

تقنية تقدير كريكنك في الإحصاء الجيولوجي مع التطبيق

م . جعفر موسى محمد البياتي

كلية الإدارة والاقتصاد

جامعة كركوك

Technique Kriging estimation in geostatistics

with application

تاريخ قبول النشر ٢٠١٥/٢/٢٢

تاريخ استلام البحث ٢٠١٤/١٠/٢١

المستخلص

يتناول هذا البحث استخدام طرق الإحصاء الجيولوجي في تقدير عمق آبار المياه الجوفية غير المقاسة في محافظة كركوك بأسلوب كريكنك البسيط Simple kriging وكريكنك الاعتيادي والشامل والتي تعتبر من أساليب الإحصاء الجيولوجي المستخدم في تقدير النقاط غير المقاسة فضلا عن حساب تباين التقدير لكل منهما، تم استخدام بيانات حقيقية في هذا البحث التي تم الحصول عليها من هيئة المياه الجوفية في المحافظة التابعة لوزارة الموارد المائية كما وان جميع العمليات الحسابية تم برمجتها بلغة Matlab وقد حصلنا على نتائج مشجعة لكريكنك الاعتيادي وذلك، لأن تباينها كان اقل. وهذا دليل على دقة هذا الأسلوب في التقدير على الأسلوبين الاخرين البسيط والشامل.

الكلمات المفتاحية: تحليل البيانات المكانية، كركنك البسيط، كريكنك الاعتيادي، كريكنك الشامل، متغيرات الموقعية.

Abstract:

This paper research operation a ways geostatistics of estimation deep wells at unknown point in kurkuk government . we applied in this paper simple , ordinary , Universal kriging technique its treated a ways task in geostatistics in estimation unknown point and addition arithmetic the variance estimation for all technique ,we obtained real data in this domain from Ministry of Water Resources in government, then we programmed all results of mathematical operation by Matlab language ,We have obtained encouraging results for ordinary kriging , because the variance estimation was less. This is evidence of the accuracy of this method in the estimate on the simple and Universal kriging methods.

Key word: Spatial data analysis Simple Kriging , Ordinary kriging , Universal Kriging , Regionalized variables

المقدمة

يتناول هذا البحث استخدام أساليب الإحصاء الجيولوجي في تقدير نقاط غير معلومة وذلك بعد توفيق دالة الفايروكرام Variogram أو دالة التغاير Covariance Function ، للمتغيرات العشوائية المكانية Regionalized Variable وقد تطور الإحصاء الجيولوجي Geostatistics على يد علماء أمثال (Cressie(1993), Mathorn(1971), ومن أساليب التقدير المشهورة في هذا المجال هو أسلوب كريكنك البسيط simple kriging، إن هذا الأسلوب

يفترض أن الوسط معلوم وثابت في جميع منطقة الدراسة ويتم التقدير باستخدام عينة من نقاط البيانات المجاورة ، وهناك أيضا تقنية أخرى لكريكنك في التقدير ، منها مايسمى بكريكنك الاعتيادي ordinary kriging الذي يفترض فيها إن الوسط ثابت ولكن غير معلوم والذي يجب تقديره ويستخدم جميع نقاط البيانات في التقدير ضمن منطقة الدراسة ، وكذلك هناك مايسمى بالأسلوب كريكنك الشامل Universal kriging وفيها يكون الوسط متذبذب من منطقة إلى أخرى.

مجال البحث:

يمكن تطبيق هذا البحث في مجالات عديدة مثل البيئة في تقدير نسبة التلوثات الجوية وفي مجال الزراعة في تقدير كمية المحاصيل الزراعية وكذلك في مجال التعدين إلا أن هذا البحث تم تطبيقه في مجال المياه الجوفية في تقدير عمق مياه الآبار في محافظة كركوك.

هدف البحث:

استخدام أساليب الإحصاء الجيولوجي والمتمثل بـ كريكنك البسيط simple kriging وكريكنك الاعتيادي Ordinary kriging وكريكنك الشامل Universal Kriging في تقدير عمق الآبار غير المقاسة للمياه الجوفية في محافظة كركوك.

المبحث الأول: الجانب النظري

١- المتغير الموقعي Regionalized variable

إن المتغيرات التي يتعامل بها الإحصاء المكاني تختلف عن المتغيرات الاعتيادية حيث إن لكل قيمة من قيم المتغير الموقعي إحداثيات تمثل موقع تلك النقطة سواء كانت على سطح الأرض في المستوي أو في باطن الأرض أو خارج الأرض (مثلا التلوثات الجوية بالغازات). لنفرض أن $z(x)$ يمثل المتغير المكاني في الموقع x ضمن المنطقة D في الفضاء التقليدي $x \in D \subseteq R^p$ حيث أن $p=2$ في المستوي أو $p=3$ في الفضاء. إذ يمكن قياس هذا المتغير على عينة حجمها n من المواقع وهذه القياسات يرمز لها بالمتغير $z(x)$ وقيمته $z(x_1), z(x_2), z(x_3), \dots, z(x_n)$ في المواقع $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ على التوالي. وهذه المتغيرات تفصل بينهما الإزاحة h ويمكن حساب المسافة بين المتغيرات باستخدام قانون المسافة التقليدية. انظر ، (2007) [2]

$$|h| = \sqrt{u^2(x) - v^2(x)} \dots \dots \dots (1)$$

٢- الاستقرارية من الرتبة الثانية Stationary Second Order

المتغير العشوائي $z(x)$ يسمى مستقراً من الرتبة الثانية إذا كان:

