



## المقدر المتقلص لحالة المشاهدة الواحدة في مشكلة $N(\theta, V)$ إذا كان التباين غير معلوم

عامر فاضل نصار الزيدي

جامعة تكريت/ كلية التربية للبنات

### الخلاصة:

في هذا البحث تم دراسة مقدر التقلص (Shrinkage Estimator) لحالة المشاهدة الواحدة (Single Observation) في مشكلة  $N(\theta, V)$  إذا كان التباين غير معلوم وأثبتنا العلاقة بين هذا المقدر المتقلص و مقدر بيز الطبيعي (Normal Bayes Estimator) وتمت دراسة خواصه ودوال خطورته و دراسة الحالات المثالية والمقدرات المتقلصة ذات التباين الأكبر من واحد والمقدرات المتقلصة ذات التباين الأقل من واحد وتم تقديم مبرهنتين حول موضوع البحث.

### معلومات البحث:

تاريخ التسليم: ٢٠٠٩/١٢/٠١  
تاريخ القبول: ٢٠٠٩/١٢/٢٤  
تاريخ النشر: ٢٠١٢ / ٠٦ / ١٤  
DOI: 10.37652/juaps.2009.15633

### الكلمات المفتاحية:

المقدر المتقلص ،  
حالة المشاهدة الواحدة ،  
 $N(\theta, V)$  ،  
التباين غير معلوم.

### المقدمة

واحد لتسهيل الاشتقاقات الرياضية ولكن هذه الفرضية بعيدة عن الواقع. في موضوع بحثنا سنبحث في الحالة الأقرب للواقع حيث سنفرض ان التباين غير معلوم وهذا سيجعل عدد المقدرات غير منته ولذا سنختار إحدى الطرائق الإحصائية كأساس للمفاضلة بين هذه المقدرات وفي موضوع التوزيع الطبيعي (Normal Distribution) سيكون بحثنا في الحالة  $N(\theta, V)$  حيث  $V$  كمية غير معلومة.

### 2 المقدر المتقلص ذو التباين غير المعلوم

لقد درس الباحث [9] اقتراح دالة تقلص  $\lambda(x)$  حيث افترض ان  $x$  متغير عشوائي يمتلك توزيع طبيعي بمعدل  $\theta$  وتباين ثابت مقداره واحد أي  $x \sim N(\theta, 1)$  ودرس العينة التي تتوفر لها مشاهدة واحدة (Single Observation) فقط فكان  $\pi(x, \lambda)$  هو مقدر التقلص الناتج من استخدام دالة التقلص  $\lambda(x)$

$$\pi(x, \lambda) = \tilde{\theta} = \lambda \hat{\theta} + (1 - \lambda)\theta_0$$

$$\pi(x, \lambda) = \lambda(x)x \dots\dots\dots(2)$$

حيث  $0 \leq \lambda \leq 1$ ، وهذا المقدر من مقدرات المعلمة  $\theta$  الذي يخص حالة المشاهدة الواحدة. ان افتراض التباين ثابت ويساوي واحد غير منطقي من الناحية الواقعية الا انه يسهل الحل في كثير من البحوث الرياضية لذلك نرى هذا الافتراض موجود في كثير من البحوث (المصدر [9] صفحة 2 ، والمصدر [2] صفحة 26). في هذا البحث

لتقدير معلمة الوسط ( Estimation of Mean Parameter ) في أي توزيع نحتاج الى مشاهدات (Observations) في العينة العشوائية (Random Sample) وإذا نقصت هذه المشاهدات زادت صعوبة التقدير وزادت احتمالية الخطأ وزادت احتمالية بعد المعلمة المقدر عن المعلمة الأصلية فإذا كانت العينة تتوفر فيها مشاهدة واحدة (Single Observation) فقط ولأي سبب كان يصبح التقدير معقدا وصعبا. طريقة التقلص (Shrinkage Method) تتعامل مع هذه المشكلة ونحن من خلالها ندرس مقدرات التقلص ( Shrinkage Estimators) التي تعتمد على الاستفادة من المعلومات المسبقة  $\theta_0$  وعلى التقدير (Estimation) من العينة العشوائية  $\hat{\theta}$  بالاعتماد على دالة تقلص موزونة، ليكون مقدر التقلص تركيب خطي لهما

