المقارنة بين بعض المقدرات المتحيزة في الانحدار الخطي العام بوجود التعدد الخطي*

أ. م. د. سجى محمد حسين الباحثة: حنين مراد يوسف الصالحي
قسم الإحصاء / كلية الإدارة والاقتصاد / جامعة بغداد

تاريخ استلام البحث: 2014/1/7 تاريخ قبول النشر: 2014/2/19

المستخلص :-
أن مشكلة تعدد العلاقة الخطية أصبحت معروفة لدى العديد من الباحثين الإحصائيين وكذلك معرفة أثارها الإحصائية على معلمات أنموذج الانحدار الخطي المتعدد إذ تؤدي هذه المشكلة في ابسط حالتها إلى ابتعاد معلمات أنموذج الانحدار المقدرة عن خصائصها العلمية المرجوة منها في تفسير الظاهرة العلمية بالأسلوب الصحيح ، حيث تعد هذه المشكلة من المشاكل القائمة الوجود في العديد من المجالات وان وجودها له تأثيرات على تقديرات وتباينات معاملات المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) ، لذا وجب تفادي هذه المشكلة ووضع الحلول المناسبة .وقد تم في هذا البحث التطرق إلى عدة طرائق في التقدير وهي Generalized Liu Estimator (GL) وGeneralized Jackknife Ridge Regression (GJR)، Generalized Ridge Regression(GRR) للتغلب على هذه مشكلة ومن هنا تركز اهتمامنا في هذا البحث على اختيار أفضل المقدرات لأنموذج الانحدار الخطي العام في حالة وجود مشكلة تعدد العلاقة الخطية بين المتغيرات التوضيحية من خلال استخدام المحاكاة بأسلوب مونت كارلو، حيث تمت المقارنة فيما بينها وفق معيار المقارنة متوسط مربعات خطأ Mean Square Error (MSE)، وقد تبين إن أفضل المقدرات هو المقدر GL حيث يمتلك اقل متوسط مربعات خطأ (MSE) مقارنة مع مقدرات المربعات الصغرى وبقية المقدرات المتحيزة الأخرى .

المصطلحات: التعدد الخطي، مقدر انحدار الحرف العام Generalized Ridge (GRR) Regression، مقدر جاكنايف لانحدار الحرف العام Generalized Jackknife (GJR) Ridge Regression، مقدرGeneralized Liu (GL)

A Comparisons Among Some Biased Estimators in Generalized Linear Regression Model in present of Multicollinearity

Dr. **Saja M. Hussein**
Researcher: **Haneen Mourad Yousif**

<u>Abstract</u>: The Multicollinearity problem has currently became known by many researchers and knowledge of the statistical effects on parameters of the multiple linear regression model.
In a simple case this problem causes to move away the estimate of parameters in the regression model that he scientific capabilities that desired in interpretation of the phenomenon in a correct way.
This problem has been found in many areas that has been got negative effects on the estimates and variances of coefficients of (OLS). So we should avoid this problem and develop appropriate solution. In this article we will present some methods to estimate a (GRR, GJR, GL) to overcome this problem. The aim is to select the best estimator for the multiple linear regression model in case presence of Semi Perfect Multicollinearity among the explanatory variables by using Monte Carlo method. Then, We will compare among the estimators by using MSE. Finally, We conclude that (GL) is the best method.

* مستل من رسالة ماجستير لم تناقش بعد

Keywords: Multicollinaerity ,Generalized Ridge Regression (GRR), Generalized Jackknife Ridge Regression (GJR), Generalized Liu Estimator (GL).

المقدمة وهدف البحث :-

قد تعاني البيانات في العديد من الدراسات الاقتصادية من احد المشاكل التي تظهر عند الإخلال بفروض الانحدار ، ومن هذه الفروض هو" عدم وجود علاقة خطية تامة أو شبه تامة بين المتغيرات التوضيحية " فعند عدم تحقق هذا الفرض فأن النموذج يعاني من مشكلة تدعى بـــ تعدد العلاقة الخطية (Multicollinaerity) ، وعند وجود هذه المشكلة فأن مقدرات المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) سوف تكون غير دقيقة أي لا تحقق خاصية أفضل تقدير خطي غير متحيز (BLUE) Best Linear Unbiased Estimator ، و لأجل معالجة هذه المشكلة فقد تم استعمال عدة طرق للمعالجة ، ومن هذه الطرق مقدر انحدار الحرف العام Generalized Ridge Regression (GRR) و مقدر Generalized Jackknife Ridge Regression (GJR) و مقدر Generalized Liu Estimator(GL) وقد اهتم الكثير من الباحثين في هذا الموضوع

ومن هذه الدراسات نذكر بعض منها :دراسة Hoerl & Kennard [5] [4] عام (1970 a,b) حيث قدما من خلال بحثيين متتالين طريقة انحدار Ridge والتي تعالج مشكلة تعدد العلاقة الخطية وذلك بأخذ مصفوفة المتغيرات التوضيحية (X'X) بعد أن يضاف الى عناصرها القطرية مقدار صغير موجب(K) ومن ثم معرفة تأثيره على مقدرات الانحدار حيث بين انه عند إضافة هذا

المقدار فأنه يعمل على تقليل (MES)،كما أجرى Mason [15] في عام (1977) مقارنة بين طريقة انحدار الحرف الاعتيادي و طريقة الجذور الصماء(Eigen values) ومقدرات المركبات الرئيسية (Principal Components) وركز على العلاقة بين مقدرات هذه الطريقة والطرق الأخرى وبين إن مقدرات طريقة انحدار الحرف (ORR) تمتلك اقل(MSE) من غيرها من

الطرائق الأخرى المتحيزة، كما قام الباحث Liu Kejian [10] وفي عام (1993) باقتراح مقدر يعتمد على دمج مزايا طريقتي التقدير وهما مقدر الحرف الاعتيادي (Ordinary Ridge Regression (ORR ومقدر Stein ، حيث يتفوق هذا المقدر على مقدر الحرف الاعتيادي (ORR) كونه يمثل دالة خطية بالمعلمة d ،وفي عام (2003) قام Kibria بدراسة حول مقدر الحرف العام (GRR) واقترح عدة طرائق لتقدير معلمة الحرف K وبين انه مقدر(GRR) يتغلب على جميع المقدرات المتحيزة وذلك تحت معيار(MSE) ، وكما قامت الباحثة المشهداني ، أيمان

محمد [2] في عام (1994) بتشخيص مشكلة تعدد العلاقة الخطية ومعالجتها وذلك باستخدام طريقة المركبات الرئيسية ، وكذلك أوضحت أهم النقاط الأساسية الخاصة بها ، وبيان كفاءتها نسبة إلى طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية و أيضا مقارنتها مع طريقة انحدار الحرف(RR) .