١- التوقع موجوداً ولا يعتمد على الموقع x أي أن:

$$E\{z(x)\} = \mu, \quad \forall x \in D$$

٢- لكل زوج من المتغيرات العشوائية المكانية $\{z(x), z(x+h)\}$ يكون التباين معرفاً ويعتمد على الإزاحة h فقط أي أن:

$$C(h) = E\{z(x) - z(x+h)\} - \mu^2 = Cov\{z(x), z(x+h)\}, \quad \forall x, x+h \in D$$

انظر (٢٠٠٨) [3]

٣ دالة شبه الفايروكرام Semivariogram Function

اقترح Krige(1976) دالة شبه الفايروكرام بإزاحة h وفق الصيغة التالية:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \frac{1}{n(h)} \sum_{i=1}^{n(h)} (z(x_i) - z(x_i + h))^2 \dots \dots \dots (2)$$

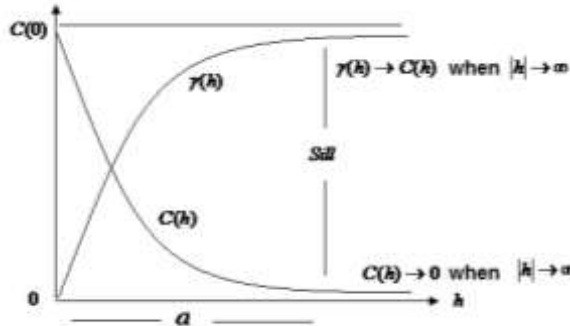
وهي متوسط مربع الاختلافات الموجودة بين المشاهدات المكانية التي تبعد عن بعضها البعض إزاحة h ، إذ أن $n(h)$ تمثل عدد أزواج المشاهدات التي تفصل $z(x_i)$ ، $z(x_i + h)$ بينها إزاحة h . انظر (١٩٩٧)، [7].

أما إذا كتبت بالشكل:

$$2\gamma(h) = \frac{1}{n(h)} \sum_{i=1}^{n(h)} (z(x_i) - z(x_i + h))^2 \dots \dots \dots (3)$$

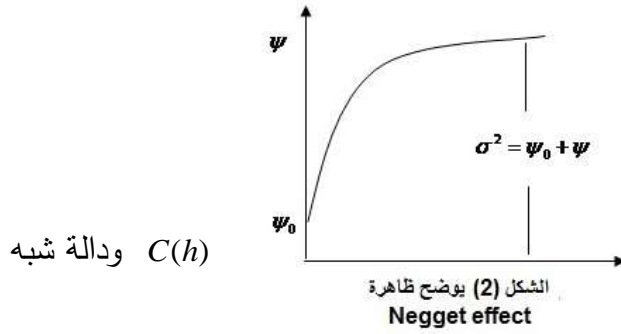
فإنها تسمى دالة الفايروكرام.

السبب في دراسة دالة الفايروكرام هو إن الصيغة الرياضية لها تمثل تباين الفروقات بين المشاهدات المكانية التي تبعد عن بعضها البعض إزاحة h . وكلما ازدادت الإزاحة h بين المشاهدات كلما أصبح التباين كبيراً حتى يستقر ارتفاعه عند مسافة معينة مثل $h = a$ وهذه المسافة a تسمى بالمدى وبعدها نلاحظ تلاشي التباين في دالة الفايروكرام حيث يستقر بقيمة ثابتة تساوي تباين σ^2 المشاهدات، وهذا التباين يدعى بـ (Sill) كما موضح بالشكل (1)



الشكل (1) يوضح العلاقة بين دالتي الفايروكرام والتباين

وعندما تقترب h من الصفر من الجهة اليمين فإن دالة شبه الفايروكرام لاتساوي صفر وإنما لها قيمة تساوي ψ_0 وهذه الظاهرة تمثل عدم الاستمرارية أو انقطاع دالة الفايروكرام عند $h=0$ وتسمى في مجال الإحصاء المكاني Nugget Effect وهي تمثل الأخطاء العشوائية في وحدات القياس عندما تتغير فجأة الإزاحة h من وحدات الملمتر إلى وحدات المتر أو الكيلومتر انظر الشكل (2)، انظر (١٩٩٧)، [7].



ودالة شبه

هناك علاقة تربط بين دالة التباين الفايروكرام $\gamma(h)$ والتباين σ^2 وهو

$$\gamma(h) = C(0) - C(h) \dots \dots \dots (4)$$

حيث أن $C(0) = \sigma^2$ الذي يمثل التباين.

وهناك صيغ متعددة للدالة الفايروكرام منها الكروي spherical variogram

$$\gamma(h) = \begin{cases} \psi_0 & h = 0 \\ \psi_0 + \psi \left[\frac{3h}{2a} - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right] & 0 < h \leq a \\ \psi_0 + \psi & h > a \end{cases} \dots \dots \dots (5)$$

انظر

[5]، (١٩٩٣).

