

Stability Analysis of Flow in Thin Liquid Film Under Heat Effect

Zena Talal Al-Nuamy

zana-talal@uomosul.edu.iq

College of computer sciences and Mathematics

University of Mosul, Mosul, Iraq

Received on: 27/10/2010

Accepted on: 16/3/2011

ABSTRACT

This research is dedicated for analyzing the stability of system of flow equations for a delicate chip of a fluid exposed for medium heat ,where we found the growth of disturbance exist or not after making the system linearization it was shown through the results of analysis that these equations were in stable state when the real part of the wave velocity(α) is a negative quantity and it is unstable state when the real part of this velocity is positive quantity , We get stability and this happens when the Reynold's number is positive quantity i.e. $R>0$. and when $\alpha>0$ we get unstable state and this happens when the heat conductivity is a positive quantity.

Keywords: Stability Analysis, Dimensional analysis, System Linearization, Wave velocity , Reynold's number

تحليل الاستقرارية لجريان شريحة رقيقة لمائع تحت تأثير الحرارة

زينة طلال النعيمي

كلية علوم الحاسوب والرياضيات، جامعة الموصل

تاريخ قبول البحث: 2011 / 3 / 16

تاريخ استلام البحث: 2010 / 10 / 27

المخلص

هذا البحث مكرس لدراسة تحليل الاستقرارية لمنظومة من معادلات الجريان لشريحة رقيقة من مائع متعرض لتأثير حرارة الوسط إذ تمكنا من إيجاد نمو الاضطراب من عدمه وذلك بعد جعل النظام خطي. وتبين من نتائج التحليل أن هذه المعادلات تكون مستقرة عندما يكون الجزء الحقيقي لسرعة الموجة (α) كمية سالبة، وتكون غير مستقرة عندما يكون الجزء الحقيقي لهذه السرعة كمية موجبة نحصل على الاستقرار وهذا يحدث عندما يكون عدد رينولد كمية موجبة اي $R > 0$ ، وعندما $\alpha > 0$ نحصل على عدم الاستقرار وهذا يحدث عندما تكون قابلية توصيل الحرارة كمية موجبة.

الكلمات المفتاحية: تحليل الاستقرارية ، التحليل البعدي ، النظام الخطي، سرعة الموجة ، عدد رينولد

1- المقدمة

توفر الدراسات التي أجريت على استقرارية الشرائح الرقيقة للموائع معلومات قيمة عن الاستخدامات المتعددة في الهندسة الكيميائية والميكانيكية والبيولوجية.

إن الأغشية الرقيقة للموائع موجودة في العديد من الأنظمة على سبيل المثال أغشية المائع الرقيقة ذات الصلة بسلوكية الطفو ورغوة واندماج الفقاعات وقد تكون الشريحة الرقيقة من المائع غير مستقرة عندما تصبح رقيقة جداً. ولإيضاح عدم استقرارية الأغشية أظهر Hamaker [2] أن هناك ضغطاً مسلطاً على الشريحة الرقيقة بين طورين مكتفين لذلك فان الطاقة لكل وحدة حجم تختلف عن الطاقة التي تتولد من الطور الحجمي للمادة التي تولد شريحة المائع.

أما Scheludko [2] فقد درس عدم استقرارية الشريحة الرقيقة بسبب تضخيم الذبذبات التلقائية بواسطة ضغط إضافي سالب متولد عن Van der Waals Potential ووفقاً لنتائجه يزداد ضغط Van der Waals غير الرابط مع تناقض سمك الشريحة وإذا ما تم تشويش الشريحة الرقيقة فان الضغط غير الرابط السالب يحدث ضغطاً فعالاً أكبر أسفل الموجة مما عليه في الأعلى وهذا الضغط الفعال الأكبر سيحشر المائع من المنطقة الأكثر

رقة إلى المنطقة الأكثر سمكاً للشريحة الرقيقة وعند حدوث هذا الحشر ستقل سماكة الشريحة بصورة مستمرة حتى حدوث التمزق وقد تم إجراء دراسات وأبحاث عن إيجاد الظروف الحاسمة لحدوث هذا التمزق. إن زمن التمزق لشريحة المائع مهمة لدمج العلوم بميكانيك الموائع [2].

