Journal of Education and Science
Vol. 28, No.3, 2019, pp.237-247
ISSN 1812-125X
http://edusj.mosuljournals.com

A New Conjugate Gradient Algorithm using Kafaki and Gambry Coefficient in Unconstrained Optimization

Sawsan Sami Ismael
Department of Mathematics,
College of Education of Pure Science
University of Mosul, Mosul, IRAQ-
Sawsan.sami14@uomosul.edu.iq

DOI: 10.33899/edusj.2019.162953

Received	**Accepted**
27 / 11 / 2018	**21 / 01 / 2019**

Abstract:

In this paper, a new conjugate gradient formula using Kafaki and Gambry is proposed. And we give the global convergence of new method.
Also we give descent and sufficient descent conditions.

Numerical results, show that this new formula is more efficient for solving unconstrained optimization problems comparing with other method (H/S),depending on the iterations and the number of functions evaluation.

Keywords: unrestricted optimization, conjugation, gradient conditions, adequate regression, and correlation requirement.

خوارزمية جديدة للتدرج المترافق
باستخدام معامل كافاكي وغانبري في الامثلية غير المقيدة

سوسن سامي اسماعيل
قسم الرياضيات / كلية التربية للعلوم الصرفة
جامعة الموصل، الموصل ، العراق
Sawsan.sami14@uomosul.edu.iq

DOI: 10.33899/edusj.2019.162953

القبول	الاستلام
2019 / 01 / 21	2018 / 11 / 27

الملخص

في هذا البحث تم اقتراح صيغة جديدة للمتجهات المترافقة باستعمال معامل كافاكي و غانبري.
الخوارزمية الجديدة تحقق التقارب الشامل وكذلك شروط الانحدار والانحدار الكافي. النتائج العددية اظهرت ان الخوارزمية الجديدة ذات كفاءة جيدة في حل مسائل الامثلية غير المقيدة مقارنة مع الخوارزمية الاصلية (H/S) بالاعتماد على عدد التكرارات وعدد حساب الدالة.

الكلمات المفتاحية: الامثلية غير المقيدة، التدرج المترافق، شروط الانحدار والانحدار الكافي وشرط الترافق.

1- المقدمة:

ليكن لدينا مسألة الامثلية غير المقيدة الآتية:

$$min_{x \in R^n} f(x) \qquad ......(1.1)$$

إذ ان $f: R^n \to R$ هي دالة مستمرة وقابلة للاشتقاق، ومتجه التدرج لها موجود وهو $g_i = \nabla f(x_i)$. ان خوارزميات التدرج المترافق فعالة في حل المسألة (1.1) وخاصة عندما تكون (n) كبير، اذ يبدأ الحل من العلاقة التكرارية التي يمكن الحصول عليها من:

$$x_{i+1} = x_i + \alpha_i s_i \qquad i = 0,1,2, ... \qquad ...... (1.2)$$

إذ ان $\alpha_i > 0$ طول الخطوة، و s_i اتجاه البحث، ويعطى بالصيغة الاتية:

$$s_{i+1} = \begin{cases} -g_i & if\ i = 0 \\ -g_{i+1} - \beta_i s_i & if\ i \geq 1 \end{cases} \qquad ...... (1.3)$$

معامل الترافق لخوارزمية التدرج هو $\beta_i \in R$ و g_i هو متجه التدرج لدالة الهدف.

هناك خوارزميات كثيرة تستخدم لحل مسائل (1-1) ومن اهمها التدرج المترافق المعروفة تتضمن معاملات الترافق β_k ذات الصيغ التالية:

Dai-Liao (DL), Dai-Yuan (DY), Fletcher-Reeves (FR), Conjugate Descent (CD), Hestenes-Stiefel (HS), Polak-Ribiere-Polyak (PRP) and Liu-Storey (LS) *([1] , [3] , [4] , [5] , [7] , [9] , [11] , [12])*.

