تنمية الرافدين ٨٩ (٣٠) ٢٠٠٨
ص ص [٢٤٥-٢٥٦]

الخوارزمية الجينية في جدولة العمليات مع عدم إمكانية القطع

إسراء نذير الكلاك
مدرس مساعد-جامعة الموصل
كلية التمريض-فرع العلوم الأساسية
isra19kalak@yahoo.com

رقية زيدان شعبان
مدرس مساعد-جامعة الموصل
كلية الطب-وحدة الحاسبة الالكترونية
swallow2_2006@yahoo.com

المستخلص

تطرقت الدراسة إلى استخدام مفهوم الخوارزمية الجينية في جدولة المعالجات المتعددة ، من خلال دمج خوارزميتين من خوارزميات الجدولة مع عدم إمكانية قطع العمليات ، والمتمثلة بالبيان الحلقي المباشر ، فالخوارزمية الأولى جدولة المستوى الأعلى أولا مع تقدير الزمن" HLFET، والخوارزمية الثانية "جدولة المستوى الأصغر أولا مع تقدير الزمن" SCFET. أظهرت الدراسة نتائج ايجابية من خلال إبراز الحل الأفضل، من بين عدد كبير من الحلول في تقليل طول الجدولة (تقليل زمن إنهاء العمل)، من خلال الجدولة المثلى والمتمثلة بالخوارزمية الجينية المقترحة، إذ أظهرت كفاءة عالية وسهولة مرنة مقارنة مع استخدام خوارزميات الجدولة لوحدها.

A Genetic Algorithm in Scheduling Processes with Non – Permeability

Isra N. Alkallak
Assistant lecturer
Department of Basic Sciences
College of Nursing
University of Mosul

Ruqaya Z. Sha'ban
Assistant lecturer
Computers Unit
College of Medicine
University of Mosul

Abstract

The current paper tackles the combination of the genetic Algorithm with scheduling the multiprocessor by browsing the two algorithms for dependent tasks and non preemptive. The first algorithm is the highest level first estimated time (HLFET), and the second algorithm is smallest co -level first with estimated time (SCFET). The genetic algorithm proved to be powerful, efficient and appeared the feasible solution among many solutions; that minimize the schedule length (execution time) to find the optimal scheduling. In this research, it is proposed a genetic algorithm that finds a good combination of two list algorithms to produce a schedule with shortest schedule length.

The results of the experiments showed that scheduling found with the proposed two list scheduling genetic algorithms outperform those found with each one of the two lists scheduling alone.

تاريخ التسلم ٢٠٠٧/٢/١ _____ تاريخ قبول النشر ٢٠٠٧/٥/٢٢

١ - ١ المقدمة Iintroduction

تعد الخوارزمية الجينية Genetic Algorithm أحد أساليب الذكاء الاصطناعي، إذ برزت أهميتهافي حل مسائل معقدة ، إذتمتلك كماً هائلاًمــن الحلــول البديلــة ، والحل الناتج من تطبيق الخوارزمية الجينية يكون في أغلب الأحيان حلاً قريباً إلــى الحل الأمثل، كما تعتمد الخوارزمية الجينية على آليــة الانتقــاء الطبيعــي ونظــام الجينات الطبيعية (Goldberg,1989). إن فكرة العمل للخوارزمية الجينية تعتمد على أفكار الهندسة الوراثية ، التي تتميز بالإنتاج المقصود للمجموعات الموروثة بهــدف تكوين أفراد ذوي صفات جيدة ، وعلى هذا الأســاس تقــوم الخوارزميــة الجينيــة بانتخاب الحلول الفضلىمن بين عــدد كبيــر مــن الحــ ــلول وإجــراء بعــض التداخـــلات والتبديـــلات بيـــن هـــذه الحـــلول بهــدف تكويـــن حــل أفضل.(Gold,1989, Hou *et. al*.,1994).

نظراً لكون الخوارزمية الجينية تقلل وتختصر الكثير مــن الجهــد والــزمن المطلوبين لدى مصممي الأنظمة والبرامج، وذلك من خلال إيجاد خوارزمية عامــة يعتمد عليها في حل مـ ختلف أنواع المسائل، بدلاًمن بناء خوارزمية خاصـــة لكــل مسألة، مع مراعاة التغييرات اللازمة التي تتناسب مع خصوصية كل مــسألة مــن حيث حجم ونوع البيانات المستخدمة وطبيعة دالـ ـة الهدف والقيود لكل مسألة . درست مسألة الجدولة Scheduling Problem بشكل واسع فــي حقلــي علــوم الحاســبات وبحوث العمليات، وتعدّ من مسائل الامثلية Optimization Problem، التــي عــادة تصنف إلى مسائل من نوع NP-Complete، (Auyeung *et. al*. ,2003 , Peng *et .al.* ,1997, Thiebaut,1995)، ومن هنا جاء هدف الدراسة.