وفي العام 1916 م قام Nusselt [11] بدراسة تكثيف البخار على سطح عمودي ومنذ ذلك الحين أجريت دراسات عديدة عن تكثيف وتبخير الشرائح الرقيقة للموائع وتحت تأثير ظروف مختلفة حيث أن غالبية الدراسات تمت في ظروف ضغط بخار ثابت ودرجة حرارة ثابتة وهكذا درست استقرارية وانتقال الحرارة لأنظمة مستقرة حيث تعد الشريحة باتجاه الأسفل غير مستقرة بسبب عدم استقرارية Reyleigh - Taylor وعدم الاستقرارية هذه تنتج عن تشكيل أمواج على الشريحة الرقيقة للمائع وتستمر هذه الأمواج بالنمو حتى تكون نقاط متدلنية حيث أن الشد السطحي يعيق العملية ويمكن إعاقة العملية أكثر بزيادة التكثيف عند مجرى الأمواج بسبب السمك الموضعي ونسبة التكثيف العليا للبخار المشبع على الشريحة المتموجة غير المستقرة على أي حال فإن الحشر أو الرص لأي تكثيف غير منتظم في حالة استقرارية الشريحة الرقيقة عامة يهمل في الجاذبية الأرضية مقارنة بقوى الجسم [1].

إن الطاقة الحرة للشريحة الرقيقة من المائع تتكون من الشد السطحي وقوى جزيئية بينية حجميه لا خطية ناتجة عن Van der Waals وتفاعلات الشد المرن والهدرجة [8].

أظهر تحليل الاستقرارية التيرموديناميكية أن الشد السطحي يزيد من استقرارية الشريحة بينما قوى Van der Waals مع قيم موجبة لثابت Hamaker تقلل الاستقرارية بينما القيم السالبة لثابت Hamaker تؤدي إلى الاستقرارية [8]

إن مجالات تطبيق هذا البحث تعتمد على أنظمة تكثيف الأبخرة حيث تستخدم هذه الأنظمة في مجالات هندسية واسعة حيث أن الأنواع المختلفة لشريحة المائع تدخل في الصناعات الكيمائية الهندسية والطعام والصناعات الدوائية، حيث انه من الضروري الحفاظ على مصادر الطاقة وذلك لتحسين كمية الإنتاج ولزيادة كفاءة أنظمة التبخير والتكثيف ويمكن التغلب على هذه المشاكل بسهولة عن طريق نمذجة التبادل الحراري للمائع في مختلف الشرائح كعمليات نقل الحرارة من الوسط إلى الطبقة الرقيقة للمائع المتحرك [9].

2-النموذج الرياضي :

ليكن لدينا مائع على شكل شريحة رقيقة غير قابلة للانضغاط وغير معرضة إلى قوى خارجية وتحت تأثير حرارة الوسط في النظام ثنائي البعد. ويفرض أن الشريحة متناظرة مع الإحداثي العمودي سنحصل على المعادلات التالية [9]:

$$\frac{\partial u'}{\partial t'} + u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + v' \frac{\partial u'}{\partial y'} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x'} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} \right) \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t'} + u' \frac{\partial v'}{\partial x'} + v' \frac{\partial v'}{\partial y'} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial y'} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 v'}{\partial y'^2} \right) \dots \dots \dots (2)$$

إن صيغة معادلة الاستمرارية للجريان غير قابل للانضغاط في النظام الثنائي البعد هي:

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0 \dots \dots \dots (3)$$

أما صيغة معادلة الطاقة فهي :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u' \frac{\partial T}{\partial x'} + v' \frac{\partial T}{\partial y'} = a \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y'^2} \right] \dots \dots \dots (4)$$

حيث أن $u'(x,y,t)$, $v'(x,y,t)$ هما المركبتان العمودية والأفقية لسرعة الجريان ، $p'(x,y,t)$ هو الضغط و μ تمثل لزوجة المائع و ρ هي الكثافة ، $T(x,y,t)$ هي درجة حرارة الوسط ، a تمثل معامل انتشار الحرارة.