ومن اهم الامور التي يجب التركيز عليها في هذه الخوارزميات وغيرها من خوارزميات مسائل الامثلية غير المقيدة هو التقارب باتجاه الحل المضبوط والذي يضمن الحصول على حلول تقريبية وبعدد خطوات اقل. هنالك العديد من الأبحاث حول دراسة خصائص التقارب لهذه الطرائق ([10] و[6]). ومن اهم المعلمات التي يعتمد عليها التقارب لأي طريقة هو كيفية حساب حجم الخطوة α_i والذي يحسب بعدة طرق اهمها شروط Wolfeالقوية والموضحة كما ياتي:

$$f(x_i+\alpha_i s_i)-f(x_i)\le \rho\alpha_i g_i^T s_i \qquad \ldots\ldots\ (1.4)$$

$$|g(x_i+\alpha_i s_i)^T s_i| \le -\sigma g_i^T s_i \qquad \ldots\ldots(1.5)$$

إذ ان $\rho\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$ و $\sigma\in(0,1)$.

اضافة الى ان هنالك العديد من الخوارزميات (على سبيل المثال: طريقة الانحدار الشديد Steepest descent method، وطرائق أشباه نيوتن Quasi-Newton methods) لحل مسائل الأمثلية غير المقيدة والتي تم برهنة تقاربها استناداً على شروط Wolfe الاصلية [13] و[14]:

$$f(x_i+\alpha_i s_i)-f(x_i)\le \rho\alpha_i g_i^T s_i \qquad \ldots\ldots(1.6)$$

$$g(x_i+\alpha_i s_i)^T s_i \ge \sigma g_i^T s_i \qquad \ldots\ldots(1.7)$$

تم تقسيم البحث على النحو التالي: في الجزء الاول مقدمة عن المتجهات المترافقة وفي الجزء الثاني قُدمت (أُقترحت) معادلة جديدة لمعامل الترافق β_k^N لخوارزمية التدرج المترافق والمستندة على صيغة Dai-Liao (DL) التالية:

$$\beta_i^{(DL)}=\frac{g_{i+1}^T(y_i-tv_i)}{s_i^T y_i} \quad ;t>0 \qquad \ldots\ldots(1.8)$$

اما برهنة شروط الانحدار والانحدار الكافي وشرط الترافق فقد تمت في الجزء الثالث. وبرهنة التقارب الشامل تمت في الجزء الرابع. اما الجزء الخامس فقد تناول عرض النتائج ومناقشتها. واخيراً قدمت الاستنتاجات في الجزء الاخير.

2- خوارزمية الانحدار المترافق الجديدة:

تم في هذا المبحث، اقتراح صيغة جديدة لمعامل الترافق β_i لخوارزمية التدرج المترافق، وتم تسميته بـβ_i^N اعتماداً على المعادلة (1.8).

- اشتقاق الصيغة الجديدة لـ β_i^N:

اقترح الباحثان Kafaki و Ghanbari قيمة جديدة لـ t وكالاتي:

$$t_1^{**}=\frac{<v_i,y_i>}{\|v_i\|^2}+\frac{\|y_i\|}{\|v_i\|} \qquad \ldots\ldots(2.1)$$

$$t_2^{**}=\frac{\|y_i\|}{\|v_i\|} \qquad \ldots\ldots(2.2)$$

وللمزيد من التفاصيل انظر [8].

والان، ناخذ التركيب الخطي $t=\theta t_1+(1-\theta)t_2$ ، إذ ان $\theta\in[0,1]$ ، وباختيار $t_1=\frac{<v_i,y_i>}{\|v_i\|^2}$ و $t_2=\frac{\|y\|^2}{\|v_i\|^2}$ ، نحصل على:

$$t = \theta \frac{v_i^T y_i}{\|v_i\|^2} + (1-\theta)\frac{\|y\|^2}{\|v_i\|^2} \qquad \text{.......... (2.3)}$$

وبالتعويض عن قيمة t في المعادلة (1.8)، نحصل على:

$$\beta_i^N = \frac{\left(g_{i+1}^T\left(y_i - \left(\theta \frac{v_i^T y_i}{\|v_i\|^2} + (1-\theta)\frac{\|y\|^2}{\|v_i\|^2}\right)v_i\right)\right)}{s_i^T y_i}$$

أو

$$\beta_i^N = \beta_i^{(HS)} - \theta \frac{v_i^T y_i g_{i+1}^T v_i}{s_i^T y_i \|v_i\|^2} - (1-\theta)\frac{\|y\|^2 g_{i+1}^T v_i}{s_i^T y_i \|v_i\|^2} \qquad \text{......... (2.4)}$$

– الخوارزمية الجديدة لصيغة β_k^N:

الخطوة (1) : لتكن القيمة الابتدائية x_0.