كما قام الباحث Feras [8] في عام (2008) باقتراح مقدر جديد (MJR) Modified Jackknife Ridge Regression ،حيث يعمل على تعديل مقدر Generalized Ridge Regression(GRR) على نفس خطى Jackknife Ridge Regression (JRR) و قيم أداء هذا المقدر من خلال معيار (MSE) حيث يمتلك هذا المقدر(MSE) اقل من المقدرات المتحيزة الأخرى (GRR ,JRR) لقيم مختلفة من الثوابت المتحيزة .

هدف البحث

يهدف البحث إلى دراسة بعض طرائق التقدير المتحيزة عند وجود مشكلة تعدد العلاقة الخطية والمقارنة فيما بينها وذلك من خلال استخدام معيار المقارنة متوسط مربعات الخطأ (MES) للحصول على أفضل التقديرات والتي يتم من خلالها التغلب على مشكلة تعدد العلاقة الخطية .

الجانب النظري

من هذه الطرق التي تم تناولها البحث لمعالجة مشكلة التعدد الخطي للنموذج الخطي العام هي :

1- مقدر انحدار الحرف العام Generalized Ridge Regression (GRR) [12]

تم اقترح هذا المقدر من قبل Hoerl & Kennard عام 1970 b للنموذج الخطي العام:

$$Y = X\beta + \varepsilon \qquad \ldots \quad (1)$$

Y: يمثل متجه مشاهدات متغير الاستجابة من الرتبة $n \times 1$

X : يمثل مصفوفة المتغيرات التوضيحية من الرتبة $n \times p$

β : يمثل متجه المعلمات المجهولة من الرتبة $p \times 1$

ε : يمثل متجه الأخطاء العشوائية من الرتبة $n \times 1$ حيث أن $\varepsilon \sim N\,(0\,,\sigma^2 \mathrm{I}_n)$

حيث ان مقدر انحدار الحرف العام Generalized Ridge Regression (GRR) لـ (α) فيعطى بالصيغة الآتية :

$$\hat{\alpha}_{GRR} = \left(\chi^{*\prime}\chi^{*} + \mathrm{K}\right)^{-1} \chi^{*\prime}\, y$$

or

$$\hat{\alpha}_{GRR} = (\mathrm{I} - A^{-1}K\,)\,\hat{\alpha}_{OLS} \qquad \ldots \qquad (2)$$

إذ أن :

$$\mathrm{A} = (\Lambda + \mathrm{K})$$

$$\hat{\alpha}_{\mathrm{OLS}} = \left(\chi^{*\prime}\chi^{*}\right)^{-1} \chi^{*\prime}\,\mathrm{y} \qquad . . . \qquad (3)$$

$$= \Lambda^{-1}\,\chi^{*\prime} y$$

$$\mathrm{X}^{*} = \mathrm{XP} \quad , \qquad \alpha = \mathrm{P}'\beta$$

$$\mathrm{P}'(\mathrm{X}'\mathrm{X})\mathrm{P} = \Lambda = \mathrm{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_\mathrm{p})$$

P : مصفوفة ذات رتبة (P*P) وأعمدتها تمثل المتجهات المميزة $(\mathrm{v}_1, \mathrm{v}_2, \mathrm{v}_3, \ldots\ldots, \mathrm{v}_\mathrm{p})$ لمصفوفة (X'X) وان $P'P = \mathrm{I}$

K : تمثل مصفوفة قطرية بالمدخلات $(k_1, k_2\,, k_3, \ldots\ldots, k_\mathrm{p})$، وهذه قيم الـ K تعمل على تقليل MSE لمقدر انحدار الحرف العام Generalized Ridge Regression .

$$\hat{\mathrm{K}}_i = \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\alpha}_i{}^2} = diag\left(\frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\alpha}_1{}^2}, \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\alpha}_2{}^2}, \ldots\ldots, \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\alpha}_\rho{}^2}\right)$$

$\hat{\alpha}_\mathrm{i}$: تمثل مقدر المربعات الصغرى الاعتيادية لـ α

و أن مقدر الحرف العام هو متحيز للمعلمة الأصلية ، وأن مقدار التحيز هو:

$$Bias\,(\hat{\alpha}_\mathrm{K}) = E\,(\hat{\alpha}_\mathrm{K}) - \alpha$$

$$= C_\mathrm{K}\,\alpha - \alpha \qquad = (C_\mathrm{K} - \mathrm{I}\,)\,\alpha$$

$$MSE\,(\hat{\alpha}_\mathrm{K}) = \hat{\sigma}^2 \sum_{i=1}^{\rho} \frac{\lambda_\mathrm{i}}{(\lambda_\mathrm{i} + \mathrm{K}_\mathrm{i})^2} + \sum_{i=1}^{\rho} \frac{\mathrm{K}_i^2 \hat{\alpha}_i^2}{(\lambda_\mathrm{i} + \mathrm{K}_\mathrm{i})^2} \qquad \ldots \qquad (4)$$

وقد أثبت كلاً من viond & ullah (1981) [13] بأن

$MES((\hat{\alpha}_K)) \leq MES((\hat{\alpha}))$

2-مقدر Generalized Jackknife Ridge Regression (GJR) [8] :