$$\tilde{\theta} = \lambda \hat{\theta} + (1 - \lambda)\theta_0 \dots(1)$$

حيث  $0 \leq \lambda \leq 1$

ومن الصعوبات التي ترافق عملية التقدير في هذه الطريقة هي قيمة التباين ( Variance ) الذي يجعل عملية التقدير أكثر صعوبة لذلك يفكر الباحثون بان يجعلوا من قيمة التباين كمية ثابتة وتساوي

\* Corresponding author at: Tikrit University/ College of Education for women, Iraq;  
ORCID:  
E-mail address:

أي انه مقدر متحيز (Bias Estimator) ماعدا إذا كانت  $\lambda = 1$ ، وبما ان المقدر  $\pi(x, \lambda, v)$  متحيز نستخدم دالة الخطورة  $R(\theta, \lambda, V)$  (Risk Function) كأساس للمفاضلة بين المقدرات الناتجة من استخدام قيم مختلفة لدالة النقل  $\lambda(x)$  (وتباين غير معلوم) لبيان أفضليتها، فالمقدر الذي يمتلك اقل دالة خطورة بين هذه المقدرات يكون هو الأفضل

$$\begin{aligned} R(\theta, \lambda, V) &= E(\pi(x, \lambda) - \theta)^2 \\ &= E_{\theta}(\lambda x - \theta)^2 \\ &= E(\lambda^2 x^2 - 2\lambda\theta x + \theta^2) \end{aligned}$$

$$= \lambda^2 E(x^2) - \lambda^2 \theta^2 + \lambda^2 \theta^2 - 2\lambda\theta^2 + \theta^2$$

$$= \lambda^2 (E(x^2) - \theta^2) + (\lambda^2 - 2\lambda + 1) \theta^2$$

وفي موضوع بحثنا يكون التباين غير معلوم  $V = (E(x^2) - \theta^2)$  لذلك يكون

$$R(\theta, \lambda, V) = \lambda^2 V + (\lambda - 1)^2 \theta^2 \dots\dots\dots(3)$$

#### الحالات المثالية

أن قيمة  $R(\theta, \lambda, V)$  تعتمد على قيمة المتغيرين  $\theta$  و  $V$ . وبعد إيجاد  $R(\theta, \lambda, V)$  للمقدر  $\pi(x, \lambda, v)$  يكون هدفنا إيجاد قيم  $\lambda$  تكون فيها قيمة دالة الخطورة اقل ما يمكن، لذلك نشق  $R(\theta, \lambda, V)$  بالنسبة إلى  $\lambda$

$$\frac{\partial R}{\partial \lambda} = 2V\lambda + 2(\lambda - 1)\theta^2$$

$$2V\lambda + 2(\lambda - 1)\theta^2 = 0$$

$$V\lambda + \lambda\theta^2 - \theta^2 = 0$$

$$\lambda(V + \theta^2) = \theta^2$$

$$\lambda = \frac{\theta^2}{V + \theta^2} \dots\dots(4)$$

للحصول على دالة خطورة اقل ما يمكن نستخدم  $\lambda$  المذكورة في (4) والتي تعتمد على قيمة المتغيرين  $\theta$  و  $V$  إذ لكل قيمة لـ  $V$  توجد  $\lambda$  مثالية خاصة بها أي انه يوجد عدد غير منته من قيم  $\lambda$  المثالية ( $\lambda$  optimal) ويكون المقدر الناتج منها هو أفضل من جميع المقدرات الأخرى لأنه يمتلك اقل  $R(\theta, \lambda, V)$  هذا يعني تعدد الحالات المثالية وهذا الامر يجعل من موضوع بحثنا تعميم للحالة التي