الخطوة (2) : لتكن $i=0$, $g_i = \nabla f(x_i)$,

الخطوة (3) : $s_i = -g_i$.

الخطوة (4) : احسب قيمة α_i لتقليل قيمة الدالة $f(x_{i+1})$

الخطوة (5) : $x_{i+1} = x_i + \alpha_i s_i$.

الخطوة (6) : احسب $g_{i+1} = \nabla f(x_{i+1})$ ، نتوقف في حالة $\|g_{i+1}\| \le 10^{-5}$.

الخطوة (7) : احسب قيمة β_i من المعادلة (2.4).

الخطوة (8) : احسب $s_{i+1} = -g_{i+1} + \beta_i^N s_i$.

الخطوة (9) : اذا تحقق $i = n$ او $|g_i^T g_{i+1}| \ge 0.2\|g_{i+1}\|^2$ اذهب الى الخطوة (3)، والا $i = i + 1$ واذهب الى الخطوة (4).

3. شروط الانحدار والانحدار الكافي وشرط الترافق لخوارزمية الترافق الجديدة

سنستعرض في هذا المبحث المبرهنات والنتائج التالية:

نظرية 3.1: نفرض ان المتسلسلة $\{x_i\}$ ناتجة من المعادلة (1.2)، إذ تم تحديد قيمة α_i بواسطة المعادلتين (1.6) و(1.7)، اذن قيمة s_{i+1} المعطاة بواسطة المعادلة (1.3) مع الصيغة (2.4) هي اتجاه انحدار سلبي.

البرهان: من المعادلتين (1.3) و(1.4)، نحصل على:

$$s_{i+1} = -g_{i+1} + \left(\beta_i^{(HS)} - \theta \frac{v_i^T y_i g_{i+1}^T v_k}{s_i^T y_i \|v_i\|^2} - (1-\theta)\frac{\|y\|^2 g_{i+1}^T v_i}{s_i^T y_i \|v_i\|^2}\right)s_i \qquad \text{.... (3.1)}$$

وبضرب طرفي المعادلة اعلاه بـ g_{i+1}^T ، نحصل على:

$$g_{i+1}^T s_{i+1} = -\|g_{i+1}\|^2 + \beta_i^{(HS)} g_{i+1}^T s_i - \theta \alpha_i \frac{v_i^T y_i \left(g_{i+1}^T s_i\right)^2}{s_i^T y_i \|v_i\|^2} - (1-\theta)\alpha_i \frac{\|y\|^2 \left(g_{i+1}^T s_i\right)^2}{s_i^T y_i \|v_i\|^2} \qquad \text{........(3.2)}$$

الحدين الاولين من المعادلة (3.2) تحققان شرط الانحدار (H/S)، أي أنه:

$$-\|g_{i+1}\|^2 + \frac{(g_{i+1}^T y_k)(g_{i+1}^T s_i)}{s_i^T y_i} \le 0$$

ومن الواضح أن قيم $\theta, (1-\theta), \alpha_i, \|s_i\|^2, (g_{i+1}^T s_i)^2, v_i^T y_i$ و $(s_i^T y_i)^2$ في الحدين الثالث والرابع موجبة. لذلك فإن الحدين الثالث والرابع من المعادلة (2.3) يكونان اقل او يساويان للصفر.

ومن ثم نحصل على:

$$g_{i+1}^T s_{i+1} = -\|g_{i+1}\|^2 + \beta_i^{HS} g_{i+1}^T s_i - \theta\alpha_i \frac{v_i^T y_i \left(g_{i+1}^T s_i\right)^2}{s_i^T y_i \|v_i\|^2} - (1-\theta)\alpha_i \frac{\|y\|^2 \left(g_{i+1}^T s_i\right)^2}{s_i^T y_i \|v_i\|^2} \le 0$$