تم اقتراح مقدر جاكنايف Jackknife Ridge Regression (JRR) من قبل Singh (1986) وآخرون [12] ، و في عام (2008) تم اقتراح مقدر جديد من قبل Batah et al [8] ، حيث تقوم فكرته على تعديل مقدر الحرف العام GRR على نفس خطى مقدر الــ JRR المقترح من قبل Singh (1986) يدعى هذا المقدر بـ Modified Jackknife Ridge Regression (MJR) و في عام (2011) تم اقتراح مقدر(GJR) من قبل Batah [9] ، حيث يعتبر الحالة العامة لمقدر MJR، ويرمز له بالرمز $\hat{\alpha}_{GJR}$ ويعرف بالشكل :-

$$\hat{\alpha}_{GJR} = (I - K^2A^{-2})(\mathrm{I} - KA^{-1})^s\,\hat{\alpha}_{OLS} \quad , \quad S \geq 0 \qquad \ldots (5)$$

حيث أن:

في حالة S = 0 فأن مقدر GJR يتحول إلى مقدر (JRR) Jackknife Ridge Regression ، وكذلك عندما S = 1 فأن مقدر GJR يتحول إلى مقدر MJR .

إذ أن :

$$\hat{\alpha}_{JRR} = (I - K^2A^{-2})\,\hat{\alpha}_{OLS}$$

$$\hat{\alpha}_{MJR} = (I - K^2A^{-2})(\mathrm{I} - KA^{-1})\,\hat{\alpha}_{OLS}$$

و أن مقدار التحيز للمقدر(GJR) هو بالشكل الأتي :

$$Bias(\hat{\alpha}_{GJR}) = E(\hat{\alpha}_{GJR} - \alpha)$$

$$= -\mathrm{K}\varphi\,\mathrm{A}^{-1}\alpha$$

إذ أن :

$$\varphi = (KA^{-1})^{-1}[\mathrm{I} - (\mathrm{I} - KA^{-1})^S] + (KA^{-1})(\mathrm{I} - KA^{-1})^S$$

كما يعرف التباين للمقدر(GJR) بالشكل الأتي :

$$Var(\hat{\alpha}_{GJR}) = \hat{\sigma}^2\; V\,\Lambda^{-1}V'$$

حيث أن :

$$V = (\mathrm{I} - K^2A^{-2})(\mathrm{I} - KA^{-1})^s$$

و يعرف متوسط مربعات الخطأ للمقدر(GJR) بالشكل الأتي :

$$MSE\,(\hat{\alpha}_{GJR}) = \hat{\sigma}^2V\;\;\Lambda^{-1}V' + \mathrm{K}\,\varphi\;\,A^{-1}\alpha\alpha'\;\,\Lambda^{-1}\varphi' K \qquad \ldots (6)$$

وقد أوضح [8] Nomura (1988) بأن القيمة المثلى لمعلمة التحيز(K) التي تجعل $MSE\,(\hat{\alpha}_{GJR})$ اقل ما يمكن هي :

$$\widetilde{K}_{i(opt)} = \frac{\hat{\sigma}^2 + \sqrt{\lambda_i \hat{\alpha}_i^2 + \hat{\sigma}^2}}{\hat{\alpha}_i^2}$$

3- مقدر Generalized Liu Estimator(GL) [3] [6] [10] :

تم اقتراح هذا المقدر عام (1995) من قبل Akdeniz & Kaciranlar ، حيث يعتبر الحالة العامة لمقدر Liu (LE) ، حيث ان مقدر LE بشكل عام يتمتع بميزة خاصة و يتغلب بها على مقدر ORR حيث أن مقدر LE دالة خطية بمعلمة التحيز d لذلك يكون من السهل حسابها أكثر من معلمة الحرف k لمقدر ORR ، وان مقدر Liu (LE) موضح في الصيغة الآتية :

$$\hat{\alpha}_{LE} = (\Lambda + \mathrm{I})^{-1}(\Lambda + d)\hat{\alpha}_{ols}$$

ويرمز لمقدر Liu العام بالرمز $\hat{\alpha}_{GL}$ وصيغته كما يلي :-

$$\hat{\alpha}_{GL} = (\Lambda + \mathrm{I})^{-1}\left(\mathrm{X}^{*\prime}\mathrm{Y} + D\hat{\alpha}_{ols}\right)$$
$$= (\Lambda + \mathrm{I})^{-1}(\Lambda\hat{\alpha}_{ols} + \mathrm{D}\hat{\alpha}_{ols})$$
$$= (\Lambda + \mathrm{I})^{-1}(\Lambda + \mathrm{D})\hat{\alpha}_{ols}$$

والتي يمكن إعادة كتابتها كما يلي :

$$= \left(\mathrm{I} - (\Lambda + \mathrm{I})^{-1}(\mathrm{I} - D)\right)\hat{\alpha}_{OLS} \qquad \dots \quad (7)$$

$$D = diag\ (d_i)$$

حيث أن :

D : تمثل مصفوفة قطرية بمعلمات التحيز d_i .

و كان مقدار التحيز لمقدر GL هو :

$$Bias(\hat{\alpha}_{GL}) = -(\Lambda + \mathrm{I})^{-1}(\mathrm{I} - D)\alpha$$

و التباين لمقدر GL بالشكل الأتي :

$$Var(\hat{\alpha}_{GL}) = \hat{\sigma}^2\ (\mathrm{I} - M)\Lambda^{-1}(I - \mathrm{M})'$$

حيث أن :

$$M = (\Lambda + \mathrm{I})^{-1}(\mathrm{I} - D)$$

متوسط مربعات الخطأ لمقدر GL بالشكل الأتي :

$$MSE\ (\hat{\alpha}_{GL}) = \hat{\sigma}^2\ (\mathrm{I} - M)\Lambda^{-1}(I - \mathrm{M})' + M\alpha\alpha' M' \qquad \dots\ (8)$$

حيث أن قيمة (D) معلمة التحيز المثلى التي تجعل قيمة $MSE\ (\hat{\alpha}_{GL})$ اقل مايمكن هي [3] :

$$\mathrm{D}_{1opt} = \mathrm{diag}\left(\frac{\lambda_i(\hat{\alpha}_i^2 - \hat{\sigma}^2)}{(\lambda_i\,\hat{\alpha}_i^2 + \hat{\sigma}^2)}\right)$$

الجانب التجريبي

المقدمة :

لغرض الحصول على أفضل المقدرات فقد تم استخدام المحاكاة بأسلوب مونت كارلو (Monte Carlo) للمقارنة بين المقدرات المذكورة مسبقاً وذلك من خلال استخدام معيار المقارنة متوسط مربعات الخطأ MSE ، وقد تم توليد البيانات بإحدى لغات البرمجة الإحصائية المتوفرة مجانا وتقوم بمعالجة البيانات إحصائيا وهي لغة (Ver.3.0.1) R .

