

## Effect of Magnetic Field on Blood Flow in Stenoted Arteries

Rotaina J. Essa

rotinajassim@uomosul.edu.iq

College of Computer Sciences and Mathematics

University of Mosul, Mosul, Iraq

Nawara J. Essa

norajassim1987@yahoo.com

Received on: 06/03/2019

Accepted on: 13/05/2019

### ABSTRACT

In this paper, the effect of magnetic field on blood flow in stenoted arteries was studied, stokes equations in polar coordinates were used to describe such flow. All flow characteristics were found under the influence of the magnetic field and how this stenosis affects flow.

**Keywords:** Magnetic force, blood flow, stenoted arteries.

تأثير القوة المغناطيسية على جريان الدم في الشرايين المتضيق

نوارة جاسم عيسى

رتينة جاسم عيسى

قسم الرياضيات

كلية علوم الحاسوب والرياضيات

جامعة الموصل، الموصل، العراق

تاريخ قبول البحث: 2019\05\13

تاريخ استلام البحث: 2019\03\06

### المخلص

في هذا البحث تمت دراسة تأثير المجال المغناطيسي على جريان الدم في الشرايين المتضيق. استخدمت معادلات ستوكس في الاحداثيات القطبية لوصف هكذا جريان وتم العثور على جميع خصائص التدفق تحت تأثير المجال المغناطيسي وتأثر هذا التدفق بالتضيق. الكلمات المفتاحية: القوة المغناطيسية، جريان الدم، الشرايين المتضيق.

### 1. المقدمة Introduction

إنّ دراسة طريقة جريان الدم وتدفّقه في الشرايين مهمة جداً ؛ لفهم الكثير من أمراض القلب والأوعية الدموية ، الذي يكون عادة سبباً لأغلب الوفيات في العالم ، خاصةً تصلّب الشرايين ، ومعرفة أسباب هذه الأمراض تعني الوصول إلى وقايةٍ صحيحةٍ ، أو علاجٍ فعّالٍ يأتي بنتائجٍ سارةٍ في ميدان الطبّ .

ويمكن التعبير عن جريان الدم وحركته في الشرايين بأنظمة من المعادلات التفاضلية الجزئية غير الخطية ، وهي شكلٌ من أشكال معادلات الحركة للمائع ، مشتقة من قانون ( حفظ الكتلة ) وقانون ( الزخم ) ، ومن خلال حلّ هذه المعادلات يمكن التعرف على اضطرابات التدفق في الانحناءات أو التقوسات الشريانية .

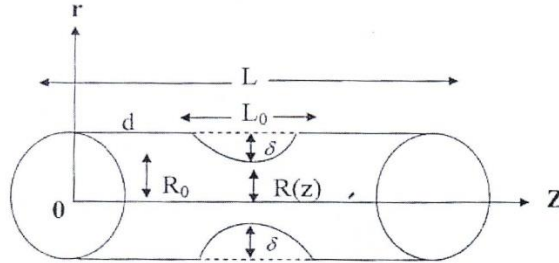
درس عدد من العلماء ، مثل [3] و [8] تدفق الدم في الشرايين المتضيق ، وأثر هذا التضيق في جريان الدم . وقام [1] بحل مشكلة تدفق الدم النيوتونية وغير الخطية في الشريان المتضيق ، باستخدام إحدى الطرائق العددية .

وقام كل من الباحثين [2] و [5] بدراسة تدفق الدم عبر الشرايين ، مع وجود مجال مغناطيسي ، وتحت ظروف مختلفة . ودرس الباحثان [4] و [7] تدفق السائل في طبقة ( اكمن ) ، بوجود المجال المغناطيسي المنتظم . وقام [9] بدراسة تأثير الحقل المغناطيسي في تدفق الدم في الشرايين ، باستخدام إحدى الطرائق العددية أيضًا .

أما عملنا هذا البحث هو فحص تأثير المجال المغناطيسي على تدفق الدم في شريان متضيق ؛ إذ تضمن إيجاد معدل سرعة تدفق الدم ، ومدى تأثيره بالمجال المغناطيسي ، ومعرفة كمية الدم المتدفق ، ومدى مقاومة جدران الشرايين ، مع وجود أثر هذا المجال المغناطيسي .

### الأنموذج والمعادلات الأساسية في الجريان:

ليكن لدينا مقطع لجريان الدم في شريان متضيق كما في الشكل (1)



الشكل (1)

إذ إن:

$R_0$ : نصف قطر الشريان و  $R(z)$  يمثل نصف قطر منطقة التضيق في الشريان،  $L$  يمثل طول الشريان و  $L_0$  يمثل طول منطقة التضيق في الشريان،  $\delta$  يمثل أقصى ارتفاع لمنطقة التضيق،  $d$  تحدد المسافة من بداية الشريان إلى منطقة التضيق.