وللحصول على دالة التباين نفترض العلاقة التالية

$$\gamma(h) = C(0) - C(h)$$

$$C(h) = C(0) - \gamma(h)$$

أو

$$C(0) = \sigma^2 = \psi_0 + \psi$$

بما إن

$$C(h) = \psi_0 + \psi - \psi_0 - \psi \left[\frac{3h}{2a} - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right]$$

إذن

وبذلك يكون للدالة التباين بالشكل الآتي:

$$C(h) = \begin{cases} \psi_0 + \psi & h = 0 \\ \psi \left[1 - \frac{3h}{2a} + \frac{1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right] & 0 < h \leq a \\ 0 & h > a \end{cases} \dots\dots\dots(6)$$

حيث أن ψ_0, ψ, a يتطلب تقديرها

٤ - منهجية كريكنك Kriging approach and terminology

المقدر كريكنك الخطي الأساسي لـ $z(x_0)$ يعرف بالشكل الآتي:

$$\hat{z}(x_0) - m(x) = \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i [z(x_i) - m(x_i)] \dots\dots\dots(7)$$

حيث إن:

x_0 ، x_i موقع النقطة التقديرية وإحدى نقاط البيانات المجاورة .

$n(x)$ عدد نقاط البيانات المجاورة المستخدمة لتقدير $\hat{z}(x_0)$.

$m(x_0)$ ، $m(x_i)$ قيم التوقع (الوسط) لـ $z(x_0)$ و $z(x_i)$ على التوالي.

$\lambda_i(x)$ أوزان كريكنك للقيم $z(x_i)$ الأصلية المستخدمة لتقدير الموقع x_0 وهذه الأوزان للقيم

الأصلية تختلف باختلاف الموقع x_0 المراد تقديرها.

يعتبر $z(x)$ حقل عشوائي مكون من الاتجاه $m(x)$ والبواقي $R(x)$ أي إن

$z(x) = m(x) + R(x)$ ، والتقدير كريككنك للبواقي عند x هو كمجموع أوزان البواقي لنقاط

البيانات الأخرى المجاورة. أوزان كريكنك λ_i تشتق من دالة التغير أو من دالة شبه الفايروكرام

التي يجب أن تصف مكونات البواقي. أنظر [4]

٥ - أساسيات كريكنك Basics of Kriging

الشكل الأساسي لمقدر كريكنك كما تم ذكره في معادلة (7) هو :

$$\hat{z}(x_0) - m(x) = \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i [z(x_i) - m(x_i)]$$

أي إن

$$\hat{R}(x) = \sum \lambda_i R(x_i) \dots\dots\dots(8)$$

الهدف من المعادلة أعلاه هو تحديد الأوزان λ_i التي تجعل تباين المقدر كريك اقل ما يمكن :

$$\sigma_E^2 = \text{var}[\hat{z}(x_0) - z(x_0)] \quad \min$$

تحت شروط عدم التحيز $E[\hat{z}(x_0) - z(x_0)] = 0$

الحقل العشوائي $z(x)$ محلل إلى مكونات البواقي والاتجاه $z(x) = m(x) + R(x)$ إن مكونات البواقي أيضا تعتبر حقلا عشوائيا كما في $z(x)$ باستقرارية الوسط (صفر) واستقرارية التباين (يعتمد على المسافة h وليس على الموقع x) أي إن:

$$E[R(x)] = 0$$

$$\text{cov}[R(x), R(x+h)] = E[R(x) * R(x+h)] = C_R(h)$$

دالة التباين للبواقي بصورة عامة مشتقة من نموذج شبه الفايروكرام

$$C_R(h) = C_R(0) - \gamma(h) = \text{sill} - \gamma(h) \dots \dots \dots (9)$$

انظر [4]

٦- كريكنك البسيط Simple Kriging

في هذا الأسلوب نفترض أن الاتجاه (الوسط) ثابت ومعلوم أي إن في جميع منطقة الدراسة ، أي إن $m(x) = m$ ، $\forall x \in D$ انظر (١٩٩٧)، [7] ، بذلك فإن

$$\hat{z}(x_0) = m + \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i^{sk} [z(x_i) - m] \dots \dots \dots (10)$$

هذا المقدر يكون غير متحيز تلقائيا ، عندما $E[z(x_i) - m] = 0$ لأن:

$$E[\hat{z}(x_0)] = E[z(x_i)] = m$$

خطأ التقدير $\hat{z}(x) - z(x)$ يمثل تركيب خطي للمتغيرات العشوائية متمثل بالبواقي نقاط البيانات عند x_i والنقطة التقديرية x_0 :

$$\begin{aligned} \hat{z}(x_0) - z(x_0) &= [\hat{z}(x_0) - m] - [z(x_0) - m] \\ &= \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i^{sk} R(x_i) - R(x_0) = \hat{R}(x_0) - R(x_0) \end{aligned}$$