■

مبرهنة 3.2: ليكن اتجاه البحث s_{i+1} والمعطى بالمعادلتين (1.3) و(2.4)، وليكن طول الخطوة α_i تحقق شروط ووالف Wolf القوية (1.4) و (1.5). فان المتباينة التالية:

$$g_{i+1}^T s_{i+1} \le -c\|g_{i+1}\|^2$$

مستمرة لكل قيم $i \ge 0$

البرهان:

من المبرهنة (1.3)، فان الحدود: $-\|g_{i+1}\|^2 + \beta_i^{HS} g_{i+1}^T s_i - \theta\alpha_i \frac{v_i^T y_i \left(g_{i+1}^T s_i\right)^2}{s_i^T y_i \|v_i\|^2}$

تكون اقل او تساوي الصفر. لذلك، نحتاج لبرهنة أن المعادلة التالية اقل او تساوي للصفر:

$$g_{i+1}^T s_{i+1} \le -\left((1-\theta)\alpha_i \frac{\|y\|^2 \left(g_{i+1}^T s_i\right)^2}{s_i^T y_i \|v_i\|^2 \|g_{i+1}\|^2}\right)\|g_{i+1}\|^2 \qquad \text{.......}(3.3)$$

وبفرض أن:

$$c = (1-\theta)\alpha_i \frac{\|y\|^2 \left(g_{i+1}^T s_i\right)^2}{s_i^T y_i \|v_i\|^2 \|g_{i+1}\|^2}$$

فمن الواضح ان $c > 0$، لذا فان المعادلة (3.3) تصبح:

$$g_{i+1}^T s_{i+1} \le -c\|g_{i+1}\|^2$$

■

المبرهنة (3.3): اتجاه البحث s_{i+1} المتولد من المعادلتين (1.3) و(2.4) يحقق شرط التوافق عندما يتم تحديد α_i بواسطة البحث في خط وولف (1.6) و(1.7)، أي أن:

$$s_{i+1}^T y_i = -\tau g_{i+1}^T v_i$$

إذ $\tau \ge 0$.

البرهان: من المعادلتين (1.3) و(2.4) نحصل على:

$$s_{i+1} = -g_{i+1} + \beta_i^N s_i \qquad \text{........}(3.4)$$

بضرب المعادلة اعلاه بـ y_i نحصل على:

$$s_{i+1}^T y_i = -g_{i+1}^T y_i + \frac{g_{i+1}^T y_i}{s_i^T y_i} s_i^T y_i - \theta \frac{v_i^T y_i g_{i+1}^T v_i}{s_i^T y_i \|v_i\|^2} s_i^T y_i - (1-\theta) \frac{\|y\|^2 g_{i+1}^T v_i}{s_i^T y_i \|v_i\|^2} s_i^T y_i \qquad \text{........}(3.5)$$

وهذا يؤدي الى أن:

$$s_{i+1}^T y_i = -\left(\theta \frac{v_i^T y_i}{\|v_i\|^2} + (1-\theta)\frac{\|y\|^2}{\|v_i\|^2}\right) g_{i+1}^T v_i$$

لذلك:

$$\frac{v_i^T y_i}{\|v_i\|^2} + (1-\theta)\frac{\|y\|^2}{\|v_i\|^2} = \tau > 0,$$

ومن ثَّم:

$$s_{i+1}^T y_i = -\tau g_{i+1}^T v_i$$

■

4. التقارب الشامل لخوارزمية التدرج المقترن الجديدة:

في هذا المبحث، سنبرهن التقارب الشامل للطريقة الجديدة المقترحة.

- فرضية (H)

1. المجموعة $\tilde{D} = \{x : x \in R^n, f(x) \leq f(x_1)\}$ مقيدة من الاسفل، إذ ان x_1 هي نقطة البداية.
2. لتكن المجموعة Ω جوار المجموعة £، والدالة f ، مستمرة وقابلة للاشتقاق، وتدرجها s يكون لبشتز بشكل مستمر، اي انه يوجد ثابت $L > 0$ بحيث ان:

$$\|g(x) - g(x_i)\| \leq L\|x - x_i\|, \ \forall x, x_i \in \Omega \qquad ......(4.1)$$

ضمن الافتراض اعلاه على f يوجد عدد ثابت $\gamma \geq 0$ إذ ان $\|g(x)\| \leq \gamma, \quad \forall x \in £$.