ندرس الحالة الاكثر واقعية وهي ان التباين يكون غير معلوم ( $V =$  Variance) أي إن  $x \sim N(\theta, V)$  وسنرمز للمقدر الناتج لهذه الحالة بالرمز  $\pi(x, \lambda, v)$  وهو المقدر المتقلص ذو التباين غير المعلوم

العلاقة بين المقدر المتقلص ذو التباين غير المعلوم والمقدر البيزي للمقدر  $\pi(x, \lambda, v)$  علاقة بمقدر بيز للمعلمة  $\theta$  الذي له توزيع أولي طبيعي (Normal Prior Distribution) بمتوسط صفر وتباين مقاداره  $\sqrt{\lambda(1-\lambda)^{-1} v}$  أي  $N(0, \sqrt{\lambda(1-\lambda)^{-1} v})$  فان مقدر بيز (Bayes Estimator) للمعلمة  $\theta$  هو

$$BE_{\theta} = \frac{\theta_0 V^2 + n\bar{\theta} V_0^2}{V^2 + nV_0^2}$$

$$BE_{\theta} = \frac{(0)(V^2) + (1)(x) \frac{\lambda}{1-\lambda} V^2}{V^2 + (1) \frac{\lambda}{1-\lambda} V^2}$$

$$BE_{\theta} = \frac{(x) \frac{\lambda}{1-\lambda} V^2}{V^2 + \frac{\lambda}{1-\lambda} V^2}$$

$$BE_{\theta} = \frac{(x) \frac{\lambda}{1-\lambda}}{1 + \frac{\lambda}{1-\lambda}}, \quad V \neq 0$$

$$BE_{\theta} = \lambda(x)x$$

وهذه العلاقة تثبت ان المقدر  $\pi(x, \lambda, v)$  هو مقدر بيبي طبيعي توزيعه الأولي  $N(0, \sqrt{\lambda(1-\lambda)^{-1} v})$

صفات المقدر المتقلص ذو التباين غير المعلوم

سندرس صفة التحيز (Bias) والخطورة (Risk) للمقدر

$\pi(x, \lambda, v)$  فمن صفاته إن التوقع الرياضي للمعلمة المقدر لا يساوي المعلمة نفسها

$$\begin{aligned} E(\tilde{\theta}) &= E(\lambda(x)x) \\ &= \lambda E(x) \\ &= \lambda\theta \end{aligned}$$

البرهان : لبرهان  $\pi(x, \lambda_{op})$  مقبول، يجب أن نبرهن انه يسيطر (dominate) على جميع المقدرات المثالية ذات التباين الأكبر من واحد ، أي يجب أن نبرهن  $R(\theta, \lambda_{op}) \leq R(\theta, \lambda_{opv}, V)$  حيث

$$\frac{\theta^2}{V} \leq \theta^2 \quad , (V > 1) . \theta$$

$$1 + \frac{\theta^2}{V} \leq 1 + \theta^2$$

$$\frac{1}{1 + \theta^2} \leq \frac{1}{1 + \frac{\theta^2}{V}}$$

$$\frac{\theta^2}{1 + \theta^2} \leq \frac{\theta^2}{1 + \frac{\theta^2}{V}}$$

$$R(\theta, \lambda_{op}) \leq R(\theta, \lambda_{opv}, V) \quad , \forall V > 1$$

أي ان المقدر  $\pi(x, \lambda_{op})$  يسيطر (dominate) على جميع المقدرات المثالية ذات التباين الأكبر من واحد لكل قيم  $\theta$ .

أي ان المقدر  $\pi(x, \lambda_{op})$  مقدر مقبول ( Admissible Estimator ) لكل قيم  $\theta$ .