حيث اختيرت ثلاث حجوم للعينة ($n = 15, 60, 300$) ، وقد تم استخدام الصيغة الآتية لتوليد المتغيرات التوضيحية [11] :

$$X_{ij} = (1 - \rho^2)^{1/2}\,u_{ij} + \rho\,u_{iP} \quad , i = 1,2,\dots,n \quad j = 1,2,\dots,P$$

حيث أن :

u_{ij} : الإعداد العشوائية المولدة والتي تتبع التوزيع الطبيعي القياسي .

u_{iP} : يمثل قيم العمود الأخير من أعمدة المتغيرات المولدة .

P : يمثل عدد المتغيرات المرتبطة ، مع العلم انه $j' < P$.

n : يمثل عدد المشاهدات .

ρ : يمثل قيمة الارتباط بين المتغيرات التوضيحية في النموذج المدروس ، والذي أخذا القيم ($\rho = 0.85 , 0.99$) .

وللنموذج الأتي :

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 \mathrm{x}_{\mathrm{i}1} + \beta_2 \mathrm{x}_{\mathrm{i}2} + \beta_3 \mathrm{x}_{\mathrm{i}3} + \mathrm{e}_{\mathrm{i}}$$

$$\mathrm{e}_{\mathrm{i}} \sim N(0 , \sigma^2)$$

σ^2: تباين الأخطاء العشوائية وقد تم استخدام قيم افتراضية عشوائية (0.8,0.5) .

حيث تم تحديد قيم المعالم الافتراضية $P = 4$ هي :

$$\beta = (1,0,1) \qquad , \qquad \beta_0 = 0$$

وقد تم استخدام معيار المقارنة متوسط مربعات الخطأ MSE ، حيث كان عدد مرات تكرار التجربة $R = 1500$.

وقد تم حساب معلمات التحيز(الثوابت) وفق الصيغ التالية :

1. معلمة الحرف (k) :

- ❖ قدمت هذه الطريقة من قبل الباحثين) [3] (Troskie & Chalton عام 1978 م وصيغتها كالأتي :

a. $\widehat{\mathrm{K}}_{\mathrm{TC}} = \dfrac{\lambda_{\mathrm{i}} \hat{\sigma}^2}{\lambda_{\mathrm{i}} \hat{\alpha}_{\mathrm{i}}^2 + \hat{\sigma}^2} = \mathrm{k}1$ ... (9)

- ❖ وقدم [8] (Nomura) معلمة الحرف المثلى عام 1988 م التي تعمل على تقليل متوسط مربعات الخطأ إلى اقل ما يمكن وصيغتها بالشكل :

b. $\widetilde{\mathrm{K}}_{\mathrm{i(opt)}} = \dfrac{\hat{\sigma}^2 + \sqrt{\lambda_{\mathrm{i}} \hat{\alpha}_{\mathrm{i}}^2 + \hat{\sigma}^2}}{\hat{\alpha}_{\mathrm{i}}^2} = K2$ ... (10) حيث أن :

$\hat{\alpha}_{\mathrm{i}}$ تمثل مقدر المربعات الصغرى الاعتيادية لـ α

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{Y'Y - \hat{\alpha}_{ols} \chi^{*\prime} Y}{n - P - 1} \qquad , \qquad \mathrm{i} = 1, \dots, \mathrm{P}$$

وبإتباع ما جاء به الباحثان Akdeniz & Erol [3] يمكن الحصول على قيمة معلمة (Liu) عند تثبيت قيمة معلمة الحرف $\mathrm{k_i}$'s ، حيث أن $0 < k_{\mathrm{i}} < 1$ ،

$i = 1,2,\dots,p$ وحسب الصيغة الآتية :

$$\tilde{\mathrm{d}}_{\mathrm{i}} = \frac{((1 - \mathrm{k_i})\lambda_{\mathrm{i}})}{(\lambda_{\mathrm{i}} + \mathrm{k_i})} \qquad \dots (11)$$

2. معلمة Liu (D) :

$$a.\quad D_{iopt} = \frac{\lambda_i(\hat{\alpha}_i^2 - \hat{\sigma}^2)}{(\lambda_i\, \hat{\alpha}_i^2 + \hat{\sigma}^2)} \qquad = D1 \qquad \ldots \quad (12)$$

$$b.\quad \widetilde{D}_{iopt} = \left(1 - \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2(\lambda_i + 1)^2}{\lambda_i\, \hat{\alpha}_i^2 + \hat{\sigma}^2}}\right) = D2 \qquad \ldots (13)$$

كذلك وبعد حساب قيمة معلمة Liu D_i تثبت هذه القيمة ثم نحسب قيمة معلمة الحرف k بدلالتها حيث أن $0 < \;_i < 1$ ، $i = 1,2,\ldots,p$ وحسب الأتي :

$$\widetilde{K}_i = \frac{((1 - d_i)\lambda_i)}{(\lambda_i + d_i)} \qquad \ldots (14)$$

نتائج المحاكاة :