١ - ٢ أنموذج البيــان الحلقــي المباشــر (Directed Acyclic Graph Model DAG)

تعدّ معالجة العمليات المرتبطة والمتمثلة في أنموذج البيان الحلقي المباشر ضمن لبنة البحوث في علوم الحاسبات، ويمكن تمثيل البرنامج المتوازي Parallel Program من خلال تمثيل العمليات بوساطة أنموذج البيان الحلقي المباشر DAG، وسمي بذلك لعدم وجود حلقة (رجوع) Cycle في البيان بين العقدتــين (Albala *et. al*.,1997, Gonzalez,1977)، G = (E,V) إذ إن V هي مجموعة من العقد Node، و E هي مجموعة من الحافات Edge، إذ تمثل العقد مجموعة العمليات التي يجب تنفيذها بالتتابع، في حين تمثل الحافات الاتصال بين تلك العمليات (Collins,2001, Aronsson *et. al*.,2002)، يرافق كل عقدة وزن Weight يمثل كلفة الحساب Computation Cost، ويقصد بها زمن التنفيذ للعملية. ويرافق كل حافة اتصال بين عقدتين وزن Weight يمثل كلفة الاتصال Communication Cost، وإذا تم تنفيذ جميع العمليات في المعالج نفسه، فإن كلفة الاتصال تفترض أن تكون صفرا أو تهمل (Kowk *et. al*., 1999,Radulescu *et. al*., 2002). إن أساس مفهوم الجدولة

لاينبغي اختراق علاقة الأسبقية Precedence Relation بين العقد (العمليات)، وإن العملية المستعدة للتنفيذ Ready هي العملية التي لاتمتلك أسلافا أو تم تنفيذها (Gonzalez,1977, Baskiyar, 2002, Radulescu *et .al*., 2002).

١ - ٣ الخطوات الأساسية في الجدولة Basic Steps in Scheduling

تستند معظم خوارزميات الجدولة إلى أسلوب جدولة القائمة List Scheduling، التي تعتمد على عمل قائمة، أي أن يتم تخصيص أسبقية لكل عملية، وإن أغلب خوارزميات الجدولة تعمل بالأساس على ما يأتي:

١. تحديد الأسبقية لكل عملية.
٢. اختيار العملية ذات الأسبقية العالية.
٣. تخصيص العملية للمعالج مع تحديد المدة الزمنية للتنفيذ.

أما في حالة وجود أكثر من عملية تمتلك الأسبقية نفسها، فسيتم الاختيار عشوائيا (كيفياً) Arbitrary أي ليس على وفق معايير حسابية (Arroyo,1996, Kowk *et .al*.,1999).

