed.). New Jersey: John Wiley & Sons, p. 760 .

7 - - Gupta, A. K., Nadarajah, S., 2004. Handbook of Beta Distribution and Its Applications. CRC Press LLC.

8 - Heimann, P. A. (1996). Attribute control charts with large sample sizes. Journal of Quality Technology, Milwaukee, 28(4), 451–459

9- Lin, S. N., Chou, C. Y., Wang, S. L., & Liu, H. R. (2012). Economic design of autoregressive moving average control chart using genetic algorithms. Expert Systems with Applications, 39, 1793–1798 .

10 - Montgomery, D. C. (2005). Introduction to Statistical Quality Control (5th ed.). New York: John Wiley & Sons. 732p .

11 - Nelson, P. R. (1979). Control charts for Weibull processes with standards given. IEEE Transactions on Reliability, Knoxville, 28(3), 383–387 .

12 - Quesenberry, C. P. (1991). SPC Q charts for a Binomial parameter p: short and long runs. Journal of Quality Technology, Milwaukee, 23(3), 239–246

13 - Schader, M., & Schmid, F. (1989). Two rules of thumb for the approximation of the binomial distribution by normal distribution. The American Statistician, Alexandria, 43(1), 23–24

14 - Sim, C. H., & Lim, M. H. (2008). Attribute charts for zero-inflated process, communications in statistics – simulations and computation. Hamilton, 37(7), 1440–1452 .

15 - Schwertman, N. C., & Ryan, T. P. (1997). Optimal limits for attributes control charts. Journal of Quality Technology, Milwaukee, 29(1), 86

Beta control panel to monitor proportions with the app

Aseel K. Abed Al-Kareem **Khalida A. Mohamed**

Abstract: In this paper we use a beta Chart to monitor fracture data. The beta Chart displays its control limits based on the beta probability distribution. This Chart was applied to a data set of contaminated peanut proportions. With toxic substances for 34 batches weighing 120 pounds and then comparing it with the traditional Shewart Chart (p- Chart), then a sensitivity study is performed to compare both Charts in two cases: under control and out of control. Using several values of average ratios and with different sample sizes, the evaluation is based on one of the criteria that measures the efficiency of the the evaluation is done based on one of the criteria that measures the efficiency of the Chart , which is the Average Run Length (ARL) for both cases, and the operating average in the first case is a function of the type one error is for comparing Charts and in order to discover the shift in the proof the first type and in the second case it is a function of the type two error The second cases. Sensitivity analysis using several values of the fracture rate confirmed the superior performance of the beta Chart compared to the p Chart, resulting in the proposed approximation the value of the average operating length of ARLo in the control condition slightly greater and that the value of the average operating length in an out sidesce nario ARL_1 controls much smaller

Keyword: beta control chart , Beta distribution