وخطأ التباين يعطى بالشكل الآتي:

$$\begin{aligned} \text{var}[\hat{R}(x_0) - R(x_0)] &= \text{var}[\hat{R}(x_0)] + \text{var}[R(x_0)] - 2 \text{cov}[\hat{R}(x_0), R(x_0)] \\ &= \sum_{i=1}^{n(x)} \sum_{j=1}^{n(x)} \lambda_i^{sk} \lambda_j^{sk} C_R(x_i - x_j) + C_R(0) - 2 \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i^{sk} C_R(x_i - x_0) \dots \dots \dots (11) \end{aligned}$$

ولتقليل خطأ التباين نأخذ المشتقة الجزئية للصيغة (11) أعلاه وبالنسبة للأوزان ومساواتها للصفر نحصل على:

$$\sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i^{sk} C_R(x_i - x_j) = C_R(x_j - x_0) \quad , \quad j = 1, 2, 3, \dots \dots \dots n(x) \dots \dots \dots (12)$$

ولكون أن الوسط ثابت، فإنّ ن دالة التغيرات لـ $z(x)$ يكون مساويًا لدالة التغيرات لمكونات البواقي أي إنّ: $C(h) = C_R(h)$ لذا من الممكن كتابة نظام كريكنك البسيط في المعادلة (12) أعلاه مباشرة بدلالة $C(h)$ وكالاتي:

$$\sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i^{ok} C(x_i - x_j) = C(x_j - x_0) , \quad j = 1, 2, 3, \dots, n(x) \dots \dots (13)$$

وباستخدام أسلوب المصفوفات فإنّ :

$$K\lambda = b \dots \dots \dots (14)$$

حيث إنّ K مصفوفة التغيرات ذات سعة $(n * n)$ بين نقاط البيانات بعناصر $K_{ij} = C(x_i - x_j)$ ويجب أن تكون أكيدة الايجابية Positive definition و b متجه التغيرات ذات سعة $(n * 1)$ بين

$$b_{ij} = C(x_i - x_0) \text{ وعناصرها } x_0 \text{ تقديرها}$$

و λ متجه من أوزان كريكنك البسيط، إذ يمكن إيجاد قيم هذه المتجه من خلال:

$$\lambda = K^{-1}b \dots \dots \dots (15)$$

وعندما نكون لدينا الأوزان نستطيع حساب كلا من المقدر كريكنك وتباين كريكنك الذي يكون بالشكل الآتي

$$\sigma_{sk}^2 = C(0) - \lambda^t b = C(0) - \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i C(x_i - x_0) \dots \dots \dots (16)$$

انظر (٢٠٠٥)، [6].

٧- كريكنك الاعتيادي Ordinary kriging

في هذه الطريقة نفترض أن الوسط غير معلوم في المنطقة الدراسة D ولكن ثابت في منطقة

الجزئية $A \subset D$ ، أي في الموقع النقاط المجاورة للنقطة المراد تقديرها فهذا يعني أن

$m(x_i) = m(x_0)$ ، $\forall x \in A \subset D$ ، لقيم نقاط البيانات القريبة، في هذه الحالة فإنّ $z(x_i)$ يستعمل

لتقدير $z(x_0)$ غير المقاسة بذلك فإنّ مقدر كريكنك الاعتيادي يكون بالشكل الآتي

$$\hat{z}(x_0) = m(x_0) + \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i^{ok} [z(x_i) - m(x_0)]$$

$$= \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i^{ok} z(x_i) + [1 - \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i^{ok}] m(x_0)$$

أنظر [4]

وحتى يكون هذا المقدر غير متحيز يجب أن يكون مجموع أوزان كريكنك الاعتيادي λ^{ok} مساوية

للوحد، لذا فإنّ مقدر كريكنك الاعتيادي غير المتحيز يكون كالاتي:

$$\hat{z}_{ok}(x_0) = \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i^{ok} z(x_i) \dots \dots \dots (17) \quad \text{with} \quad \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i^{ok} = 1$$

ولكي نقلل خطأ التباين

$$\sigma_E^2 = \text{var}[\hat{z}(x_0) - z(x_0)] = \text{var}[z(x_0)] + \text{var}[\hat{z}(x_0)] - 2 \text{cov}[z(x_0), \hat{z}(x_0)].$$

تحت القيد $\sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i^{ok} = 1$ نقوم بإضافة مضروب لالتوانج للمقدار أعلاه بالشكل الآتي:

$$L = \sigma_E^2 + 2\mu_{ok} [1 - \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i^{ok}]$$

وبأخذ المشتقة الجزئية بالنسبة لـ λ و μ ومساواتها للصفر نحصل على:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial L}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i^{ok} C_R(x_j - x_i) + \mu_{ok} - C_R(x_j - x_0) = 0$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial L}{\partial \mu} = 1 - \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i^{ok} = 0$$

بذلك فإنّ نظام المعادلات كريكناك الاعتيادي يكون بالشكل الآتي:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i^{ok} C_R(x_i - x_j) + \mu_{ok} = C_R(x_j - x_0) \\ \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i^{ok} = 1 \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, n(x)$$

.....(18)

حيث إن $C_R(h)$ يمثل دالة تغاير المكونات البواقى للمتغير ، في كريكناك الاعتيادي كان بإمكان أن نسوي بين $C_R(h)$ و $C(h)$ في نفس المتغير وذلك بسبب فرضية الوسط ثابت في كل منطقة دراسية، هنا المساواة بينهما غير ممكن ولكن في بعض التطبيقات أحيانا يكون البديل فرضية شبه الفايروكرام التي تكون مشتقة من $C(h)$ ، فعلا لتنقية تأثير المقاييس الكبيرة للاتجاهات في الوسط، انظر (٢٠٠٥)، [6].