مبرهنة (B) <sup>٢</sup> لكل  $V_1 < V_2$  فان  $\pi(x, \lambda, v_1)$  أفضل من  $\pi(x, \lambda, v_2)$

البرهان : يجب أن نبرهن ان  $\pi(x, \lambda, v_1)$  يسيطر (dominate) على  $\pi(x, \lambda, v_2)$

أي يجب أن نبرهن  $R(x, \lambda, v_1) \leq R(x, \lambda, v_2)$  لكل

$$V_1 < V_2$$

$$V_1 < V_2$$

$$\frac{\theta^2}{V_1} \geq \frac{\theta^2}{V_2}$$

$$1 + \frac{\theta^2}{V_1} \geq 1 + \frac{\theta^2}{V_2}$$

$$\frac{\theta^2}{1 + \frac{\theta^2}{V_1}} \leq \frac{\theta^2}{1 + \frac{\theta^2}{V_2}}$$

$$R(x, \lambda, v_1) \leq R(x, \lambda, v_2) \quad \forall V_1 < V_2$$

أي ان المقدر  $\pi(x, \lambda, v_1)$  يسيطر (dominate) على  $\pi(x, \lambda, v_2)$  لكل قيم  $\theta$ .

يكون فيها التباين يساوي واحد أي ان الحالة  $\lambda = \frac{\theta^2}{1 + \theta^2}$  هي حالة

خاصة من (4) عندما يكون  $(V = 1)$  وبما ان قيمة  $V$  غير معلومة في موضوع البحث سنرمز لقيم  $\lambda$  التي تعتمد على قيمة  $V$  بالرمز

$\lambda_{opv}$  فان قيمة دالة الخطورة لها تكون

$$R(\theta, \lambda_{opv}, V) = \left[ \frac{\theta^2}{V + \theta^2} \right]^2 V + \left[ \frac{\theta^2}{V + \theta^2} - 1 \right]^2 \theta^2$$

$$= \frac{\theta^4 V}{(V + \theta^2)^2} + \left[ \frac{\theta^2 - V - \theta^2}{V + \theta^2} \right]^2 \theta^2$$

$$= \frac{\theta^4 V}{(V + \theta^2)^2} + \frac{V^2 \theta^2}{(V + \theta^2)^2}$$

$$= \frac{\theta^2 V (V + \theta^2)}{(V + \theta^2)^2}$$

$$R(\theta, \lambda_{opv}, V) = \frac{\theta^2}{1 + \frac{\theta^2}{V}} \dots (5)$$

عندما يكون  $(V = 1)$  فان (5) تكون بالصيغة

$$R(\theta, \lambda_{opv}) = \frac{\theta^2}{1 + \theta^2}$$

(Risk Function) للمقدر المثالي  $\pi(x, \lambda_{op})$  عندما يكون التباين

ثابت ويساوي واحد . في موضوع بحثنا يكون التباين غير معلوم فلكل

قيمة لـ  $V$  في العلاقة (3) يوجد عدد غير منته من قيم  $\lambda$  ينتج عنها

عدد غير منته من المقدرات التي نسميها بصف المقدرات المتقلصة

( Class Shrinkage Estimator CSE ) وتوجد  $\lambda$  مثالية

( optimal  $\lambda$  ) خاصة بهذا الصف من المقدرات والمقدر الناتج منها

يسيطر على جميع مقدرات الصف (انظر الشكل (2))

وكلما تغيرت قيمة التباين  $V$  في العلاقة (3) رافق ذلك صف مقدرات

متقلصة جديد وتغيرت قيمة  $\lambda$  المثالية في العلاقة (4) وتغيرت أيضا

دالة الخطورة المثالية في العلاقة (5) ونتيجة لذلك يتغير المقدر المثالي

أي ان لكل قيمة لـ  $V$  توجد  $\lambda$  مثالية ودالة خطورة مثالية ومقدر

مثالي وصف مقدرات تابع وبما ان قيم التباين في موضوع بحثنا غير

معلومة لذلك سيكون لدينا عدد غير منته من الحالات المثالية ، ان اعتبار

$V$  غير معلومة يعتبر تعميم لحالة  $(V = 1)$  لذلك نبحث تأثير قيمة

$V$  على العلاقة (5) حيث سندرس المقدرات المثالية فقط ونترك

غير المثالية وسنقارن بين المقدرات المثالية لاختيار الافضل منها.