١ - ٤ أنموذج لوحة جانت Gantt Chart Model

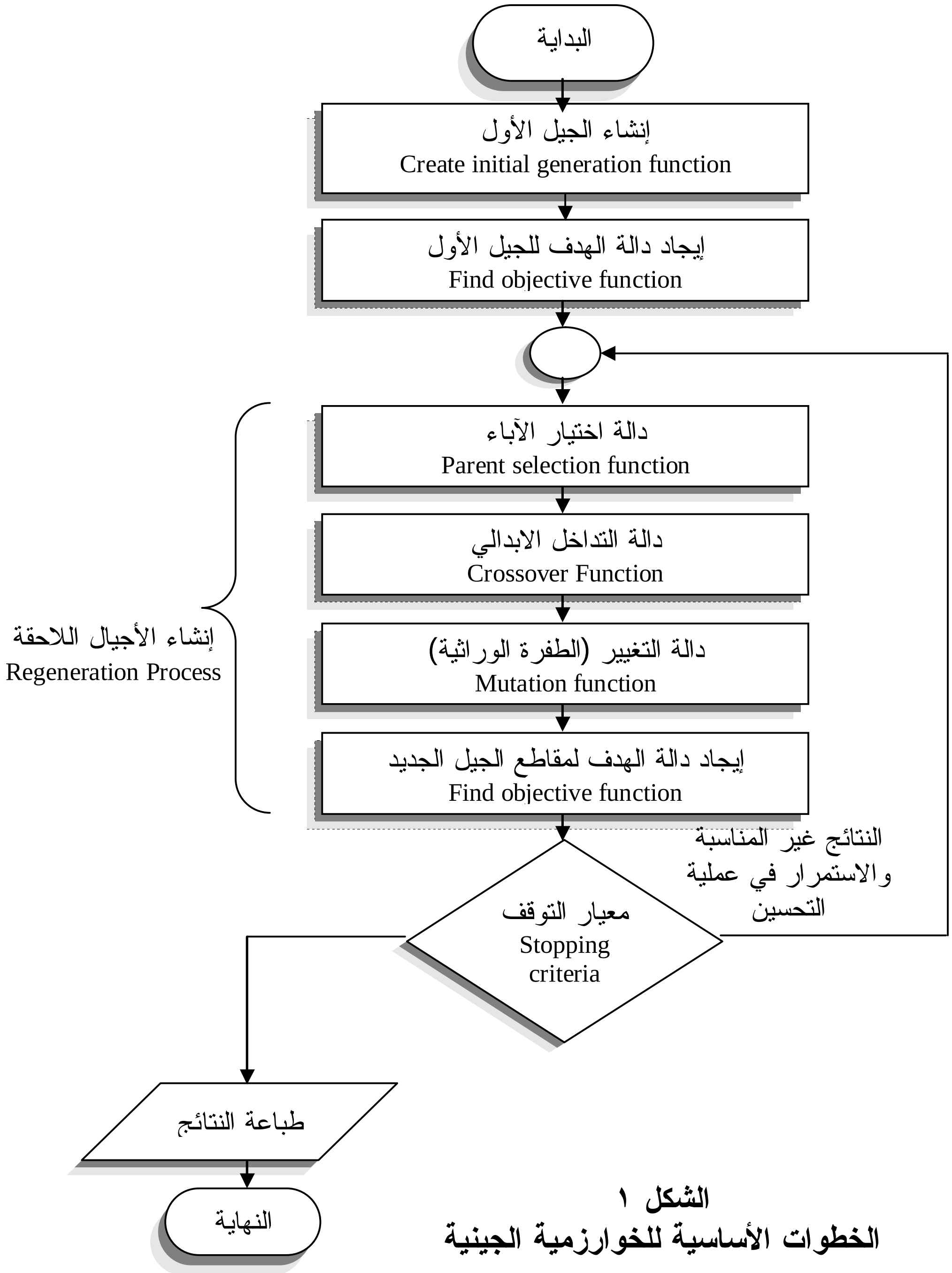
يتم تمثيل جدولة العمليات من خلال مخطط توضيحي يدعى لوحة كانت Gantt Chart، إذ يقيس أداء الخوارزمية ويحدد كفاءتها وأفضليتها من خلال طول الجدولة، إذ يعد مقياسا لمنفعة المعالج ومعيارا مهما لتصميم الخوارزمية، (Thiebaut,1995)، كما يوضح الزمن المستغرق لإنهاء تنفيذ مجموعة من المهام على معالجات متعددة، ويستخدم الرمز (ϕ) للمعالج الساكن (العاطل) Idle Period (Arroyo,1996) .

١ - ٥ خوارزمية جدولة العمليات المرتبطة Dependent Tasks Scheduling Algorithm

أشير في المصادر العلمية إلى استخدام خوارزميتين للجدولة الأولى جدولة المستوى الأعلى أولاً مع تقدير الزمن Highest Level First With Estimated Times (HLFET)، والثانية جدولة المستوى الأصغر أولاً مع تقدير الزمن Smallest Co-Level First With Estimated Time (SCFET)، وتحدد الأسبقية للعملية في الخوارزمية الأولى من خلال المستوى level، ويقصد بالمستوى مجموع زمن التنفيذ لكل العمليات على طول المسار الحرج Critical Path، أي من العملية المعينة إلى الأخيرة، وبعد ذلك ترتب المستويات للعمليات في أنموذج البيان الحلقي المباشر ترتيبا تنازلياً . أما الخوارزمية الثانية تحدد الأسبقية للعملية من خلال Co-level ويقصد به مجموع زمن التنفيذ لكل العمليات على طول المسار الحرج من عملية البدء Entry Node إلى العملية المعينة (Kowk *et. al*.,1999).