في الحقيقة قيد (مجموع الأوزان) يسمح لكريكناك الاعتيادي لكي يحدد بشكل مباشر بدلالة شبه الفايروكرام (بدل من $C_R(h)$ للقيم أعلاه) من هذا يفهم أن كريكناك الاعتيادي هو مصطلح الزيادة التي ينتج طبيعيا من تحليل شبه الفايروكرام لكون كلاهما تتجه إلى تنقية الاتجاهات في الوسط . عندما نحصل على أوزان كريكناك وعلى معلمة مضاعف لاكرانج فإنّ تباين مقدر كريكناك يكون بالشكل الآتي:

$$\sigma_{ok}^2 = C(O) - \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i C(x_i - x_0) - \mu_{ok} \dots \dots \dots (19)$$

٨- كريكناك الشامل Universal Kriging

الطريقة لا تتطلب بأن تكون بيانات مستقرة انظر (٢٠١٠)، [1]، وان الوسط يمكن أن يكون دالة للإحداثيات y ، x في بعض النماذج الخطية أو التربيعية أو من رتب أعلى ، على سبيل المثال إن قيمة z في الموقع x يمكن التعبير عنها بالشكل :

$$z(x_i) = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 y_i + R(x_i) \quad \text{خطية}$$

$$z(x_i) = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 y_i + \beta_3 x_i^2 + \beta_4 x_i y_i + \beta_5 y_i^2 + R(x_i) \quad \text{أو تربيعي}$$

في هذه الحالة هناك اتجاه من نوع متعدد الحدود ، لذا يتطلب أخذها بنظر الاعتبار عندما نحسب أوزان كريكناك ، القيمة التقديرية لـ $\hat{z}(x_0)$ عند x_0 سوف يكون أيضا تركيباً خطياً لقيم $z(x_i)$ $i = 1, 2, 3, \dots, n$ المقاسة وكالاتي:

$$\hat{z}(x_0) = \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i z(x_i) \quad \text{with} \quad \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i = 1$$

إذا افترضنا الآن إن الاتجاه له شكل خطي فإن القيمة التقديرية لـ $\hat{z}(x_0)$ يمكن التعبير عنها بالشكل الآتي:

$$\hat{z}(x_0) = \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i z(x_i) = \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i \beta_0 + \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i \beta_1 x_i + \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i \beta_2 y_i + \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i R(x_i)$$

أو

$$\hat{z}(x_0) = \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i z(x_i) = \beta_0 + \beta_1 \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i x_i + \beta_2 \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i y_i + \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i R(x_i) \dots \dots \dots (20)$$

$z(x_0)$ الحقيقية يمكن التعبير عنها بشكل اتجاه خطي:

$$z(x_0) = \beta_0 + \beta_1 x_0 + \beta_2 y_0 + R(x_0) \dots \dots \dots (21)$$

وبطرح (20) من (21) نحصل على مقدر غير متحيز تحت الشروط (القيود) الآتية :

$$\sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i x_i = x_0 \quad , \quad \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i y_i = y_0 \quad , \quad \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i = 1$$

ولما هو الحال في كريكناك الاعتيادي، وهذا بدوره يتطلب تقليل التباين الخطأ لإيجاد الأوزان :

$$\sigma_E^2 = \text{var}[\hat{z}(x_0) - z(x_0)] \quad \min$$

$$\text{var}[\hat{z}(x_0) - z(x_0)] = \text{var}[\hat{z}(x_0)] + \text{var}[z(x_0)] - 2 \text{cov}(\hat{z}_0, z_0)$$

$$= \lambda C \lambda + C(0) - 2 \lambda C(z_i, z_0) \dots \dots \dots (22)$$

وتحت القيود أعلاه ، هذا التقليل يتحقق إذا دمجتنا ثلاثة قيود في المعادلة الأخيرة (22) وذلك

بعد مساواتها للصفر واخذ مشتقاتها الجزئية بالنسبة μ_0 ، μ_1 ، μ_2 ، λ_i كما في المعادلات

كريكناك الاعتيادي نحصل على $n+3$ المعادلات للاتجاه الخطي كالاتي:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i^{uk} C(z_i - z_j) + \mu_0 + \mu_1 x_i + \mu_2 y_i = C(z_j, z_0) \\ \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i^{uk} x_i = x_0 \\ \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i^{uk} y_i = y_0 \\ \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i^{uk} = 1 \end{array} \right. \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (23)$$

حيث أن μ_0, μ_1, μ_2 مضروب لاكرانج Lagrange multipliers، و λ_i^{uk} أوزان كريكناك الشامل.