مبرهنة (A) : المقدر  $\pi(x, \lambda_{op})$  مقدر مقبول ( Admissible

Estimator ) بالنسبة للمقدرات المثالية ذات التباين الأكبر من واحد

<sup>٢</sup> هذه المبرهنة من تقديم الباحث أيضا

<sup>١</sup> هذه المبرهنة من تقديم الباحث

تسمى  $\theta$  في العلاقة الأخيرة نقطة تقاطع خطورة المقدر المثالي مع الخطورة الثابتة وسنرمز لها بالرمز  $\theta_i$  فكل مقدر مثالي من مقدرات الشكل (1) يمتلك خطورة اقل من الواحد لكل  $\theta < \theta_i$  وله خطورة ثابتة عند النقطة  $\theta = \theta_i$  وتكون خطورته اكبر من الواحد وغير مقيدة (unbounded Risk) لكل  $\theta > \theta_i$  لذلك فان المقدرات المتقلصة ذات التباين الأكبر من واحد لها صفات سيئة بالرغم من امثليتها (دوال خطورتها عالية وغير مقيدة وهذا يلاحظ بوضوح في الشكل (1))، ويوضح الشكل (1) ما تثبته المبرهنة (A) بان المقدر المثالي  $\pi(x, \lambda_{op})$  أفضل من جميع المقدرات ذات التباين الأكثر من واحد وهو يسيطر (dominate) عليها اما المقارنة بين هذه المقدرات فيما بينها فنعتمد على مبرهنة (B) فكلما زاد التباين زادت قيمة دالة الخطورة وقلت الأفضلية فالعلاقة عكسية بين قيمة التباين وأفضلية المقدر أي انه إذا قل التباين زادت أفضلية المقدر فأفضل هذه المقدرات هو المقدر الذي تباينه اقرب إلى الواحد

$$\lim_{V \rightarrow 1} R(\theta, \lambda_{op}, V) = \lim_{V \rightarrow 1} \frac{\theta^2}{1 + \frac{\theta^2}{V}} = \frac{\theta^2}{1 + \theta^2}$$

$$\lim_{V \rightarrow 1} R(\theta, \lambda_{op}, V) = R(\theta, \lambda_{op})$$

وهو المقدر المثالي  $\pi(x, \lambda_{op})$  اما إذا كان التباين كبير جدا فان

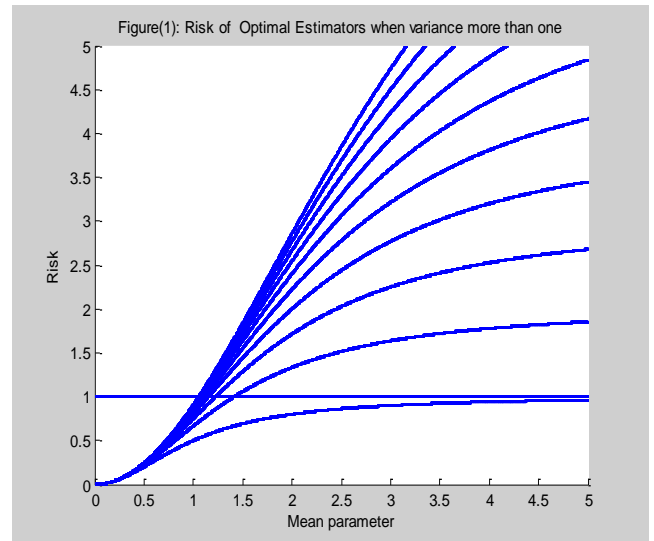
$$\lim_{V \rightarrow \infty} R(\theta, \lambda_{op}, V) = \lim_{V \rightarrow \infty} \frac{\theta^2}{1 + \frac{\theta^2}{V}} = \theta^2 \dots \dots \dots (7)$$