وإن التعبير الرياضي لنصف قطر الشريان يمكن تمثله بـ:

$$\frac{R(z)}{R_0} = \begin{cases} 1 - A[L_0^{(m-1)}(z-d) - (z-d)^m] & \text{if } d \leq z \leq d + L_0 \\ 1 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

إذ إن:

$$A = \frac{\delta}{R_0} \left( \frac{m}{L_0^m(m-1)} \right), m \geq 2$$

ويمكن تمثيل جريان الدم هذا بالشكل الآتي:

$$\frac{\partial p^*}{\partial r^*} = \rho g \quad \dots \dots \dots (1)$$

ولحساب مقاومة التدفق فإن:

$$\lambda = \frac{\Delta p}{Q} \dots \dots \dots (2)$$

$$\frac{\partial p^*}{\partial z^*} = \frac{\mu}{r^*} \cdot \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r \cdot \frac{\partial w^*}{\partial r^*} \right) - \frac{\sigma B_0^2}{\rho} w^* \dots \dots \dots (3)$$

إذ إن  $\mu$  تمثل اللزوجة و  $\rho$  تمثل كثافة الدم،  $p^*$  يمثل الضغط و  $B_0$  يمثل الحقل المغناطيسي المسلط.  
التحليل البعدي:

لغرض إيجاد المعادلات اللابعديّة للمعادلات (1) و (3) يمكن أن نفرض متغيرات لابعديّة

$$r^* = r r_0 \quad , \quad w^* = w w_0 \quad , \quad z^* = z z_0$$

$$p^* = p \rho w_0^2 \quad , \quad g^* = g \rho w_0^2 L$$

وبتعويض هذه القيم اللابعديّة في المعادلات (1) و (3) نحصل على معادلات في الحالة اللابعديّة.

$$\frac{\partial p}{\partial r} - k g = 0 \dots \dots \dots (4)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial w}{\partial r} \right) - M^2 w = \text{Re} \frac{\partial p}{\partial z} \dots \dots \dots (5)$$

إذ إن  $\text{Re}$  يمثل عدد رينولد ومعرف على النحو الآتي:

$$\text{Re} = \frac{\rho r_0 w_0}{\mu z_0}$$

وإن:

$$M = B_0 r_0 \sqrt{\sigma / \rho \mu}$$

ولحل هذا النظام يقدم الشروط الحدودية الآتية:

$$\frac{\partial w}{\partial r} = 0 \quad , \quad r = 0$$

$$w = 0 \quad , \quad r = R(z)$$

$$p = p_0 \quad , \quad z = 0$$

$$p = p_L \quad , \quad z = L$$

فإن حل المعادلة (5) يكون:

$$w = \frac{\text{Re} \frac{\partial p}{\partial z} [r^2 - R^2]}{(4 - r^2) M^2} \dots \dots \dots (6)$$

ولحساب قوة التدفق نستخدم القانون الآتي:

$$Q = \int_0^R 2\pi r w(r) dr \dots \dots \dots (7)$$

لذلك نحصل على:

$$Q = \frac{2\pi \text{Re} \frac{\partial p}{\partial z}}{M^2} \int_0^R r \left[ \frac{r^2 - R^2}{4 - r^2} \right] dr \dots \dots \dots (8)$$

ويمكن كتابة المعادلة (8) بالشكل:

$$Q = \frac{2\pi Re}{M^2} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \int_0^R r \left[ 1 + \frac{4 - R^2}{4 - r^2} \right] dr \dots \dots \dots (9)$$

نكامل المعادلة (9) لنحصل على:

$$Q = \frac{2\pi Re}{M^2} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \left[ \frac{R^2}{2} - \frac{1}{2} (4 - R^2) \ln|4 - R^2| + \frac{1}{2} \ln(4) \right] \dots \dots \dots (10)$$

ويمكن تبسيط المعادلة (10) لتصبح:

$$Q = \frac{\pi R_e}{M^2} \frac{\partial p}{\partial z} R^2 \dots \dots \dots (11)$$

ومن معادلة (11)

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{M^2 Q}{\pi Re R^2} \dots \dots \dots (12)$$

والآن نكامل المعادلة (12)

$$\int_0^L \partial p = \frac{M^2 Q}{\pi Re} \int_0^L \left( \frac{1}{\left( \frac{R(z)}{R_0} \right)^2} \right) dz \dots \dots \dots (13)$$

$$p_L - p_0 = \frac{M^2 Q}{\pi Re} F(z) \dots \dots \dots (14)$$

إذ إن:

$$F(z) = \int_0^L \frac{1}{\left( \frac{R(z)}{R_0} \right)^2} dz \dots \dots \dots (15)$$