٢-١ طرائق العمل

إن طرائق العمل المتبعة في الدراسة الحالية لخصت بالخطوات التحـضيرية للخوارزمية الجينية وكما موضحة في الشكل الآتي:



الشكل ١

الخطوات الأساسية للخوارزمية الجينية

٢-٢ المجتمع Population

يتكون المجتمع من الإفراد Individuals ويحدد حجم المجتمع حسب المسألة المراد حلها. وتم تمثيل أبجدية الكروموسومات بالصيغة الثنائية وكل كروموسوم يتكون من عدد من الجينات genes.

Gen1	Gen2	- -	Gen n

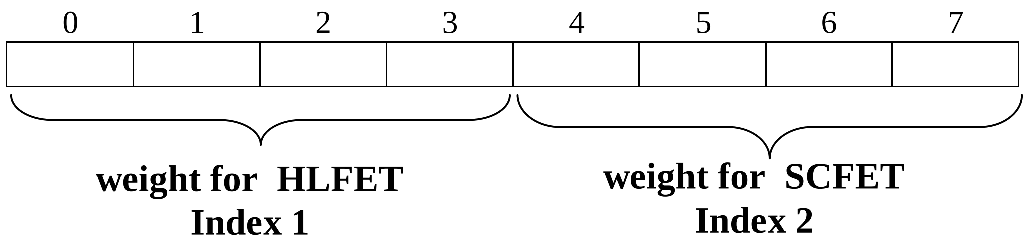
Chromosome

n تمثل طول الكروموسوم (Auyeung *et. al.* 2003, Grajcar, 1999, Mahmood, 2000, Nossal, 2000, Mitchell ,1998)

تم تحديد طول الكروموسوم في الدراسة الحالية بـ ٨ خانة 8bit، وعليه يكون حجم المجتمع للدراسة الحالية مساوٍ ١٦ فرد ٢٤، ومن ثم يتم توليد مجموعة من الأرقام العشوائية Randomly Function لتمثيل القيم الابتدائية لجينات الإفراد في المجتمع.

٣-٢ التشفير Encoding Solution

يقصد به إيجاد تمثيل مناسب للحل ويعتمد على المسألة المراد حلها. هناك عدة طرائق للتشفير منها Binary Encoding التي اعتمدت في مسألة الدراسة، إذ يمتلك كل جين موقعا في الكروموسوم من خلال تكوين وزن weight، لكل من الخوارزميتين المذكورتين، والهدف منه إيجاد الوزن المثالي، ولهذا تم تمثيل الكروموسوم على شكل مجموعتين، وكل مجموعة تمثل بسلسلة من ٤ خانات 4bits، بحيث كل جزء من الكروموسوم يشير إلى خوارزمية من إحدى الخوارزميتين حسب ترتيبها في الكروموسوم. كما استخدمت في الدراسة الحالية مصفوفة ذات بعد واحد مكون من ٨ خانات 8bits، تمثل الكروموسوم، وضحت في الشكل ٢. إذ تمثل الخانات من (0-7) الوزن، أما تسلسل الجزء Index يشير إلى الوزن الخاص بالخوارزمية المعنية.



الشكل ٢

عملية تشفير المسألة

٢ - ٤ دالة اللياقة Fitness Function

تعد دالة اللياقة دالة هدف المسألة المراد حلها، وتم حسابها لكل مقطع من مقاطع الجيل، من خلال إيجاد الأسبقية لكل عقدة (عملية) في البيان الحلقي المباشر كما يأتي:

$$Pr(n)=(w_{hlfet}*p_{hlfet})+(w_{scfet}*p_{scfet})$$

إذ تمثل :

pr(n) الأسبقية المخصصة لكل عملية في البيان الحلقي المباشر.

W_{hlfet} الوزن المخصص لخوارزمية HLFET، الموضح في Index1 في الشكل ٢.

W_{scfet} الوزن المخصص لخوارزمية SCFET، الموضح في Index2 في الشكل ٢ .

P_{hlfet} الأسبقية المخصصة لكل عملية أو المستوى level حسب خوارزمية HLFET في DAG .

P_{scfet} الأسبقية المخصصة لكل عملية أو Co-level حسب خوارزمية SCFET في DAG .