أي إن العينة ذات التباين الكبير جدا تكون سيئة جدا للتقدير لأن مقدراتها ذات خطورة عالية جدا وهذه الصفة تنفعنا في التقدير للمشاهدة الواحدة فيجب ان نبحث في قيمة التباين لأنها تكون في غاية الأهمية في قرب المقدر من قيمته الحقيقية. إن أمثلية المقدرات ذات التباين الأكبر من واحد تكون كل منها يسيطر على جميع صف المقدرات الذي يرافقه فعلى سبيل المثال إذا كان التباين يساوي اثنين ينتج عن ذلك

$$\lambda = \frac{\theta^2}{2 + \theta^2} \dots \dots \dots (8)$$

أي ان المقدر  $\pi(x, \lambda, v_1)$  أفضل من  $\pi(x, \lambda, v_2)$  لكل قيم  $\theta$  عندما يكون التباين اكبر من واحد ( $V > 1$ ) فان عدد المقدرات المثالية يكون عدد غير منته حيث يصعب دراسة اعداد غير منتهية من المقدرات لذلك نأخذ قسم منها يتوزع بشكل منتظم ( $V = 2,3,4,\dots,10$ ) كنموذج بسيط لدراسة طبيعة هذه المقدرات فتكون دالة الخطورة التي تمثل هذا القسم من المقدرات

$$R_1(\theta, \lambda_{op}, V) = \theta^2 / (1 + \theta^2 / V), V = 2,3,\dots,10 \dots (6)$$



الشكل (1) يمثل دوال الخطورة  $R_1(\theta, \lambda_{op}, V)$  مضافا إليها دالة الخطورة  $R(\theta, \lambda_{op})$  التابعة للمقدر المثالي  $\pi(x, \lambda_{op})$  ودالة الخطورة الثابتة  $R(\theta, \lambda) = 1$  التابعة للمقدر الثابت ( هو المقدر الذي دالة خطورته تساوي واحد لكل قيم  $\theta$  )، بالرغم من ان كل مقدر من مقدرات الشكل (1) هو مقدر مثالي بالنسبة للتباين الذي تعتمد عليه دالة الخطورة إلا ان دوال خطورة هذه المقدرات تتقاطع مع دالة خطورة المقدر الثابت

$$\begin{aligned} \frac{\theta^2}{1 + \frac{\theta^2}{V}} &= 1 \\ 1 + \frac{\theta^2}{V} &= \theta^2 \\ V + \theta^2 &= V\theta^2 \\ V &= (V-1)\theta^2 \\ \theta^2 &= \frac{V}{V-1} \\ \theta &= \sqrt{\frac{V}{V-1}}, \quad V > 1 \end{aligned}$$

$$R_2(\theta, \lambda, V) = 2\lambda^2 + (\lambda - 1)^2 \theta^2 \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$R(\theta, \lambda_{opt}, V) = \frac{\theta^2}{1 + \frac{\theta^2}{2}} \quad \dots(9)$$

فتكون دالة الخطورة المذكورة في العلاقة (3) بالصيغة

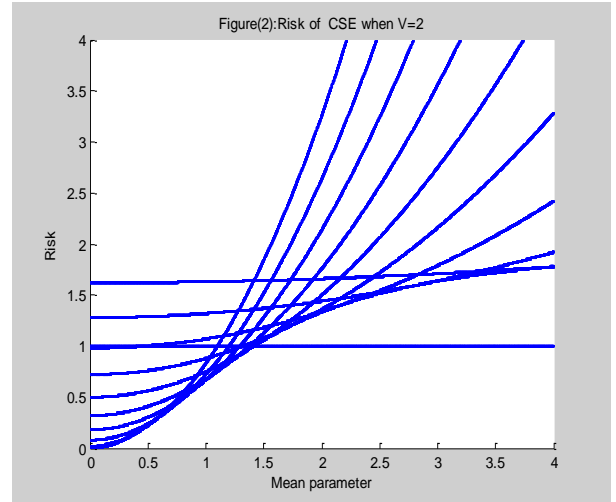
$$= \frac{\theta^2 - 1}{\theta^2} + \frac{1}{\theta^2}$$