ويمكن كتابة المعادلة (15) بالشكل:

$$F(z) = \int_0^d \frac{1}{\left( \frac{R(z)}{R_0} \right)^2} dz + \int_d^{d+L_0} \frac{1}{\left( \frac{R(z)}{R_0} \right)^2} dz + \int_{d+L_0}^L \frac{1}{\left( \frac{R(z)}{R_0} \right)^2} dz \dots \dots \dots (16)$$

$$F(z) = L - L_0 + \int_d^{d+L_0} \frac{1}{[1 - A_0(L_0^{m-1}(z-d) - (z-d)^m)]^2} dz \dots \dots (17)$$

$$p_L - p_0 = \frac{M^2 Q}{\pi Re} \left[ L - L_0 + \int_d^{d+L_0} \frac{1}{[1 - A(L_0^{m-1}(z-d) - (z-d)^m)]^2} dz \right] \dots \dots (18)$$

ولحساب مقاومة التدفق , فإن :

$$\lambda = \frac{\Delta p}{Q} = \frac{p_L - p_0}{Q} \dots \dots (19)$$

نعوض معادلة (18) في المعادلة (19) , فنحصل على :

$$\lambda_0 = \frac{\frac{M^2 Q}{\pi R_0} \left[ L - L_0 + \int_d^{d+L_0} \frac{1}{[1 - A(L_0^{m-1}(z-d) - (z-d)^m)]^2} dz \right]}{Q} \dots \dots (20)$$

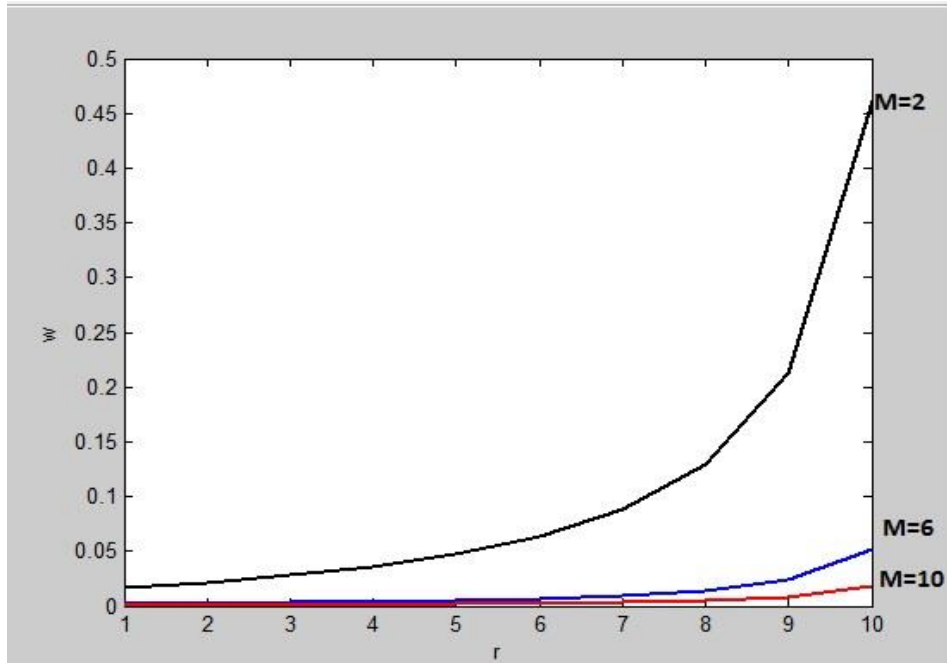
إذن يمكن كتابة  $\lambda_0$  بالشكل الآتي:

$$\lambda_0 = \frac{M^2}{\pi R_e} \left[ L - L_0 + \int_d^{d+L_0} \frac{1}{[1 - A(L_0^{m-1}(z-d) - (z-d)^m)]^2} dz \right] \dots \dots (21)$$

إذن معادلة (21) تصبح بالشكل:

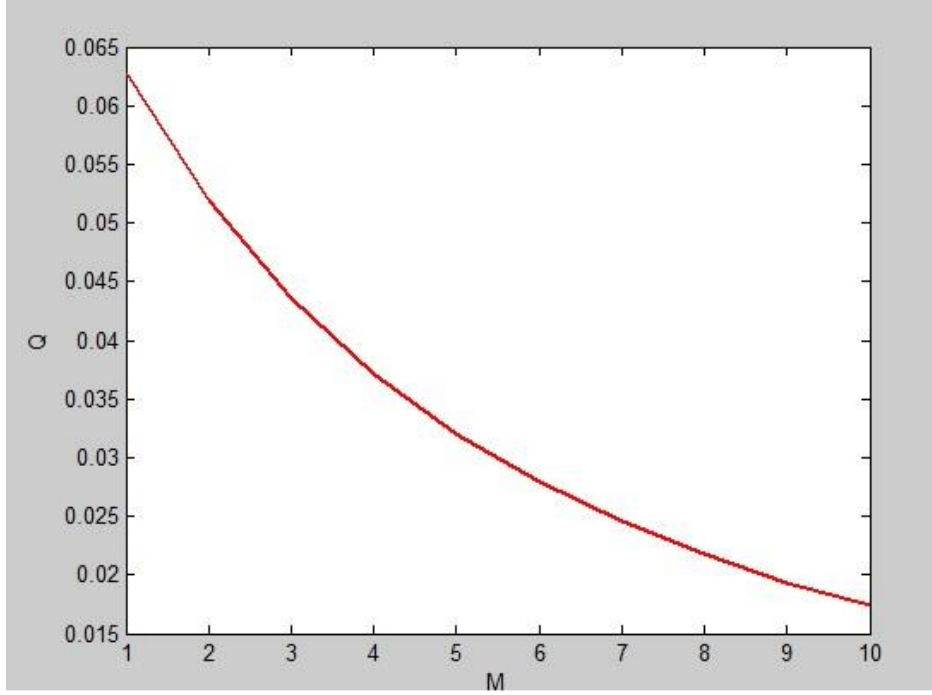
$$\lambda_0 = \frac{M^2}{\pi R_e} \left[ L - L_0 + \int_d^{d+L_0} \frac{1}{\left[ 1 - \frac{8}{R_0} \left( \frac{m^{m-1}}{L_0^m(m-1)} \right) (L_0^{m-1}(z-d) - (z-d)^m) \right]^2} dz \right] \dots \dots (22)$$

وبحل المعادلات (6) و (22) باستخدام نظام (Matlab) يمكن ملاحظة تأثير المجال المغناطيسي في خصائص التدفق. كما في الشكلين (2) و (3).



الشكل (2.2) يوضح سرعة تدفق الدم بتغير قيمة القوة المغناطيسية

الشكل (2.2) يوضح العلاقة بين القوى المغناطيسية M و سرعة تدفق الدم W, حيث نلاحظ كلما زادت القوى المغناطيسية فإن سرعة تدفق الدم تقل.



الشكل (2.3) يبين العلاقة بين التدفق والقوة المغناطيسية

الشكل (2.3) يوضح العلاقة بين القوى المغناطيسية  $M$  و قوة التدفق  $Q$ , حيث نلاحظ كلما ازداد المجال المغناطيسي يؤدي إلى قلة التدفق.  
الاستنتاجات:

في هذا البحث قمنا بحساب تأثير المجال المغناطيسي في خصائص الدم مثل سرعة الدم والتدفق ومقاومة التدفق مع وجود التضيق في الشريان وقد بينا عندما يزداد المجال المغناطيسي يؤدي إلى قلة التدفق وبالتالي فإن سرعة الدم تقل مما يؤدي إلى زيادة المقاومة.  
وقد يكون هذا مفيداً للأطباء الممارسين لعلاج مرضى ارتفاع ضغط الدم ومرضى تصلب الشرايين من خلال المجال المغناطيسي.

المصادر

- [1] Chakravarty, S., & Sen, S. (2006). A mathematical model of blood flow and convective diffusion processes in constricted bifurcated arteries. *Korea-Australia Rheology Journal*, 18(2), 51-65.
- [2] Milnor W.R, *Hemodynamic* (2nd ed.), William and Wilkins, Baltimore, 1989.
- [3] Mishra, B. K., & Verma, N. (2010). Effect of stenosis on non-Newtonian flow of blood in blood vessels. *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, 4(4), 588-601.
- [4] Misra, J. C., Pal, B., & Gupta, A. S. (1998). Hydromagnetic flow of a second-grade fluid in a channel—Some applications to physiological systems. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, 8(08), 1323-1342.
- [5] Misra, J. C., Pal, B., Pal, A., & Gupta, A. S. (2001). Oscillatory entry flow in a plane channel with pulsating walls. *International journal of non-linear mechanics*, 36(5), 731-741.
- [6] Pal, B., Misra, J. C., & Gupta, A. S. (1996). Steady hydromagnetic flow in a slowly varying channel. *Proceedings-National Academy of Sciences, India. Section A, Physical Sciences*, 66(pt. 3), 247-262.
- [7] Pavlov, K. B. (1974). Magnetohydrodynamic flow of an incompressible viscous fluid caused by deformation of a plane surface. *Magnitnaya Gidrodinamika*, 4(1), 146-147.
- [8] Sapna. Ratan Shah and S.V. Siddiqui, (July-August 2011), "Acomprative Study for the non\_nwetonian behavior of blood flow through atheros\_clerotic arterial segment", Vol.9, Issu.2, Article-019.
- [9] Varshney, G., Katiyar, V., & Kumar, S. (2010). Effect of magnetic field on the blood flow in artery having multiple stenosis: a numerical study. *International Journal of Engineering, Science and Technology*, 2(2), 967-82.