نتيجة (4.1): ليكن الفرضية (H) متحققة عند اي تدرج المقترن (1.2) و (1.3)

$$\sum_{i \geq 1} \frac{1}{\|s_i\|^2} = \infty \qquad .... (4.2)$$

فان

$$lim_{i\to\infty} \ inf\|g_i\| = 0 \, , \qquad ....(4.3)$$

اذا كانت f دالة محدبة بانتظام، اذاً يوجد عدد ثابت $€ > 0$ بحيث ان:

$$\left(g(x) - g(y)\right)^T (x - y) \geq €\|x - y\|^2 \in \Omega \qquad ....(4.4)$$

بالإمكان اعادة كتابة المعادلة (4.4) لتصبح بالصيغة التالية:

$$y_i^T v_i \geq €\|v_i\|^2 \qquad .... (4.5)$$

المبرهنة (4.1): لتكن الفرضية (H) متحققة و f دالة محدبة بانتظام، فان الخوارزمية الجديدة التي بالشكل (1.2)، (1.3) و (2.4) إذ ان g_i تحقق الشرط و α_i تم الحصول عليها من شروط وولف Wolf القوية (1.4) و (1.5) تحقق التقارب الشامل، بمعنى انه:

$$lim_{i\to\infty} \, inf\|g_{i+1}\| = 0$$

البرهان: من المعادلتين (1.3) و (2.4) نحصل على:

$$s_{i+1} = -g_{i+1} + \beta_i^N s_i \qquad .... (4.6)$$

$$|\beta_i^N| = \left|\frac{g_{i+1}^T y_i}{s_i^T y_i} - \theta \frac{v_i^T y_i g_{i+1}^T v_i}{s_i^T y_i \|v_i\|^2} - (1-\theta)\frac{\|y\|^2 g_{i+1}^T v_i}{s_i^T y_i \|v_i\|^2}\right|,$$

$$\Rightarrow |\beta_i^N| \leq \left|\frac{g_{i+1}^T y_i}{s_i^T y_i}\right| + \left|\theta \frac{v_i^T y_i g_{i+1}^T v_i}{s_i^T y_i \|v_i\|^2}\right| + \left|(1-\theta)\frac{\|y\|^2 g_{i+1}^T v_i}{s_i^T y_i \|v_i\|^2}\right|, \qquad ......(4.7)$$

وبما ان: $g_{i+1}^T v_i \leq \alpha_i \, s_i^T y_i$

$$\therefore |\beta_i^N| \leq \left|\frac{g_{i+1}^T y_i}{s_i^T y_i}\right| + \left|\theta \alpha_i \frac{v_i^T y_i}{\|v_i\|^2}\right| + \left|(1-\theta)\frac{\|y\|^2 g_{i+1}^T v_i}{s_i^T y_i \|v_i\|^2}\right|, \qquad ...... (4.8)$$

من المعادلة (4.5): $€\|v_i\|^2 \leq y_i^T v_i$

وهذا بدوره يؤدي الى $y_i^T s_i \geq \frac{€\|v_i\|^2}{\alpha_i}$,

وبما ان: $g_{i+1}^T y_i \leq \|g_{i+1}\|\|y_i\|$ ومن شرط ليبشتز $\|y_i\| \leq L\|v_i\|$ ، اذاً:

$$|\beta_i^N| \leq \frac{\alpha_i L \|g_{i+1}\|}{€\|v_i\|} + \theta \alpha_i L + (1-\theta)\alpha_i L^2 \, , \qquad ...... (4.9)$$

وهذا يؤدي الى انه:

$$|\beta_i^N| \leq \frac{\alpha_i L\gamma}{\text{€}\|v_i\|} + \theta\alpha_i L + (1-\theta)\alpha_i L^2\,, \qquad \ldots\ldots (4.10)$$

وبما انه:

$$\|s_{i+1}\| \leq \|g_{i+1}\| + |\beta_i^N|\|s_i\|\,, \qquad \ldots\ldots (4.11)$$

اذاً

$$\|s_{i+1}\| \leq \gamma + (\frac{\alpha_i L\gamma}{\text{€}\|v_i\|} + \theta\alpha_i L + (1-\theta)\alpha_i L^2)\|s_i\|\,, \qquad \ldots\ldots. (4.12)$$

$$\|s_{i+1}\| \leq \gamma + (\frac{L\gamma}{\text{€}\|v_i\|} + \theta L + (1-\theta)L^2\,\|v_i\|)\,.$$