$$R(\theta, \lambda, V) = 1 \quad \dots\dots\dots (13)$$

أي ان التباين المذكور في (11) تقابله قيمة لـ  $\lambda$  المذكورة في (12) (وهي تساوي مقلوب التباين) يكونان مقدرا له دالة خطورة ثابتة المذكورة في (13).

اما اذا كان التباين اصغر من الواحد ( $V < 1$ ) وبنفس الطريقة عندما كان ( $V > 1$ ) نأخذ قسم من هذه المقدرات التي تمثلها دالة الخطورة الآتية

$$R_3(\theta, \lambda_{opt}, V) = \theta^2 / (1 + \theta^2 / V) \quad , V = 0.1, 0.2, \dots, 0.9 \quad \dots\dots\dots(14)$$



لشكل (2) يمثل دوال الخطورة  $R_2(\theta, \lambda, V)$  ودالة الخطورة في العلاقة (9) مضافا إليها دالة الخطورة الثابتة حيث يظهر مقدر مثالي  $\pi(x, \lambda, 2)$  يسيطر على صف المقدرات التابع له ولكن كل هذه المقدرات ذات خطورة اكبر من الواحد في الفترة  $(\sqrt{2}, \infty)$  وتكون هذه المقدرات ذات خطورة عالية جدا. أما إذا كان الباحث يبحث عن خطورة ثابتة في مجال عمله فان التباين الذي ينتج عنه المقدر الثابت

$$\frac{\theta^2}{1 + \frac{\theta^2}{V}} = 1$$

$$\theta^2 = 1 + \frac{\theta^2}{V}$$

$$V = \frac{\theta^2}{\theta^2 - 1} > 1 \quad \dots (11)$$

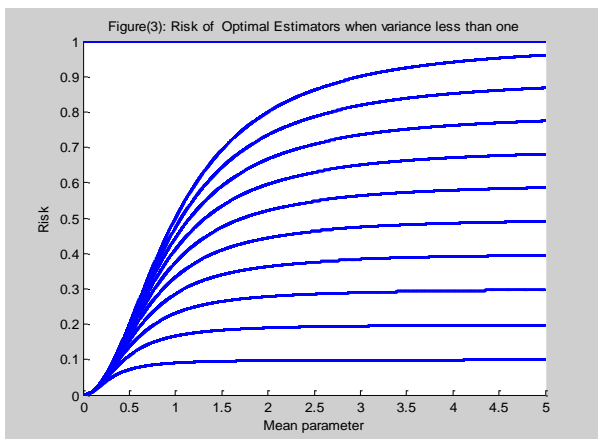
أي إن التباين الذي يولد المقدر الثابت يعتمد على قيمة المعلمة  $\theta$  وتكون قيمة  $\lambda$

$$\lambda = \frac{\theta^2}{\frac{\theta^2}{\theta^2 - 1} + \theta^2}$$

$$\lambda = \frac{\theta^2 - 1}{\theta^2} < 1 \quad \dots\dots(12)$$

فتكون دالة الخطورة

$$R(\theta, \lambda, V) = \frac{(\theta^2 - 1)^2}{\theta^4} \frac{\theta^2}{\theta^2 - 1} + \left( \frac{\theta^2 - 1}{\theta^2} - 1 \right)^2 \theta^2$$