في نظرية التزيت يكون الحد $\frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2}$ مهمل بالمقارنة بالحد $\frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2}$ بسبب أن $\frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} \ll \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2}$ لذلك فان المعادلات (1) و (2) و (4) يمكن تبسيطها بالشكل التالي:

$$\frac{\partial u'}{\partial t'} + u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + v' \frac{\partial u'}{\partial y'} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x'} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} \right) \dots \dots \dots (5)$$

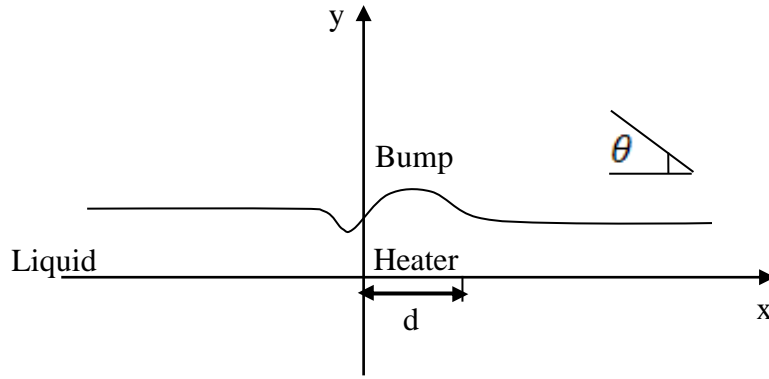
$$\frac{\partial v'}{\partial t'} + u' \frac{\partial v'}{\partial x'} + v' \frac{\partial v'}{\partial y'} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial y'} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v'}{\partial y'^2} \right) \dots \dots \dots (6)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0 \dots \dots \dots (7)$$

$$\frac{\partial T'}{\partial t'} + u' \frac{\partial T'}{\partial x'} + v' \frac{\partial T'}{\partial y'} = a \left(\frac{\partial^2 T'}{\partial y'^2} \right) \dots \dots \dots (8)$$

3- التحليل البُعدي (Dimensional analysis):-

لغرض إيجاد المعادلات اللا بعدية للمعادلات (5) و (6) و (7) و (8) سوف نفرض بعض القيم اللا بعدية وعلى افتراض إن θ هي الزاوية الناتجة من ارتفاع سطح المائع عن المحور X بسبب تأثير الحرارة، و d هي مسافة ثابتة معلومة وكالاتي [6] :



$$x' = xd , \quad y' = yd , \quad t' = t\sqrt{d/g} , \quad u' = u\sqrt{dg}$$

$$v' = v\sqrt{dg} , \quad p' = p dg , \quad T' = \theta T$$

وبتعويض الكميات والقيم اللا بعدية في المعادلات من (5) - (8) نحصل على المعادلات اللا بعدية لمعادلة طبقة رقيقة من مائع جاري تحت تأثير الحرارة وكالاتي:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} / R \dots \dots \dots (9)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} / R \dots \dots \dots (10)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \dots \dots \dots (11)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = K \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \dots \dots \dots (12)$$

حيث أن R هو Reynold's Number ومعرف كالآتي [10]:

$$R = \frac{g\rho d^2}{\mu \sqrt{dg}}$$

وإن K هو قابلية توصيل الحرارة ومعرف كالآتي [9]:

$$K = \frac{a\sqrt{d/g}}{d^2}$$

4 - تحليل الاستقرار (Stability Analysis)

لغرض تحليل الاستقرار لنموذج معادلات جريان المائع تحت تأثير الحرارة المعرف بالمعادلات (9)

و(10) و(11) و(12) نجزاً كلاً من u, v, p, θ باستخدام المعادلات التالية [4, 7]:

$$\left. \begin{aligned} u(x,y,t) &= u_1(x) + u_2(x,y,t) \\ v(x,y,t) &= v_1(x) + v_2(x,y,t) \\ p(x,y,t) &= p_1(x) + p_2(x,y,t) \\ \theta(x,y,t) &= \theta_1(x) + \theta_2(x,y,t) \end{aligned} \right\} \dots \dots (13)$$

إذ أن $u_1(x)$ و $v_1(x)$ و $p_1(x)$ و $\theta_1(x)$

تمثل الأجزاء المستقرة وتكون صغيرة جداً مقارنة بالجزء الآخر وهو الجزء المهم في حساب الاستقرار لـ $\theta_2(x,y,t)$.