بما ان :

$$\|v_i\| = \|x - x_i\|\,,$$

$$D = max\{\|x - x_i\|\}\,, \forall x, x_i \in R\}$$

وبالتالي المعادلة (4.12) ستصبح

$$\|s_{i+1}\| \leq \gamma + (\frac{L\gamma}{\text{€}Des} + \theta L + h(1-\theta)L^2 Des) = \varphi\,.$$

$$\sum_{i\geq 1}\frac{1}{\|s_{i+1}\|^2} \geq \sum_{i\geq 1}\frac{1}{\varphi^2} = \sum_{i\geq 1} 1 = \infty$$

$$\Rightarrow \sum_{k\geq 1}\frac{1}{\|s_{k+1}\|^2} = \infty\,.$$

ومن نتائج النتيجة (4.2) نحصل على:

$$lim_{i\to\infty}\, inf\|g_{i+1}\| = 0$$

■

5. النتائج:

تضمنت اختبارات المقارنة (دوال الاختبار الاصلية) ذات أبعاد مختلفة تتراوح بين 4≤n≤5000. وتم اعتماد لغة الفورترن 95 لبرمجة الخوارزمية الجديدة، وباستعمال شرط التوقف لكل في الحالات $\|g_{i+1}\|_\infty \leq 1\times 10^{-5}$، وتم اعادة التشغيل باستعمال شرط باول $|g_i^T g_{i+1}| \geq 0.2\|g_{i+1}\|^2$. والروتين الفرعي للبحث الخطي هو الاستكمال التكعيبي الذي يستعمل قيم الدالة والانحدار.

أكدت النتائج في جدول (1) ان خوارزمية التدرج المترافق الجديدة قد فاقت الخوارزمية الاصلية (HS) فيما يتعلق بعدد التكرارات الكلي NOI وعدد قيم الدوال الكلي NOF.

الجدول (1): مقارنة أداء الخوارزميتين الاصلية (HS) والجديدة β_k^N

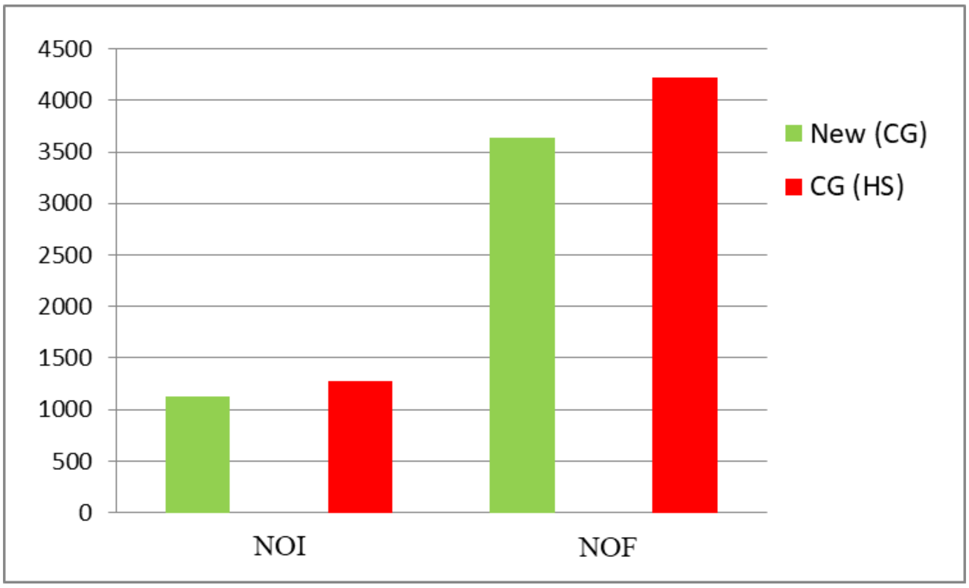
المسائل	عدد المتغيرات	الخوارزمية الاصلية H/S		الخوارزمية الجديدة	
		عدد التكرارات الكلي NOI	عدد قيم الدوال الكلي NOF	عدد التكرارات الكلي NOI	عدد قيم الدوال الكلي NOF
1	4	30	68	27	61
	100	30	68	27	61
	500	30	68	27	61
	1000	30	68	27	61
	5000	30	68	27	61
2	4	22	159	21	147
	100	22	159	22	158
	500	23	171	22	158
	1000	23	171	23	171
	5000	28	248	23	171
3	4	24	64	24	64
	100	29	79	29	79
	500	F	F	30	80
	1000	29	79	30	80
	5000	30	81	30	80
4	4	28	85	28	87
	100	33	114	31	104
	500	40	146	38	139
	1000	46	176	38	139
	5000	54	211	38	139
5	4	38	108	27	67
	100	40	122	33	85
	500	41	124	33	85
	1000	41	124	33	85
	5000	41	124	36	102
6	4	3	11	5	27
	100	14	81	14	80
	500	21	124	21	120
	1000	23	128	22	109
	5000	31	159	31	156
7	4	11	24	11	24
	100	49	99	44	89
	500	52	105	45	91
	1000	70	141	53	107
	5000	165	348	150	312
المجموع		**1281**	**4225**	**1120**	**3640**