٢ - ٥ الانتقاء أو الانتخاب Selection

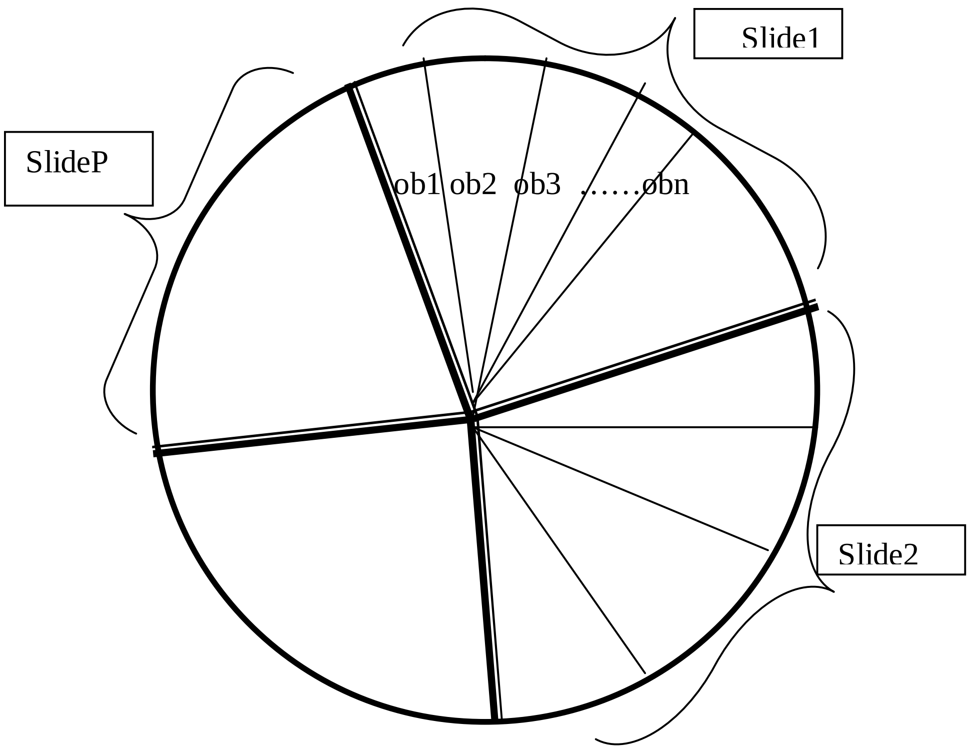
وهي عملية اختيار الآباء Parenet في المجتمع لأجل التزاوج لإنتاج الجيل الجديد، وان عملية الانتقاء لها دور في تطور الخوارزمية الجينية، وذلك لاختيار أفضل الأفراد في المجتمع، وقد تم اعتماد طريقة الانتخاب المستخدمة في البحث على وفق أسلوب عجلة الروليت Selection Wheel Roulette (Mitchell,1998). تعتمد هذه الطريقة على اختيار أفضل مافي المجتمع من أفراد، وذلك بعد حساب مجموع الجودة للمجتمع وتستخدم القيم الناتجة احتمالية لاختيار الأفراد في الأجيال اللاحقة (Goldberg,1989). كما في الشكل ٣، وأدناه الخوارزمية المقترحة لإجراء عملية الانتقاء لمسألة الدراسة الحالية، إذ تعدّ الأولية محلياً في هذا المجال كما يأتي:

١. البداية.
٢. نفرض حجم المجتمع p .
٣. نفرض المجموع الكلي لدوال الهدف لجميع الكروموسومات sumall .
٤. I=1 .
٥. توليد رقم عشوائي randomly (R) ضمن المدى 0<R<=sumall .
٦. I=I+1 .
٧. إيجاد دالة الهدف لكل كروموسوم وليكن Ob.
٨. إيجاد مجموع دوال الهدف لكل كروموسوم Slide=Slide+Ob .
٩. إيجاد مجموع دوال هدف لكل كروموسوم مع مجموع دوال هدف للكروموسوم الذي يليه Partsum=Partsum+Slide .

١٠. مقارنة Partsum>R إذا نعم اذهب إلى الخطوة ١١.
لا اذهب إلى الخطوة ٦.

١١. توقف الخوارزمية، عندئذ رقم الكروموسوم يمثل الكرموسوم المنتخب في إنشاء الجيل اللاحق.

١٢. النهاية.