أظهرت نتائج الجدول (1-1) عندما ($p=4$, $n=15$, $\sigma^2=0.5$, $s=2$) وعند معلمتي الحرف k1,K2 كما في الصيغتين (9)و(10)على التوالي بان مقدر GL هو الأفضل عند قيمة الارتباط 0.85 حيث يمتلك اقل متوسط مربعات الخطأ MSE ، يليه بالمرتبة الثانية المقدر GJR و جاء المقدر GRR بالمرتبة الثالثة ونجد بان مقدر OLS قد جاء في المرتبة الأخيرة حيث امتلك اكبر MSE إما عند معلمتي Liu كما في الصيغتين (12)و(13) فقد كان في المرتبة الأولى المقدر(GL) مع تبادل المقدران (GRR,GJR) المراتب ، إما عند قيمة الارتباط 0.99 وعند المعلمة K1 نجد بان أفضل مقدر هو GJR تليه المقدرات حسب الترتيب (GRR,GL,OLS) إما بالنسبة للمعالم (D1,D2) نجد بان أفضل مقدر هو GL يليه المقدر (GRR) ثم المقدر(GJR) وأخيرا مقدر المربعات الصغرى (OLS) في حين وجدنا بان أفضل مقدر عند المعلمة K2 هو GRR والمقدرات الأخرى كانت بالترتيب الأتي (GL,GJR,OLS).

كذلك من ملاحظ نتائج الجدول (2-1) عندما ($p=4$, $n= 60$, $\sigma^2=0.5$, $s=2$) وعند معالم التحيز (K1) و قيمة الارتباط 0.85 نجد أن أفضل مقدر هو GJR كونه يمتلك اقل متوسط مربعات خطأ مقارنة مع بقية المقدرات يليه المقدر GRR ومن ثم المقدر GL وجاءت مقدرات المربعات الصغرى في المراتب الأخيرة إما عند حالة استعمال معلمة الحرف K2 نجد بان مقدر ال GRR قد تقدم على كل من المقدر GL,GJR حيث اخذ المرتبة الأولى و جاء المقدر GL في المرتبة الثانية والمقدرGJR بالمرتبة الثالثة ، إما عند قيمة الارتباط 0.99 ومعلمة الحرف K1 ومعلمتي Liu فقد كانت المقدرات بالترتيب الأتي (GL,GRR,GJR,OLS) في حين تقدم المقدر GRR عند المعلمة (K2) .

كما لاحظنا من خلال نتائج الجدول (3-1) عندما ($p=4$, $n=300$, $\sigma^2=0.5$, $s=2$) وعند معلمة الحرف k1 بان مقدر GRR هو الأفضل عند قيمة الارتباط 0.85 حيث يمتلك اقل متوسط مربعات الخطأ MSE ، يليه بالمرتبة الثانية المقدر GL وجاء المقدر GJR في المرتبة الثالثة ثم يليه المقدر OLS في أخر مرتبة ، في حين كان المقدر GL هو الأفضل عند المعالم (K2,D1,D2) ، وكما أظهرت النتائج أن أفضل المقدرات عند قيمة الارتباط 0.99 هو GL .

كما أظهرت نتائج الجدول (4-1) عندما ($p=4$, $n=15$, $\sigma^2 = 0.8$,$S=2$) وعند معلمة الحرف k1 صيغة رقم (9) وقيمة الارتباط 0.85 أن المقدر GL هو الأفضل يليه بالمرتبة الثانية المقدر GJR ثم جاء من بعده المقدر GRR في المرتبة الثالثة يليه المقدر OLS في المرتبة ألاخيرة كما جاءت المقدرات بنفس الترتيب عند معلمة (Liu) D1 مع تبادل المراتب بالنسبة للمقدرين GJR,GRR، إما عند المعلمتين (K2,D2) فقد كان المقدر GRR هو الأفضل يليه المقدر GL وفي المرتبة الأخيرة جاء المقدر OLS ، إما عند قيمة الارتباط 0.99 والمعلمة K1 تقدم المقدر GJR ومن بعده المقدر GRR ومن ثم GL، في حين تراجع مقدرGJR إلى المرتبة الثالثة وحل محله المقدر GL عند المعالم (K2,D1,D2).

كما أظهرت نتائج الجدول (1-5) عند ($p=4$, $n=60$, $\sigma^2 = 0.8$,$S=2$) وعند معلمتي الحرف k1 أن المقدر GJR هو الأفضل يليه بالمرتبة الثانية المقدر GRR ثم المقدر GL وجاء مقدر المربعات الصغرى OLS أخيرا ،إما عند المعلمة K2 فقد تقدم المقدر GRR ، وأيضا جاءت المقدرات حسب الترتيب (GL,GRR,GJR,OLS) عند المعلمة D1 ، في حين كانت المقدرات عند المعلمة D2 حسب الترتيب الأتي (GRR,GL,GJR,OLS) ، إما عند استخدام معلمة الحرف K1 وعند قيمة الارتباط 0.99 فقد كان أفضل مقدر هو GRR يليه المقدر GL ومن ثم المقدر GJR ومقدر المربعات الصغرى أخيرا ، بينما كانت المقدرات حسب الترتيب الأتي (GL,GRR,GJR,OLS) وذلك عند معلمة الحرف k2 ومعلمتي Liu .

كما نلاحظ من خلال نتائج الجدول (1-6) وعندما ($p=4$, $n=300$, $\sigma^2 = 0.8$,$S=2$) وعند معلمة الحرف k1 و معلمتي (Liu) D1 وD2 أن المقدر GL هو الأفضل حيث يمتلك اقل متوسط مربعات خطأ مقارنة مع بقية المقدرات المتحيزة يليه بالمرتبة الثانية المقدر GRRوجاءت المقدرات الأخرى (GJR, OLS) على التوالي وذلك عند ما تكن قيم الارتباط هي (0.85,0.99).

جدول رقم (1) يبين قيم متوسط مربعات الخطأ لأنموذج الانحدار الخطي العام عند استعمال بعض مقدرات انحدار الحرف العام عند معلمتي الحرف k1 وk2 ومعلمتي (Liu) D1 وD2 في حالة ($s=2$, $\sigma^2 = 0.5$,$n=15$,$p=4$) وعندما تكون قيمة الارتباط (0.85,0.99).