الجدول (2): مقارنة معدل التحسن بين الخوارزميتين الاصلية HS والجديدة

الاداة	الخوارزمية الاصلية HS	الخوارزمية الجديدة
عدد التكرارات الكلي N.O.I.	100%	87.4317%
عدد قيم الدوال الكلي N.O.F.	100%	86.1538%

أظهرت النتائج في الجدول (2) معدل التحسن في الخوارزمية الجديدة مقارنة بالخوارزمية الاصلية HS. اذ كانت نتائج الخوارزمية الجديدة افضل من الخوارزمية الاصلية.

وكما يشير الجدول (2) أنه لو اخذنا الطريقة الاصلية بنسبة 100% لكل من عدد التكرارات الكلي NOI وعدد قيم الدوال الكلي NOF، وهذا يعني أن الخوارزمية الجديدة تحسنت مقارنة مع الخوارزمية الاصلية بنسبة 12.56٪ في NOI و13.84٪ في NOF. وبشكل عام، فان الخوارزمية الجديدة تحسنت بنسبة 13.2073٪ مقارنة مع خوارزمية (HS) الاصلية.



الشكل (1): يبين المقارنة بين الخوارزمية الجديدة والخوارزمية الأصلية (HS) وفقًا لإجمالي عدد التكرارات الكلي NOI وعدد قيم الدوال الكلي .NOF

6- الاستنتاجات:

الصيغة الجديدة التي تم اقتراحها لطريقة التدرج المترافقة التي تعتمد على صيغة داي-لياو (DL) لحل مسائل الامثلية غير المقيدة والتي تعتمد على صيغة كافاكي و غانبري هي صيغة جيدة مقارنة بمثيلاتها في هذا المجال وقد تم بيان ذلك من خلال المقارنة عدديا مع خوارزميات اخرى حيث اظهرت النتائج افضلية الخوارزمية الجديدة على خوارزمية HS في عدد التكرارت NOI وعدد حساب الدالة NOF. ويمكن ان نستخدم طريقة اخرى في المستقبل لإيجاد قيمة t في صيغة DL وبالتالي الحصول على خوارزميات جديدة.

Reference المصادر

[1] Dai, Y. H. and Liao, L.Z., (2001), New conjugacy conditions and related nonlinear conjugate gradient methods, Application Mathematical Optimization, 43, 87-101.

[2] Dai, Y. H. and Yuan, Y. (1999), A nonlinear conjugate gradient method with a strong global convergence property, SIAM Journal on Optimization, 10 , 177-182.

[3] Dai, Y. H. and Yuan, Y., (1996), Convergence properties of the Fletcher-Reeves method, IMAJ. Numer. Anal., 2, 155-164.

[4] Fletcher, R. and Reeves, C.M., (1964), Function minimization by conjugate gradients, The Computer Journal. 7, 149-154.

[5] Fletcher, R., (1987), Practical methods of optimization unconstrained optimization, John Wiley & Sons, New York, NY, USA.

[6] Hager, W. W. and Zhang, H., (2006), A survey of nonlinear conjugate gradient methods, Pacific Journal of Optimization, 2, 35-58.