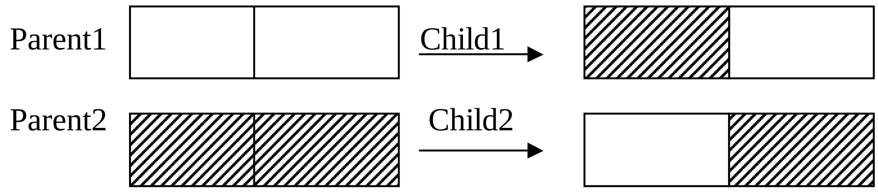


الشكل ٣
عجلة الروليت في مسألة الجدولة

٢-٦ التداخل الابدالي Crossover

تتمثل هذه العملية بإجراء تبديل بين قيم متقابلة من مقطعي الابوين المنتخبين لغرض إنشاء المقطع الجديد، (Auyeung *et. al*, 2003) (Mahmood, 2000) (Mitchell ,1998) (Nossal, 2000) (Grajcar ,1999) (الحديثي وآخرون، ٢٠٠١).

وفي الدراسة الحالية تم استخدام طريقة التداخل الابدالي ذي نقطة القطع الواحدة Single Point Crossover، إذ يتم اختيار عشوائي لنقطة واحدة ضمن مقطعي الأبوين بعدها يتم اجراء تبديل بين قيم متقابلة من مقطعي الأبوين المنتخبين لغرض انشاء المقطع الجديد كما موضح في الشكل ٤.



الشكل ٤
عملية التداخل

٢-٧ الطفرة Mutation

تعدّ هذه العملية تغييراً أو تبديلاً بين جينات محددة ضمن الكروموسوم الواحد، لإنشاء كروموسومات تعطي حلولاً جديدة في الجيل اللاحق (Mahmood, 1989) (Goldberg, 2000) (Nossal, 2000). أما في الدراسة الحالية فقد تم استخدام طريقة عكس قيمة الجين Bit Inversion الأكثر استخداماً في حالة التشفير الثنائي للكروموسوم، إذ يتم اختيار موقع معين في الكروموسوم وعكس قيمته (أي إذا كان 0 يصبح 1 وبالعكس 10001001 (11001001)).

كما تم استخدام احتمالية الطفرة بنسبة ٠,٢، وهنا يتم إنشاء كروموسومات تعطي حلولاً جديدة في الجيل اللاحق، التي لم يسبق تكوينها في الأجيال السابقة وذلك بهدف توسيع أفضل الحلول الممكنة، والمتمثلة بتكوين لأكبر عدد من الكروموسومات المختلفة ضمن الجيل، وهذا يؤدي للوصول إلى الاقتراب من الحل الأمثل.