و $u_2(x,y,t)$ و $v_2(x,y,t)$ و $p_2(x,y,t)$. بتعويض المعادلة (13) في المعادلات (9) و(10) و(11)

و(12) نحصل على :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(u_1 + u_2)}{\partial t} + (u_1 + u_2) \frac{\partial(u_1 + u_2)}{\partial x} + (v_1 + v_2) \frac{\partial(u_1 + u_2)}{\partial y} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial(p_1 + p_2)}{\partial x} + \left(\frac{\partial^2(u_1 + u_2)}{\partial y^2} \right) / R \dots \dots \dots (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(v_1 + v_2)}{\partial t} + (u_1 + u_2) \frac{\partial(v_1 + v_2)}{\partial x} + (v_1 + v_2) \frac{\partial(v_1 + v_2)}{\partial y} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial(p_1 + p_2)}{\partial y} + \left(\frac{\partial^2(v_1 + v_2)}{\partial y^2} \right) / R \dots \dots \dots (15) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial(u_1 + u_2)}{\partial x} + \frac{\partial(v_1 + v_2)}{\partial y} = 0 \dots \dots \dots (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\theta_1 + \theta_2)}{\partial t} + (u_1 + u_2) \frac{\partial(\theta_1 + \theta_2)}{\partial x} + (v_1 + v_2) \frac{\partial(\theta_1 + \theta_2)}{\partial y} \\ = K \frac{\partial^2(\theta_1 + \theta_2)}{\partial y^2} \dots \dots \dots (17) \end{aligned}$$

المعادلات (14) و(15) و(16) و(17) يمكن كتابتها على التوالي بالشكل:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{\partial u_2}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + u_1 \frac{\partial u_2}{\partial x} + u_2 \frac{\partial u_1}{\partial x} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} + v_1 \frac{\partial u_2}{\partial y} \\ + v_2 \frac{\partial u_1}{\partial y} + v_2 \frac{\partial u_2}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_1}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_2}{\partial x} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} / R + \frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2} / R \dots (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_1}{\partial t} + \frac{\partial v_2}{\partial t} + u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + u_1 \frac{\partial v_2}{\partial x} + u_2 \frac{\partial v_1}{\partial x} + u_2 \frac{\partial v_2}{\partial x} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} + v_1 \frac{\partial v_2}{\partial y} \\ + v_2 \frac{\partial v_1}{\partial y} + v_2 \frac{\partial v_2}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_1}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_2}{\partial y} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial y^2} / R + \frac{\partial^2 v_2}{\partial y^2} / R \dots (19) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{\partial v_2}{\partial y} = 0 \dots \dots \dots (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_1}{\partial t} + \frac{\partial \theta_2}{\partial t} + u_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} + u_1 \frac{\partial \theta_2}{\partial x} + u_2 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} + u_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial x} + v_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial y} + v_1 \frac{\partial \theta_2}{\partial y} \\ + v_2 \frac{\partial \theta_1}{\partial y} + v_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial y} = K \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y^2} + K \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial y^2} \dots (21) \end{aligned}$$

من المعلوم انه أي حد يحوي على حاصل ضرب الاستقرارية بالاضطراب سوف يكون غير مستقر لذلك فان الحالة المستقرة في كل الكميات الموجودة في المعادلات يجب أن تكون بدلالة u_1, v_1, p_1, θ_1 فقط أي أن المعادلات المستقرة ستتمثل بـ :

$$u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + u_2 \frac{\partial u_1}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_1}{\partial x} \dots \dots \dots (22)$$

$$u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + u_2 \frac{\partial v_1}{\partial x} = 0 \dots \dots \dots (23)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} = 0 \dots \dots \dots (24)$$

$$u_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} + u_2 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} = 0 \dots \dots \dots (25)$$

وعليه حتى نصف الجريان الأساسي نسبة إلى الاضطراب يجب أن نتحقق من إهمال الحدود الغير خطية

لذلك يمكن كتابة المعادلات غير المستقرة بالشكل الآتي :

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_2}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_2}{\partial x} + \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2} \right) / R \dots \dots \dots (26)$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} + u_1 \frac{\partial v_2}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_2}{\partial y} + \left(\frac{\partial^2 v_2}{\partial y^2} \right) / R \dots \dots \dots (27)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} = 0 \dots \dots \dots (28)$$

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial t} + u_1 \frac{\partial \theta_2}{\partial x} = K \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial y^2} \dots \dots \dots (29)$$