المقدرات / المعلمات		OLS	GRR				GJR				GL			
			K1	K2	D1	D2	K1	K2	D1	D2	K1	K2	D1	D2
$\rho = 0.85$	$\hat{\alpha}_1$	7.065e-01	0.050	0.546	0.478	0.321	-0.023	0.470	0.345	0.126	0.065	0.545	0.482	0.32
	$\hat{\alpha}_2$	-8.701e-02	1.755	1.571	1.559	1.237	1.657	1.482	1.458	0.859	1.761	1.583	1.575	1.24
	$\hat{\alpha}_3$	6.661e-01	0.696	0.551	0.318	0.179	0.537	0.322	0.075	0.014	0.738	0.517	0.301	0.169
MSE		0.0531	0.019	0.021	0.017	0.036	0.014	0.014	0.027	0.052	0.011	0.014	0.0172	0.036
$\rho = 0.99$	$\hat{\alpha}_1$	9.613e-01	-0.308	-0.836	-0.882	-0.675	-0.415	-0.914	-0.788	-0.414	-0.394	-0.909	-0.889	-0.676
	$\hat{\alpha}_2$	-2.761e-01	1.616	1.142	1.207	0.911	1.721	1.253	1.069	0.554	1.712	1.247	1.216	0.91
	$\hat{\alpha}_3$	6.398e-01	0.093	0.221	0.278	0.139	0.237	1.210	0.0135	0.0020	0.182	0.737	0.452	0.236
MSE		0.0528	0.011	0.020	0.016	0.036	0.011	0.022	0.025	0.051	0.0189	0.023	0.0153	0.035

جدول رقم (1-2) يبين قيم متوسط مربعات الخطأ لأنموذج الانحدار الخطي العام عند استعمال بعض مقدرات انحدار الحرف العام عند معلمتي الحرف k1 وk2 ومعلمتي (Liu) D1 وD2 في حالة ($s=2$, $\sigma^2 = 0.5$, $n = 60$,$p=4$) وعندما تكون قيمة الارتباط (0.85,0.99).

المقدرات / المعلمات	OLS	GRR				GJR				GL			
		K1	K2	D1	D2	K1	K2	D1	D2	K1	K2	D1	D2

ρ = 0.85	$\hat{\alpha}_1$	7.690e-01	1.166	1.113	1.115	0.9847	1.174	1.103	1.094	0.841	1.154	1.104	1.109	0.98
	$\hat{\alpha}_2$	-3.843e-02	0.819	1.025	0.993	0.832	0.804	0.991	0.9569	0.652	0.759	1.009	1.008	0.847
	$\hat{\alpha}_3$	5.832e-01	1.246	1.156	1.048	0.784	1.283	1.093	0.923	0.47	1.181	1.133	1.068	0.803
MSE		0.009874095	0.0019	0.0017	0.002	0.0043	0.0018	0.0021	0.0025	0.006	0.0023	0.001	0.002	0.004
ρ =0.99	$\hat{\alpha}_1$	9.391e-01	-1.156	-1.110	-1.107	-0.984	-1.139	-1.096	-1.089	-0.849	-1.157	-1.108	-1.108	-0.987
	$\hat{\alpha}_2$	-2.158e-01	0.866	1.029	1.012	0.853	0.844	1.013	0.979	0.673	0.884	1.033	1.017	0.857
	$\hat{\alpha}_3$	5.812e-01	1.897	2.169	1.291	0.765	1.321	1.269	0.353	0.084	1.822	1.454	0.866	0.507
MSE		0.009859014	0.0019	0.0017	0.00198	0.004	0.0022	0.002	0.0023	0.006	0.0018	0.0018	0.0019	0.003

جدول رقم (3) يبين قيم متوسط مربعات الخطأ لأنموذج الانحدار الخطي العام عند استعمال بعض مقدرات انحدار الحرف العام عند معلمتي الحرف k1 وk2 ومعلمتي (Liu) D1 وD2 في حالة

المقدرات / المعلمات		OLS	GRR				GJR				GL			
			K1	K2	D1	D2	K1	K2	D1	D2	K1	K2	D1	D2
ρ = 0.85	$\hat{\alpha}_1$	6.497e-01	-1.020	-1.035	-1.0358	-0.973	-1.0178	-1.033	-1.030	-0.908	-1.017	-1.046	-1.045	-0.983
	$\hat{\alpha}_2$	4.202e-02	1.190	1.174	1.1758	1.094	1.1879	1.1707	1.165	1.005	1.187	1.190	1.1877	1.106
	$\hat{\alpha}_3$	6.565e-01	0.9636	0.971	0.943	0.801	0.931	0.959	0.913	0.636	0.993	0.9849	0.961	0.815
MSE		0.00189	0.000419	0.00041	0.00042	0.00062	0.00043	0.00042	0.00044	0.0008	0.00042	0.00038	0.00039	0.0005
ρ =0.99	$\hat{\alpha}_1$	5.483e-01	-1.0239	-1.043	-1.042	-0.984	-1.021	-1.039	-1.038	-0.922	-1.022	-1.042	-1.042	-0.9828
	$\hat{\alpha}_2$	1.312e-01	1.195	1.161	1.158	1.079	1.1958	1.169	1.1642	1.004	1.2003	1.177	1.169	1.088
	$\hat{\alpha}_3$	6.289e-01	0.7425	0.9615	1.1255	0.8214	0.2562	0.5324	0.0890	0.019	0.4382	0.5676	0.2788	0.159
MSE		0.0018	0.00039	0.000398	0.00040	0.00058	0.000397	0.000392	0.00040	0.0007	0.00038	0.00038	0.00039	0.0005

وعندما تكون قيمة الارتباط (0.85,0.99). (s=2 , σ^2 =0.5 , n=300 , p=4)