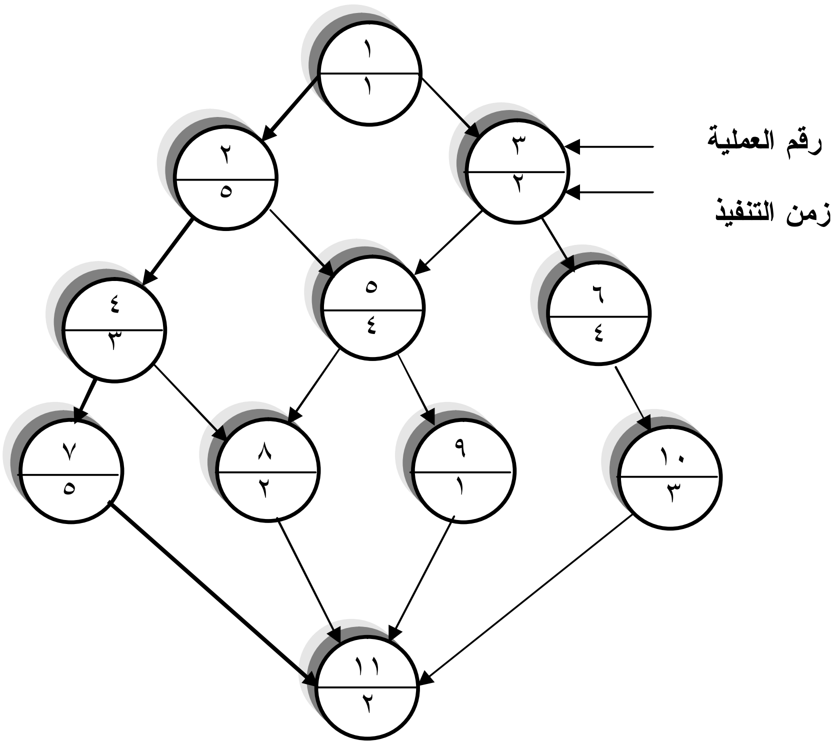
٢-٨ معيار التوقف Stop Criteria

يستمر إنشاء الأجيال المتعاقبة بهدف تحسين الحل أي جعله أكثر اقترابا إلى الحل الأمثل، إلى أن يتحقق شرط التوقف الذي يعتمد على مقياس توقف الخوارزمية الجينية، ويختلف هذا المقياس باختلاف المسألة، ومن أهم مقاييس التوقف هو المقاييس التقليدية Classical Measures، الذي اعتمد في الدراسة الحالية ويعني التحديد المسبق لعدد الأجيال التي لم يحدث تكوينها أي تحسن للحل، إذ تتوقف الخوارزمية، إذا لم يطرأ أي تحسن للجيل الحالي بعد هذا العدد المحدد من الأجيال وفقاً لما أشير إليه في الدراسات السابقة ثابت، ٢٠٠٥ ;Goldberg ,1989) (Nossal,2000 ;

٣-١ النتائج Results

تطرق الجانب العملي في الدراسة الحالية إلى تنفيذ الخوارزمية الجينية المقترحة في جدولة المعالجات المتعددة ، مع عدم قطع العمليات، ويوضح الشكل ٥ أنموذج البيان الحلقي المباشر بمدى (١-١١) و(١-٥) لعدد العمليات وزمن التنفيذ

على التوالي وتوفر معالجين . كما اعتمد عدد الأجيال وطول الكروموسوم وطـــول الجيل بـــ ٧ و٨ و١٦ على التوالي واعدت بـــرامج حاســوبية بلغـــة C^{++} لتنفيـــذ الخوارزمية المقترحة في الد راسة، وتم تنفيذها على أمثلة عديدة ومنهـــا الإنمـــوذج الموضح في الشكل ٥، أما الشكل ٦ فيبين مثالاً لإيجاد أنموذج وزن تابع لأي مـــن الخوارزميتين، فإذا كان الوزن المخصص للخوارزمية الأولى HLFET أكبـــر مـــن الصفر والوزن المخصص للخوارزمية الثانية SCFET مساوٍ للصفر فـــإن التنفيـــذ يتجه إلى الخوارزمية الأولى، في حين إذا كان الوزن المخـــصص للخـــوارزميتين اكبر من الصفر عندئذ يتم إيجاد الأسبقية من خلال حاصل جمع الوزن المخـــصص لكل من الخوارزميتين لأيجاد احتمالية أسبقية العمليات في التنفيذ. ويبين الجـــدول ١ عدد المهام وحساب المستوى Level و Co_level إزاء كل مهمة للمثال في الـــشكل ٥ .



الشكل ٥

البيان الحلقي المباشر

0	0	0	0	1	1	0	0

weight for HLFET =0 **weight for SCFET=12**

الشكل ٦
أنموذج وزن تابع

الجدول ١
عدد المهام وحساب المستوى للخوارزميتين

TASK	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
LEVEL	16	15	11	10	8	9	5	4	3	5	2
CO_LEVEL	1	6	3	9	10	7	14	12	11	10	16

وطياً الجداول الخاصة بخطوات التنفيذ للمثال المذكور في الشكل ٥ للدراسة الحالية في الملحق، التي توضح عدد الحلول في كل جيل للاقتراب إلى الحل الأفضل.

ويوضح الجدول ٢ نتيجة تنفيذ الخوارزمية الجينية المقترحة في الدراسة الحالية على أنموذج البيان الحلقي المباشر في الشكل ٥ متمثلة في أنموذج لوحة كانت:

الجدول ٢
جدولة العمليات باستخدام الخوارزمية الجينية المقترحة

معالج ١	1	2	2	2	2	2	4	4	4	5	5	5	5	10	10	10	9	11	11
معالج٢	ϕ	3	3	0	0	0	6	6	6	6	7	7	7	7	7	8	8	0	0

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19

٣ - ٢ الاستنتاجات Conclusions

تمخضت الدراسة الحالية عن الاستنتاجات الآتية :

١. استخدام الخوارزمية الجينية لحل مسألة جدولة العمليات للمعالجات المتعددة ، نتج عنه مجموعة من الحلول ليس بحجم المجتمع ، لأن بعض الحلـــول الناتجـــة من تنفيذ الخوارزمية الجينية، لا يمكن أن تؤدي إلى حل المسألة بسبب اختراق

علاقة الأسبقية بين العمليات (علاقة الأب والابن)، ففي هذه الحالة تم إهمال تلك الحلول والتأكيد على الحلول المثلى الناتجة إلى الحل الأفضل.