إذ أن الشروط الحدودية هي :

$$v_2=0 \text{ at } y=0, u_2=0 \text{ at } y=0, \theta_2 =0 \text{ at } y=0$$

5- الاضطراب الحادث بالاتجاهين X, Y

لإيجاد الحل لهذه المنظومة من المعادلات نفرض إن الاضطراب حاصل بالاتجاهين X, Y وان السعة ثابتة، يمكن كتابة المعادلات بالصورة التالية [7]:

$$\left. \begin{aligned} u_2 &= A_1 e^{\alpha t + i(K_1 x + K_2 y)} \\ v_2 &= A_2 e^{\alpha t + i(K_1 x + K_2 y)} \\ p_2 &= A_3 e^{\alpha t + i(K_1 x + K_2 y)} \\ \theta_2 &= A_4 e^{\alpha t + i(K_1 x + K_2 y)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (30)$$

بحيث أن K_1, K_2 تمثل قيمة حقيقية لا بعدية لطول الموجة بالاتجاهين X, Y و α تمثل سرعة الموجة وهي قيمة معقدة (Complex) ($\alpha = \alpha_1 + i\alpha_2$) وعليه تبعاً لمفاهيم الاستقرار فان الأجزاء الحقيقية لـ α هي التي تؤدي إلى نمو الاضطراب أو تلاشبه على التوالي.

فعندما تكون $\alpha_1 > 0$ فالمنظومة تكون غير مستقرة (Unstable) وعندما تكون $\alpha_1 < 0$ فمنظومة (جريان مائع تحت تأثير الحرارة) تكون مستقرة (Stable) [6]، كما أن A_1, A_2, A_3, A_4 تمثل سعة الموجة (Amplitude Function)، الآن نعوض (30) في (26) و(27) و(28) و(29) نحصل على:

$$\begin{aligned} A_1 (i K_1) e^{\alpha t + i(K_1 x + K_2 y)} + A_2 (i K_2) e^{\alpha t + i(K_1 x + K_2 y)} &= 0 \\ \alpha A_1 e^{\alpha t + i(K_1 x + K_2 y)} + u_1 A_1 (i K_1) e^{\alpha t + i(K_1 x + K_2 y)} &= -\frac{1}{\rho} A_3 (i K_1) \\ * e^{\alpha t + i(K_1 x + K_2 y)} + A_1 (-K_2^2) / R * e^{\alpha t + i(K_1 x + K_2 y)} & \\ \alpha A_2 e^{\alpha t + i(K_1 x + K_2 y)} + u_1 A_2 (i K_1) e^{\alpha t + i(K_1 x + K_2 y)} &= -\frac{1}{\rho} A_3 (i K_2) \\ * e^{\alpha t + i(K_1 x + K_2 y)} + A_2 (-K_2^2) / R * e^{\alpha t + i(K_1 x + K_2 y)} & \\ \alpha A_4 e^{\alpha t + i(K_1 x + K_2 y)} + u_1 A_4 (i K_1) e^{\alpha t + i(K_1 x + K_2 y)} &= K A_4 (-K_2^2) e^{\alpha t + i(K_1 x + K_2 y)} \\ e^{\alpha t + i(K_1 x + K_2 y)} \neq 0 & \text{ بما أن} \end{aligned}$$

إذاً

$$i K_1 A_1 + i K_2 A_2 = 0 \dots \dots \dots (31)$$

$$(\alpha + i K_1 u_1 + K_2^2 / R) A_1 + \frac{1}{\rho} (i K_1) A_3 = 0 \dots \dots \dots (32)$$

$$(\alpha + i K_1 u_1 + K_2^2 / R) A_2 + \frac{1}{\rho} (i K_2) A_3 = 0 \dots \dots \dots (33)$$

$$(\alpha + i K_1 u_1 + K K_2^2) A_4 = 0 \dots \dots \dots (34)$$

حيث يمكن تمثيل المعادلات أعلاه بالمصفوفة التالية:

$$X = \begin{bmatrix} \alpha + i K_1 u_1 + K_2^2/R & 0 & 1/\rho * i K_1 & 0 \\ 0 & \alpha + i K_1 u_1 + K_2^2/R & 1/\rho * i K_2 & 0 \\ i K_1 & i K_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha + i K_1 u_1 + K K_2^2 \end{bmatrix}$$