المقدرات / المعلمات		OLS	GRR K1	GRR K2	GRR D1	GRR D2	GJR K1	GJR K2	GJR D1	GJR D2	GL K1	GL K2	GL D1	GL D2
ρ = 0.85	$\hat{\alpha}_1$	7.033e-01	1.74121	0.4691393	0.3909208	0.2527525	0.0009515888	0.3894431	0.2526087	0.08130339	0.4213581	0.4753676	0.3984699	0.258
	$\hat{\alpha}_2$	-1.415e-01	0.487766143	1.4832264	1.4638793	1.1373530	1.6114264863	1.3679771	1.3300422	0.74173469	1.7214158	1.4797	1.4558553	1.137
	$\hat{\alpha}_3$	6.138e-01	0.6428504	0.5637372	0.3473680	0.1982663	0.435625453	0.3844296	0.1087364	0.02262699	0.6327011	0.5929216	0.3670467	0.2070520
MSE		0.05839898	0.02665001	0.02492268	0.02889922	0.04631154	0.0247459	0.03258885	0.028923	0.05758686	0.01763491	0.0249	0.0288696	0.04632008
ρ = 0.99	$\hat{\alpha}_1$	1.089e+00	-0.29087	-0.8229	-0.7888	-0.588	-0.284675	-0.7456	-0.682	-0.331	-0.190	-0.8272	-0.7942	-0.587
	$\hat{\alpha}_2$	-4.585e-01	1.7029	1.1835	1.1435	0.8476	1.7214544	1.0759380	0.99102931	0.487786593	1.61564845	1.2034882	1.1590997	0.8606830
	$\hat{\alpha}_3$	6.053e-01	0.1037	1.0860	0.4683	0.249	0.1187	0.423	0.0411	0.006	0.0460	1.4127	0.6122	0.325
MSE		0.05776	0.0167	0.0237	0.0270	0.0458	0.0153	0.0312	0.0371	0.056	0.0227	0.0226	0.0261	0.045

جدول رقم (4) يبين قيم متوسط مربعات الخطأ لأنموذج الانحدار الخطي العام عند استعمال بعض مقدرات انحدار الحرف العام عند معلمتي الحرف k1 وk2 ومعلمتي (Liu) D1 وD2 في حالة (s=2 , σ^2 = 0.8 , n=15 , p=4) وعندما تكون قيمة الارتباط (0.85,0.99).

جدول رقم (5) يبين قيم متوسط مربعات الخطأ لأنموذج الانحدار الخطي العام عند استعمال بعض مقدرات انحدار الحرف العام عند معلمتي الحرف k1 وk2 ومعلمتي (Liu) D1 وD2 في حالة (s=2 , σ^2 = 0.8 , n= 60 , p=4) وعندما تكون قيمة الارتباط (0.85,0.99).

المقدرات / المعلمات		OLS	GRR K1	GRR K2	GRR D1	GRR D2	GJR K1	GJR K2	GJR D1	GJR D2	GL K1	GL K2	GL D1	GL D2
ρ = 0.85	$\hat{\alpha}_1$	7.596e-01	1.096	1.060	1.060	0.927	1.0916	1.0670	1.0332	0.773	1.0734	1.0454	1.0533	0.921
	$\hat{\alpha}_2$	-5.905e-02	0.731	0.872	0.838	0.683	0.723	0.863	0.802	0.505	0.672	0.8512	0.8489	0.688
	$\hat{\alpha}_3$	5.132e-01	1.4067606	1.1432541	1.058517	0.7885925	1.3686209	1.1522652	0.9134363	0.4538075	1.2680879	1.0957953	1.04877	0.784

MSE		**0.0109**	**0.0039**	**0.0036**	**0.0042**	**0.0063**	**0.0038**	**0.0037**	**0.0048**	**0.0088**	**0.0043**	**0.0042**	**0.0042**	**0.0064**
ρ = 0.99	$\hat{\alpha}_1$	**1.031e+00**	**-1.0947**	**-1.068**	**-1.0 7 1**	**-0.934**	**-1.0683**	**-1.04678**	**-1.038**	**-0.790**	**-1.0845**	**-1.061**	**-1.064**	**-0.936**
	$\hat{\alpha}_2$	**-3.314e-01**	**0.8174915**	**0.9054**	**0.8654**	**0.7051**	**0.7589**	**0.8684**	**0.82083**	**0.5217**	**0.8045**	**0.8894**	**0.8811**	**0.719**
	$\hat{\alpha}_3$	**5.101e-01**	**2.0074**	**2.1964**	**1.1254**	**0.6871**	**1.8884**	**1.5375**	**0.5435**	**0.141**	**2.410**	**1.732**	**1.429**	**0.868**
MSE		**0.0109024**	**0.003**	**0.0036**	**0.004**	**0.00605**	**0.00416**	**0.0041**	**0.0045**	**0.00822**	**0.0036**	**0.0032**	**0.0039**	**0.0059**

جدول رقم (6) يبين قيم متوسط مربعات الخطأ لأنموذج الانحدار الخطي العام عند استعمال بعض مقدرات انحدار الحرف العام عند معلمتي الحرف k1 وk2 ومعلمتي (Liu) D1 وD2 في حالة (s=2 , σ^2 = 0.8 , n= 300 , p=4) وعندما تكون قيمة الارتباط (0.85,0.99).