٢. تم اقتراح دالة لياقة جديدة، وإضفاء بعض التحويرات والإضافات إلى روتين عجلة الروليت، من أجل تطبيق مفهوم الخوارزمية الجينية والوصول إلى الحل الأفضل.

٣. أعطت الخوارزمية الجينية المقترحة، نتائج إيجابية من خلال دمج خوارزميتين معينتين، مقارنة مع استخدام إحدى الخوارزميتين .

المراجع

أولاً- المراجع باللغة العربية

١. الحديثي، جبير جوامير وعلي، هند عبد الرزاق محمد ،تحليل التراميز الكتلية الخطية باستخدام الخوارزمية الجينية، مجلة أبحاث الحاسوب، المجلد الخامس، العدد الثاني، ٢٠٠١.

٢. ثابت، همسة معن محمد ، بعض تطبيقات الخوارزمية الجينية في حل مسائل الأمثلية، رسالة ماجستير، كلية علوم الحاسبات والرياضيات، جامعة الموصل، ٢٠٠٥.

ثانياً- المراجع باللغة الاجنبية

1. Albala, A., Chan, W. Y.,Chow, A., Fan, X. and Stephan, V., Data Structure and Algorithms Topic #30 :Directed A cyclic Graph, Class Notes for 308-251.School of Computer Science, Mc Gill University,1997.
http//www.cs.mcgill.ca/~cs251/old courses/1997/topic30/
2. Aronsson, P. and Fritzson, P. Multiprocessor Scheduling of Simulation Code from Modelica Models, 2nd International Modelica Conference, 2002.
http//www.modelica.org/Conference2002/ paper.s html.
3. Arroyo, D. O., STS A Simple Tool for Scheduling, School of Computer Science, McGill University, 1996.
http://www.cs.mcgill.ca/~cs251/oldcourses/1997/
4. Auyeung, A., Gondra, I. And Dai, H.K., Multi-Heuristic List Scheduling Genetic Algorithm for Task Scheduling. ACM.,2003.
http//www.cs.okstate.edu/~wingha/sac03-ga.pdf
5. Baskiyar, S., Scheduling DAGs on Message Passing m-Processor System, IEICE Trans. Inf. & Syst., E 83-D (7), 2000.
6. Collins, J. B., An Approach to Scheduling Task Graphs with Contention in communication, 2001.
http//www.ait.nrl.navy.mil/pgmt-for-web/pdf/an-approach-to-scheduling.pdf
7. Goldberg ،D.E, Genetic Algorithms in Search Optimization and Machine Learing, Addison-Wesly. 1989.
8. Gonzalez, M. J., Deterministic Processor Scheduling, ACM. Computing Surveys, 9(3) , 1977.
9. Grajcar, M., Genetic List Scheduling for Scheduling and Allocation on a Loosely Coupled Heterogeneous Multiprocessor System, 1999.
http://portal.acm.org/citation.cfm?id=309931&coll.
10. Hou, E. S. H. ،Ansari, N., Ren, H., A Genetic Algorithm for Multiprocessor Scheduling, IEEE Transaction on parallel and Distributed systems,l5(2) , 1994.

11. Kowk, Y. K. and Ahmad, I., Static Scheduling Algorithm for Allocating Directed Task Graphs to Multiprocessors, ACM Computing Surveys, Vol. 31, No. 4, 1999.
12. Mahmood ،A., A Hybrid Genetic Algorithm for Task Scheduling in Multiprocessor Real-Time Systems, 2000.
http://www.ici.ro/ici/revista/sic2000-3/art05.html
13. Mitchell, M., An Introduction to Genetic Algorithms, MIT press, London, 1998.
14. Nossal, R., An Evolutionary Approach to Multiprocessor Scheduling of Dependent Task, 2000.
http:// www.citesser.ist.psu.edu/context/377390
15. Peng,D.T., Shin, K.G and Abdel Zaher, T. F., Assignment and Scheduling Communicating Periodic Tasks in Distributed Real-Time Systems, IEEE. Transactions on Software Engineering ،23(12) ,1997.
16. Radulescu, A. and Gemund, A. J. C. V. Low-Cost Task Scheduling for Distributed-Memory Machines, IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems, Vol. 13, No. 6, 2002.
17. Thiebaut, D. Problem Decomposition on a multiprocessor Network, Parallel Programming in C for the Transputer, chap. IX, 1995.
http//cs.smith.edu/~thiebaut/transputer/chapter9/chap9-1.html