وإذا كان الاتجاه من الدرجة الثانية نحتاج إلى $n+6$ من المعادلات و $n+10$ من المعادلات للاتجاه من الدرجة الثالثة وهكذا الى الدرجة n .

من المعادلة (23) نستطيع إيجاد الأوزان كريكناك الشامل λ_i^{uk} ومنها نحصل على تقدير النقاط غير المقاسة .

أما تباين التقدير لكريكناك الشامل فهو :

$$\sigma_{uk}^2 = \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda C(x_i - x_0) + \mu_0 + \mu_1 x_0 + \mu_2 y_0 \dots \dots \dots (24)$$

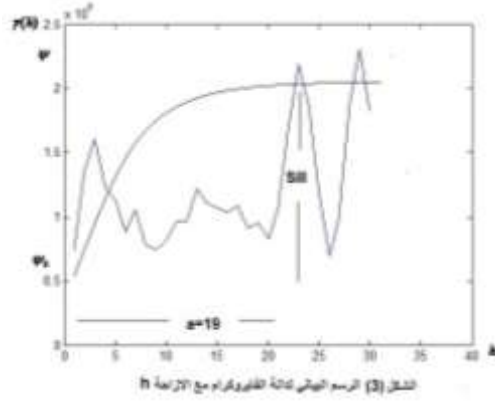
انظر [10]

المبحث الثاني: الجانب التطبيقي

1- مقدمة:

تم تطبيق هذا البحث على مناسيب المياه الجوفية في محافظة كركوك إذ تم الحصول على بيانات في هذا المجال من هيئة المياه الجوفية في المحافظة والتابعة لوزارة الموارد المائية كما مبين في الجدول (1) في الملحق، إذ إن كل مو قع فيها يمثل مشاهدة مع إحدائياتها والتي هي $u(x)$ يمثل شرق غرب و $v(x)$ يمثل شمال جنوب والتراكيز $z(x)$ يمثل العمق بالأمتار وإذ تم حساب متوسط العمق في هذه البيانات وقد كان $m(x) = 107.55$ وبعد ترتيب البيانات حسب البعد من $z(x_1)$ المبين في الجدول (1) وذلك بتطبيق قانون المسافة التقليدية كما في المعادلة (1)

ومن ثم تم حساب دالة شبه الفايروكرام وذلك من المعادلة (2) ورسم العلاقة بينها وبين المسافة h إذ حصلنا على الشكل الآتي:



نموذج الذي يمكن
الذي تم ذكره في

من هذا الشكل يتبين إن أفضل
اختياره هو النموذج الكروي

المعادلة (5) انظر [2] ، ومنها نحصل على دالة التغيرات ، وبعد تحديد المعلمات من الرسم يكون شكل دالة التغيرات كالآتي:

$$C(h) = \begin{cases} 2.5 & h = 0 \\ 2 \left[1 - \frac{3h}{2 \cdot 19} + \frac{1}{2} \left(\frac{h}{19} \right)^3 \right] & 0 < h \leq 19 \\ 0 & h > 19 \end{cases} \dots\dots\dots (17)$$

أي إن $\sigma^2 = 2.5$ و $\psi_0 = 0.5$ و $\psi = 2$

وبعد حساب مصفوفة المسافة بين نقاط البيانات المجاورة لـ $z(x_0)$ المبينة في الجدول (2) أدناه:

الجدول (2) موقع $\hat{z}(x_0)$ المراد تقديرها والنقاط المجاورة لها

الموقع	$u(x)$	$v(x)$	$z(x)$	$R(x)$
1	35.45	44.32	90	-17.55
2	35.43	44.33	95	-12.55
3	35.44	44.37	102	-5.55
4	35.39	44.29	201	93.45
5	35.51	44.34	180	72.45
6	35.46	44.38	150	42.45
7	35.38	44.35	96	-11.55
8	35.38	44.35	$z(x_0) = ?$	

تم عملية التزيؤ لطرق كريكناك الثالث وكالاتي:

٢- كريكناك البسيط:

يتم إيجاد مصفوفة دالة التغيرات K والمتجه b من المعادلة (١٣) وذلك باستخدام النقاط المجاورة للنقطة المراد تقديرها وعند الحصول على متجه من الأوزان λ_i للمتغيرات الأصلية المجاورة لـ $\hat{z}(x_0)$ من المعادلة (١٥) يتم تطبيق المعادلة (8) لنحصل على الخطأ العشوائي $\hat{R}(x_0)$ ومنها نحصل على $\hat{z}(x_0)$ من العلاقة $\hat{z}(x_0) = 107.55 + \hat{R}(x_0)$ حيث كانت $\hat{R}(x_0) = -11.55$ الوسط $m(x) = 107.55$ ثابت في منطقة الدراسة.

أما بالنسبة لتباين التقدير فتم حسابه من المعادلة (16) وكانت $\sigma_{sk\hat{z}(x_0)}^2 = 5.5$.