المقدرات / المعلمات		OLS	GRR				GJR				GL			
			K1	**K2**	**D1**	**D2**	**K1**	**K2**	**D1**	**D2**	**K1**	**K2**	**D1**	**D2**
ρ = 0.85	$\hat{\alpha}_1$	**5.675e-01**	**-0.9442**	**-0.9547**	**-0.9547**	**-0.875**	**-0.9412**	**-0.941**	**-0.977**	**-0.808**	**-0.9488**	**-0.945**	**-0.962**	**-0.887**
	$\hat{\alpha}_2$	**6.405e-02**	**1.1028**	**1.0704**	**1.0549**	**0.9750**	**1.0923**	**1.057**	**1.050**	**0.882**	**1.106**	**1.062**	**1.066**	**0.981**
	$\hat{\alpha}_3$	**5.913e-01**	**0.8219**	**0.81828**	**0.7732**	**0.631**	**0.786**	**0.798**	**0.733**	**0.464**	**0.8175**	**0.8109**	**0.78510**	**0.6403**
MSE		**0.0021**	**0.00086**	**0.00093**	**0.00097**	**0.001**	**0.0008**	**0.00096**	**0.00099**	**0.0013**	**0.00085**	**0.00095**	**0.00094**	**0.001**
ρ =0.99	$\hat{\alpha}_1$	**4.243e-01**	**-0.9556**	**-0.9629**	**-0.9552**	**-0.895**	**-0.9499**	**-0.95 39**	**-0.95 1**	**-0.820**	**-0.9627**	**-0.95 52**	**-0.96 14**	**-0.9001**
	$\hat{\alpha}_2$	**2.007e-01**	**1.1043**	**1.0804**	**1.0569**	**0.9768**	**1.0991**	**1.05747**	**1.05003**	**0.882**	**0.4219**	**1.0649**	**1.0766**	**0.990**
	$\hat{\alpha}_3$	**5.680e-01**	**0.248**	**0.623**	**0.0597**	**0.029**	**0.120**	**0.215**	**0.0036**	**0.0005**	**1.114**	**0.278**	**1.0522**	**0.232**
MSE		**0.00213**	**0.0008**	**0.00086**	**0.00089**	**0.001**	**0.00082**	**0.0008**	**0.0009**	**0.0012**	**0.0007**	**0.00088**	**0.0008**	**0.0010**

الاستنتاجات :

1- أظهرت نتائج المحاكاة إن أفضل مقدر هو GL حيث يمتلك اقل متوسط مربعات خطأ MSEمقارنة مع مقدر المربعات الصغرى وبقية المقدرات المتحيزة وفي بعض حالات معلمة الحرف K1 وفي حالة معلمة الحرفK2 وأيضاً في حالة معلمة Liu D1 و المعلمة D2 .

2- أظهرت النتائج أن جميع نماذج انحدار الحرف لها متوسط مربعات خطأ اقل من المربعات الصغرى الاعتيادية OLS ، وبالتالي فإنها أفضل من OLS في حالة وجود مشكلة تعدد العلاقة الخطية بين المتغيرات التوضيحية .

3- كما تبين من نتائج المحاكاة أن زيادة في تباين الخطأ العشوائي تؤدي إلى زيادة في قيمة متوسط مربعات الخطأ لجميع المقدرات .

4- كذلك أظهرت النتائج بزيادة قيمة الارتباط فأن المقدرات تصبح أفضل من مقدر المربعات الصغرى OLS وذلك من خلال ملاحظة نتائج معيار المقارنة MSE حيث يقل بزيادة الارتباط.

5- كما تبين من نتائج المحاكاة ان قيم متوسط مربعات الخطأ لتقدير معلمات الأنموذج الخطي العام تتناقص بزيادة حجم العينة ولكافة المقدرات المدروسة .

المصادر العربية

1. كاظم ، أموري هادي و مسلم ، باسم شليبة (2002) ، " القياس الاقتصادي المتقدم النظرية والتطبيق"، مكتبة دنيا الامل ، بغداد.

2. المشهداني، أيمان محمد عبد الله (1994)، "استخدام المركبات الرئيسية في تشخيص ومعالجة مشكلة التعدد الخطي مع تطبيق عملي لبعض الظواهر الاقتصادية"، رسالة ماجستير، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

المصادر الأجنبية

3. Akdeniz, F., Erol, H. (2003). "Mean squared error matrix comparisons of some biased estimators in linear regression". *Commun. Statist. Theor. Meth.* 32:2389–2413.

4. Arthur E. Hoerl , Robert W. Kennard (1970-a) ,"Ridge Regression Biased Estimation for Nonorthogonal Problems" ; Technometrics Vol.12 , No.1 , pp.55-60.

5. Arthur E. Hoerl , Robert W. Kennard (1970-b) , "Ridge Regression Applications to Nonorthogonal Problem" ; Technometrics , Vol.12 , No.1 , pp.69-82 .

6. Alheety, M. I. and B. M. G. Kibria (2009)." On the Liu and almost unbiased Liu estimators in the presence of multicollinearity with heteroscedastic or correlated errors". *Surveys in Mathematics and its Applications*, **4**, 155-167.

7. B. M. G. Kibria. (2003)," Performance of some new ridge regression estimators", Communications in Statistics-Simulation and Computation, 32 ,419-435.

8. Feras. SH. Batah, T. V. Ramanathan and S. D. Gore. (2008) ," The Efficiency of Modified Jackknife and Ridge Type Regression Estimators": A comparison, Surveys in Mathematics and its Applications 24 No.2 .

9. Feras. SH. Batah . (2011)," A New Estimator By Generalized Modified Jackknife Ridge Regression Estimator". Journal of Basrah Researches ((Sciences)) Volume 37. Number 4. *C*.

10. Liu, Kejian (1993)." A new class of biased estimate in linear regression". *Communications in Statistics–Theory and Methods* 22, 393–402.

11. Mansson .K , Shuku.G and Kibria, B. M. G. (2010)." On some ridge regression estimators : A Monte Carlo Simulation Study Under Different Error

Variances". Communications *in Statistics-Simulation and* Computation 17. pp. 1-22.

12. M. El-Dereny , N. I. Rashwan.(2011)." Solving Multicollinearity Problem Using Ridge Regression Models" , Int. J. Contemp. Math. Sciences, 12, 585 – 600.

13. Singh, B., Chaubey, Y. P,& Dwivedi, T. D. (1986)," An almost unbiased ridge estimator". Sankhya: The Indian Journal of Statistics vol .48,pp 342–346.
http://www.jstor.org/page/info/about/policies/terms.jsp .

14. S. Sakallıˇglu, S. Kaçıranlar. (2008)," A new biased estimator based on ridge estimation", Statist. Papers 49 .669–689.

15. Mason , R.L , Gunst , R.F. & Webster , J.T. (1977), " Biased Estimation in Regression: An Evaluation Using Mean Squared Error" Journal of the American Statistical Association, Vol. 72, pp. 616-628.