[7] Hestenes, M. R. and Stiefel, E., (1952), Methods of conjugate gradients for solving linear systems, Journal of Research of the National Bureau of Standards. 49, 409-436.

[8] Kafaki, S. B. and Ghanbari, R., (2014), The Dai-Liao nonlinear conjugate gradient method with optimal parameter choices, European Journal of Operational Research, 234, 625-630.

[9] Liu, Y. and Storey, C., (1991), Efficient generalized conjugate gradient algorithms, part 1: Theory, Journal of Optimization Theory and Applications, 69, 129-137.

[10] Nocedal, J. and Wright, S.J., (2006), Numerical optimization (Second Edition), Springer Series in Operation Research, Springer Verlag, New York.

[11] Polak, E. and Ribiere, G., (1969), Note surla convergence des méthodes de directions conjuguées., 3(16), 35-43.

[12] Polyak, B. T., (1969), The conjugate gradient method in extreme problems, USSR Comp. Math. and Math. Phys., 94-112.

[13] Wolfe, P. (1969), Convergence conditions for ascent methods, SIAM. Rev. 11, 226-235.

[14] Zoutendijk, G., (1970), Nonlinear Programming , Computational Methods, in: J. Abadie (Ed.), Integer and Nonlinear Programming, North-Holland.

الملحق

اختبار دالة الامثلية غير المقيدة

1- دالة الخشب الموسعة:

$$\left[\quad f(x)=\sum_{i=1}^{n/4}\Big(100(x_{4i-3}^2-x_{4i-2})^2+(x_{4i-3}-1.)^2+90(x_{4i-1}^2-x_{4i})^2 + (1.-x_{4i-1})^2+10.1(x_{4i-2}-1.)^2+(x_{4i}-1.)^2 + 19.8(x_{4i-2}-1.)(x_{4i}-1.)\Big), \quad x_0=(-3,-1,\dots,-3,-1)^T.. \quad \right]$$

2- الدالة المركزية المعممة:

$$\left[\quad f(x)=\sum_{i=1}^{n/4}(exp(x_{4i-3.}+x_{4i-2.})^4+100.((x_{4i-2}-x_{4i-1.}.)^6 + arctan((x_{4i-1}-x_{4i})^4+x_{4i-3.}), \quad x_0= \ (1,2,2,2,\dots,1,2,2,2)^T.. \quad \right]$$

3- الدالة غير القطرية المعممة:

$$\left[\quad F(x)=\sum_{i=2}^{n}(100.(x_1-x_i^2)^2+(1-x_i)^2), x_0(-1,\dots,-1)^T.. \quad \right]$$

4- دالة الميل:

$$\left[\quad F(x)=\sum_{i=1}^{n/4}((e^{x_{4i-3}}+10x_{4i-2.})^2+100(x_{4i-2}+x_{4i-1.})^6+(tan(x_{4i-1}-x_{4i}))^4 + (x_{4i-3})^8+(x_{4i}-1.)^2), \quad x_0=(1,2,2,\dots,1,2,2)^T.. \quad \right]$$

5- دالة باول:

$$\left[\quad F(x)=\sum_{i=1}^{n/4}((x_{4i-3}-10x_{4i-2}.)^2+5(x_{4i-1}-x_{4i})^2+(x_{4i-2}-2x_{4i-1.})^4 + 10(x_{4i-3}-x_{4i})^4), x_0=(3,-1,0,1,\dots,3,-1,0,1)^T.. \quad \right]$$

6- دالة مجموع التربيعات:

$$\left[\quad F(x)=\sum_{i=1}^{n}(x_i-i)^4, x_0=(1,1,\dots,1)^T.. \quad \right]$$

7- دالة وولف:

$$\left[\quad F(x)=\left(-x_1\left(3.-\frac{x_1}{2}\right)+2.x_2-1.\right)^2 + \sum_{i=1}^{n-1}\left(x_{i-1.}-x_i\left(3.-\frac{x_i}{2.}+2.x_{i+1}-1.\right)\right)^2 + \left(x_{n-1}-x_n\left(3.-\frac{x_n}{2.}\right)-1.\right)^2, x_0=(-1,\dots,-1)^T \ .. \quad \right]$$