٣- كريكناك الاعتيادي:

يتم إيجاد مصفوفة دالة التغيرات K والمتجه b من المعادلة (18) ولجميع العينة المكانية في منطقة الدراسة وعندها نحصل على متجه من الأوزان وذلك من المعادلة (15) أيضاً، ومن الأوزان الناتجة نستعمل المعادلة (١٧) للحصول على $\hat{z}(x_0)$ ومن المعادلة (19) تم إيجاد تباين التقدير $\sigma_{ok\hat{z}(x_0)}^2 = 0.5$.

٤- كريكناك الشامل:

تم إيجاد مصفوفة دالة التغيرات K والمتجه b من المعادلة (٢٣) ولجميع العينة المكانية في منطقة الدراسة وعندها نحصل على متجه من الأوزان وذلك من المعادلة (15) أيضاً، ومن أوزان الناتجة نستعمل المعادلة (١٧) للحصول على $\hat{z}(x_0)$ ومن المعادلة (٢٤) يتم إيجاد تباين التقدير $\sigma_{uk\hat{z}(x_0)}^2 = 6$.

نلاحظ هناك تأثيراً واضحاً وعدم استقرارية نتائج التقدير بين كريكناك الشامل من جهة و كريكناك البسيط والاعتيادي من جهة ثانية اللذان يتساويان في التقدير، وكذلك إن هذه النتيجة تؤكد أفضلية كريكناك الاعتيادي على الأسلوبين الآخرين بالرغم من تساوي نتائج التقدير بين الأسلوب البسيط والاعتيادي لان تباين الأخير اقل، وكذلك فإن أسلوب كريكناك البسيط معرض لتأثير النقاط الشاذة لكونه يعتمد على النقاط المجاورة فقط، وكذلك إن الأوزان لكل منهما يساوي واحد وهذا الشرط الذي يتطلبه كل من كريكناك الاعتيادي والشامل بينما هذا الشرط ليس ضروريا في كريكناك البسيط أما الاختلافات في التباين بين هذه الأساليب الثلاثة قد يرجع بشكل أساس إلى عدم الدقة في قياس إحداثيات النقاط التي تؤثر بشكل أساسي في قياس دالة الفايروكرام والتي منها يتم اختيار النموذج الرياضي المناسب وذلك برسم العلاقة بينها وبين الإزاحة.

أن جميع العمليات الحسابية قد تم برمجتها بلغة Matlab . والنتائج موضحة في الجدول (2) في الملحق.

المبحث الثالث: الاستنتاجات والتوصيات

الاستنتاجات:

- 1- يمكن استخدام أسلوب كريكنك البسيط simple kriging وكريكنك الاعتيادي ordinary kriging وكريكنك الشامل Universal kriging لتقدير نقطة غير مقاسة مثل تقدير عمق الآبار في المياه الجوفية والتلوثات البيئية بالغازات وكذلك في مجال الزراعة.
- 2- لا تشترط طريقة كريكنك البسيط simple kriging أن تكون مجموع الأوزان تساوي واحد كما في طريقة كريكنك الاعتيادي ordinary kriging وكريكنك الشامل Universal Kriging التي تشترط أن تكون الأوزان مساوية لواحد.
- 3- أسلوب كريكنك البسيط يستخدم النقاط المجاورة مع أوزانها في التقدير عكس أسلوب كريكنك الاعتيادي والشامل الذي يستخدم جميع نقاط العينة المكانية مع أوزانها.
- 4- يمكن استخدام طريقة كريكنك الشامل في تقدير البيانات غير المستقرة أي عندما يكون الوسط غير معلوم.

التوصيات:

- 1- يفضل أن يكون حجم المجتمع كبيراً لكي يكون حجم العينة مناسباً لان كلما كان حجم العينة كبيراً يكون أخطاء التقدير اقل وهذا ما أعطى أفضلية لأسلوب كريكنك الاعتيادي على الأسلوبين الآخرين.
- 2- الاعتماد على اختصاصيين في قياس إحداثيات المواقع لان في ذلك دوراً مهماً لاختيار نموذج الفايروكرام الملائم من خلال الرسم البيان ي بين دالة الفايروكرام والإزاحة h وإلا سوف نحصل على نتائج غير دقيقة.
- 2- تأكد من عدم استقرارية البيانات أثناء استخدام أسلوب كريكنك الشامل وذلك عن طريق الرسم أو بطرق إحصائية أخرى.

- المصادر

- ١ محمد نذير إسماعيل و أسماء غانم محمود؛ (2010) ؛ " تتبع كركنك الشامل للعملية العشوائية المكانية غير المستقرة" ؛ المجلة العراقية للعلوم الإحصائية ؛ العدد (17) ؛ جامعة الموصل ، ص ١٤٧-١٧٠ .
- ٢ محمد نذير إسماعيل و أسماء غانم محمود (2007)؛"استخدام أسلوب بيز في الكريكنك الاعتيادي"؛ المجلة العراقية للعلوم الإحصائية؛ العدد (١٢)؛ جامعة الموصل، ص١٢٥-١٥٧ .

3- Balic, D., Velic, J. & Malviæ, T. (2008) : Selection of the most appropriate interpolation method for sandstone reservoirs in the Kloštar oil and gas field. *Geologia Croatica*, 61, 1, 27–35

4 - Carlos Alberto Felgueiras, cfelgueiras@isegi.unl.pt

5 - Cressie, N. (1993):"Statistics for Spatial Data", Wiley, 2^{ed} Edition. New York

6 - Geoff Bohling (2005) , geoff@kgs.ku.edu , 864-2093.