وباستخدام برنامج خاص في نظام الـ (MATLAB) يمكن حساب [1]

$$|X| \quad (1)$$

(2) حل المعادلة $|X| = 0$ بالنسبة لـ α وكما يأتي :

$$\begin{aligned} |X| &= (\alpha R + i K_1 u_1 R + K_2^2)(\alpha + i K_1 u_1 + K K_2^2)(K_1^2 + K_2^2)/R/\rho \\ |X| = 0 &\Rightarrow \end{aligned}$$

$$(\alpha R + i K_1 u_1 R + K_2^2)(\alpha + i K_1 u_1 + K K_2^2)(K_1^2 + K_2^2)/R/\rho = 0$$

\Rightarrow

$$\alpha = -K_2^2 K - i K_1 u_1$$

إما

\Rightarrow

$$\alpha_1 = -K_2^2 K$$

أو

$$\Rightarrow \alpha_1 = -K_2^2 / R$$

∴ نحصل على الاستقرارية في الحالات الآتية:

الحالة الأولى: $\alpha_1 < 0$ عندما $K > 0$ وهذا يؤدي إلى استقرارية النظام [3].

الحالة الثانية: $\alpha_1 > 0$ عندما $R > 0$ وهذا يؤدي إلى استقرارية النظام.

أما عدم الاستقرارية فنحصل عليها عندما تكون

$$R < 0 \quad (1)$$

$$K < 0 \quad (2)$$

-6- الاستنتاجات:-

لقد قمنا بإيجاد سرعة الموجة α إذ أنها تمثل كمية معقدة ($\alpha = \alpha_1 + i\alpha_2$) وإن القيمة الموجبة أو السالبة لـ α_1 هي التي تؤثر في حالة الاضطراب أو تلاشيها. لقد تم تجزئة نظام المعادلات إلى جزئيين، الجزء الأول هو الجزء المستقر ويكون صغير جداً مقارنة بالجزء الثاني والمهم في تحليل الاستقرارية وتم إيجاد الحل أو قيم α باستخدام نظام الـ (MATLAB) والتي تعتمد على قيم R (Reynold's Number) و K قابلية توصيل الحرارة وبين أن هذا النظام سيكون مستقر إذا كانت قيم كل من R و K موجبة ويكون هذا النظام غير مستقر إذا كانت قيم كل من R و K سالبة.

المصادر

- [1] المهندس ياسين احمد الشبول، 2004، "تطبيقات الـ MATLAB (الحلول العددية)" جامعة البلقاء التطبيقية.
- [2] Chi- Chuan Hwang and Jun-Liang Chen, 2005, "Stability of thin liquid films".
- [3] Henry M.P. and Robert J.S., 1978, "Introduction to dynamics and control ", McGrew Hill, London.
- [4] Ida M., 1996, "Dynamics and Stability of thin liquid films", proceeding of the 13th Dundee conference of ordinary and partial differential equations, June 25-28, Dundee, Scottand
- [5] John M.Burgess, swift G.B., 1998, "Instability of the KoLmogorov flow in a soap film".
- [6] Johnson M.F., Schluter R.A. and Bankoff S.G., 1996, "Stability and contact line motion of thin liquid films", national heat transfer conference.
- [7] Logan J.D. 1987, "Applied mathematics", Wiley and Sony.
- [8] Majumdar A. and Mezic I., 1998, "Stability Regimes of thin liquid films", Microscale thermophysical engineering, Vol. 2, pp. 203-213.
- [9] Marchuk I. and Kabov O.A., 1998, "Numerical modeling of thermo capillary reverse flow in thin liquid films under local heating", Russ. J. Eng. Thermo physics, Vol. 8, No.1-4, P.17-46.
- [10] Norman C., 2005, "Gas Bubble with a Moving Contact line rising in an Inclined channel at finite Reynold's Number", Physica P 209, Vol.8, No.1-4, PP. 17-46
- [11] Sanjoy M. Som, Jeram T. Kimball, James C. Hermanson, Jeffrey S. Allen, 2007, "stability and heat transfer characteristics of unsteady condensing and evaporating films", S.M. Som et al. / International journal of heat and mass transfer Vol. 50, PP. 1927-1937.