الشكل (3) يظهر مقدرات التقلص ذات التباين الاقل من واحد مضافا إليها خطورة المقدر الثابت ومن النتائج المهمة هي ان هذه المقدرات لها خطورة مقيدة (bounded Risk) ولإثبات ذلك

$$\theta^2 < V + \theta^2$$

$$\frac{\theta^2}{V + \theta^2} < \frac{V + \theta^2}{V + \theta^2}$$

$$\frac{\theta^2}{V + \theta^2} < 1$$

وبما إن الحالة المفروضة في هذه الحالة هي  $V < 1$  فان حاصل ضرب مقدارين كل منهما اقل من الواحد يكون اقل من الواحد أيضا

الأولي ، لابلاس ، بور) ، رسالة ماجستير ، مقدمة إلى كلية العلوم ، الجامعة المستنصرية.

[3] كشمير ، علي حبيب (1999) ، " بعض مقدرات التقلص البيزية

ذات الاختبار الأولى" ، رسالة ماجستير ، مقدمة إلى كلية التربية ابن الهيثم ، جامعة بغداد.

[4] Abadir, K. M. & J.R. Magnus (2002), "Notation in Econometrics: A proposal for A standard " , Econometrics Journal Vol.5.

[5] Al-Hemyari.Z.A. & Al-Gebori.A.H., "Modified estimators of normal distribution utilizing initial estimate " , 1999, J. of ALFATH , AL-Mustansiryah Univ. , No.3, p. 9.

[6] A. N.Al-Goburi (2008), "An Efficient Shrinkage Estimators for the Mean of Normal Population with known Variance " , Ibn Al-Haitham Journal for pure and application sciences Vol.21(3).

[7] Berger, J. O. (1985), "Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis " (2nd edition) , New York : Springer-Verlag.

[8] Hogg R. V. & Allen T. Craig, (1978), "Introduction to Mathematical Statistics", 4th edition, Macmillan Publishing Co. , Inc. New York.

[9] Magnus, J. R. (2002), " Estimation of The Mean of a Univariate Normal Distribution with Know Variance", Econometrics Jou. Vol.6.

$$\frac{V\theta^2}{V + \theta^2} < 1$$

$$\frac{V\theta^2}{V + \theta^2} < 1 \quad , V \neq 0$$

$$\frac{\theta^2}{1 + \frac{\theta^2}{V}} < 1$$

$$R_3(\theta, \lambda_{opv}, V) < 1$$

ومن النتائج التي يمكن اعتبارها من اهداف البحث هي إن المقدرات ذات التباين الأكبر من واحد تكون سيئة بالرغم من انها تسلك سلوكا مثاليا، وان جميع مقدرات التقلص ذات التباين الاقل من واحد هي أفضل من المقدر المثالي  $\pi(x, \lambda_{op})$  وكلما قل التباين زادت أفضلية المقدر المتقلص وهذه النتيجة فضل العمل بها في الدراسة التطبيقية لتقدير العينة ذات المشاهدة الواحدة.

#### المصادر

[1] الجبوري ، عباس نجم(1995)، " بعض مقدرات الاختبار الأولى

للتوزيع الطبيعي" ، رسالة ماجستير ، مقدمة إلى كلية التربية ابن الهيثم ، جامعة بغداد.

[2] الزيدي ، عامر فاضل(2005) ، " دراسة مقارنة بين مقدر مقترح

جديد لمعدل  $N(\eta, 1)$  مع مقدرات (بيز الطبيعي ، الاختبار

## **SHRINKAGE ESTIMATOR FOR A SINGLE OBSERVATION IN $N(\theta, V)$ PROBLEM WITH UNKNOWN VARIANCE**

**AMER F. NASSAR**

### **ABSTRACT**

In this search, Shrinkage Estimator has been studied for a Single Observation in  $N(\theta, V)$  problem when variance is unknown. We proved that there is a relationship between Shrinkage Estimator and Normal Bayes Estimator. properties of this Shrinkage Estimator, Risk Function, optimal cases, Shrinkage Estimators when variance more than one, Shrinkage Estimators when variance less than one, two theorems have been put into focus.