7. Jensen, J.L., Lake, L.W., Corbett, P.W.M. & Goggin, D.J. (1997):. Statistics for Petroleum Engineers and Geoscientists. Prentice Hall PTR, New Jersey, 390 pp.

8 - Krige, D .G (1976). Some Basic Consideration in the Application of Geostatistics to the valuation of ore in south African Gold Mines , *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*. 383-391

9- Matheron ,G.(1971). The Theory of Regionalized Variable and its applications. *Les Cahiers du center de morphologie mathematique*, No. 5, Fontainebleau, France.

10- Nicolas Christou , University of California, Los Angeles
Department of Statistics Statistics C173/C273

الملحق

جدول (1) بيانات الآبار الجوفية تابعة لوزارة الموارد المائية هيئة المياه الجوفية في كركوك

الموقع	$u(x)$	$v(x)$	$z(x)$	الموقع	$u(x)$	$v(x)$	$z(x)$
1	35.45	44.32	90	20	35.3	44.37	113
2	35.43	44.33	95	21	35.43	44.13	82
3	35.44	44.37	102	22	35.3	44.51	102
4	35.39	44.29	201	23	35.59	44.13	115
5	35.51	44.34	180	24	35.73	44.47	115
6	35.46	44.38	150	25	35.67	44.01	137
7	35.38	44.35	96	26	35.49	44.63	125

58	43.94	35.38	27	101	44.35	35.38	8
40	44.8	35.3	28	80	44.4	35.46	9
84	43.78	35.44	29	110	44.4	35.44	10
130	43.89	35.71	30	98	44.4	35.44	11
190	43.9	34.96	31	108	44.39	35.41	12
107	45.13	35.64	32	102	44.4	35.4	13
47	44.38	34.58	33	135	44.41	35.41	14
120	45.12	35.02	34	95	44.41	35.44	15
116	45.38	35.41	35	118	44.17	35.58	16
84	45.37	35.09	36	88	44.4	35.63	17
80	44.45	33.13	37	95	44.13	35.46	18
123	40.34	35.28	38	75	44.34	35.6	19

الجدول (2) نتائج الحسابية لتقدير $z(x_0)$

كريتك البسيط							
λ_i	0.1491	0.1364	0.1434	0.1437	0.1344	0.1348	0.1306
$\sum_{i=1}^7 \lambda_i$	1						
$\hat{R}(x_0)$	-11.55						
$\hat{z}(x_0)$	96						
$\sigma_{sk \hat{z}(x_0)}^2$	5.5						

كريتك الاعتيادي						كريتك الشامل					
λ_1	•	λ_{13}	•	λ_{25}	•	λ_1	٠.١٧	λ_{13}	٠.١٦	λ_{25}	٠.٠٨
λ_2	•	λ_{14}	•	λ_{26}	•	λ_2	٠.١٩	λ_{14}	٠.٠٨	λ_{26}	٠.٠٨
λ_3	•	λ_{15}	•	λ_{27}	•	λ_3	٠.١٧	λ_{15}	٠.٠٨	λ_{27}	٠.٠٦
λ_4	•	λ_{16}	•	λ_{28}	•	λ_4	٠.٢١	λ_{16}	٠.١١	λ_{28}	٠.٠٤
λ_5	•	λ_{17}	•	λ_{29}	•	λ_5	٠.١٣	λ_{17}	٠.٨٧	λ_{29}	٠.٠٩
λ_6	•	λ_{18}	•	λ_{30}	•	λ_6	٠.١٥	λ_{18}	٠.٢١	λ_{30}	٠.٠٣
λ_7	١	λ_{19}	•	λ_{31}	•	λ_7	-٢.٧٤	λ_{19}	٠.١٢	λ_{31}	٠.٠٨
λ_8	•	λ_{20}	•	λ_{32}	•	λ_8	٠.١٤	λ_{20}	٠.١٥	λ_{32}	٠.٠٥
λ_9	•	λ_{21}	•	λ_{33}	•	λ_9	٠.١٦	λ_{21}	٠.٠٧	λ_{33}	٠.٠٢

λ_{10}	•	λ_{22}	•	λ_{34}	•	λ_{10}	٠.١٩	λ_{22}	٠.٠٦	λ_{34}	٠.٠٣
λ_{11}	•	λ_{23}	•	λ_{35}	•	λ_{11}	٠.١٩	λ_{23}	٠.٠٥	λ_{35}	٠.٠٤
λ_{12}	•	λ_{24}	•	λ_{36}	•	λ_{12}	٠.١٨	λ_{24}	٠.٠٩	λ_{36}	٠.٠١
$\sum_{i=1}^{36} \lambda_i = 1$						$\sum_{i=1}^{36} \lambda_i = 1$					
$\hat{z}(x_0) = 96$						$\hat{z}(x_0) = 153$					
$\sigma_{ok \hat{z}(x_0)}^2 = 0.5$						$\sigma_{uk \hat{z}(x_0)}^2 = 6$					